Particle Swarm Optimization による多峰性関数の最大値探索

SEARCH FOR MAXIMUM OF MULTIMODAL FUNCTION
USING EXTENDED PARTICLE SWARM OPTIMIZATION

中村秀明*, 江本久雄, 河村 圭***, 宮本文穂****

Hideaki NAKAMURA, Hisao EMOTO, Kei KAWAMURA and Ayaho MIYAMOTO

*博(工)　山口大学助教授　工学部知能情報ｼｽﾃﾑ工学科（〒755-8611 宇部市常盤台 2-16-1）
**修(工)　山口大学大学院博士後期課程　理工学研究科システム工学専攻
***博(工)　山口大学助手　工学部知能情報ｼｽﾃﾑ工学科
****工博　山口大学教授　工学部知能情報ｼｽﾃﾑ工学科

Particle Swarm Optimization (PSO) is one of the latest population-based optimization methods, which does not use the filtering operation (such as crossover and/or mutation) and the members of the entire population are maintained through the search procedure. Like other meta-heuristics, original PSO is designed to locate a unique single optimum solution. However, problems exist where several solutions or even an exhaustive search of all the multiple global optimum solutions are necessary. This paper introduces an extended PSO for locating all the global optimum solutions of multimodal function.

***Key Words:** Particle Swarm Optimization, Multimodal function, Global optimization*

1．はじめに

今日，様々な種類の最適化問題に対して，その問題の性質に応じた解法が種々考案されている．例えば，複数の離散的パラメータを持つ最適化問題の解法としては，分枝限定法を拡張した離散型非線型計画法が考案され [1]，また連続関数で表現できるシステムの最適化問題には，微分情報を利用した最急降下法などが考案されている．しかし，このような解法では，制約条件が多い場合には問題の定式化が困難となる．

そこで近年，これらの問題を解決する最適化手法として，生物の進化プロセスを数理モデルとした遺伝的アルゴリズム（Genetic Algorithm：以下 GA）が考案されている [2]．GA は，最適化において勾配情報を用いず，評価関数（目的関数）のみに依存して解探索を行う数値計算技法である．したがって，これまでに考案された最適化手法では困難であった微分不可能な目的関数や複雑な制約条件を有する問題に対しても，厳密な問題の定式化を行うことなく有効な解探索が可能である．

一方，GA に似たメタヒューリスティック的な解法として Particle Swarm Optimization (PSO) [3), 4)]が考案されている．PSO は，鳥の群れや魚の群泳など，群れを成して移動する生物の行動パターンを最適化に応用したもので，概念が非常にシンプルであり，また，種々の問題への適用も比較的簡単であることから，最近注目を集めている．本研究では，既存の PSO の拡張を行い，多峰性関数最適化（最大値探索）への適用を試みる．

2．Particle Swarm Optimization (PSO)

(1) PSO の概要

PSOは，Swarm Intellignece[3]と云われる分野の一つである．Swarm Intelligenceは，日本語では群知能と訳され，社会性生物の習性をモデル化とした手法であり，個々の個体は，単純な行動原理に従っているだけなのに，それが群れを成すと高い知性を発揮するというものである．PSOは，鳥の群れや魚の群泳など，群れを成して移動する生物の行動パターンを最適化に応用したもので，1995年にJames KennedyとRussell Eberhart[4]によって考案された．PSOは，概念が非常にシンプルであり，また，種々の問題への適用も比較的簡単であることから，最近注目を集めている．

(2) PSOの基本的アルゴリズム

Kennedyらによって考案されたPSOの基本的概念を以下に示す．

- 多次元の解空間を粒子（Particle）が群れを成して動き廻り，その移動の過程で最適な位置（最適解）を見つける．
- それぞれの粒子は，多次元空間の点として扱われ，自己の移動軌跡および他の粒子の移動軌跡によってそれぞれの粒子の移動が決まる．
- それぞれの粒子は，解空間におけるこれまでの移動軌跡の中で最良の位置（Personal best position）を最適解として保持している．また、他の全ての粒子も含め，これまでの移動軌跡の中で最良の位置

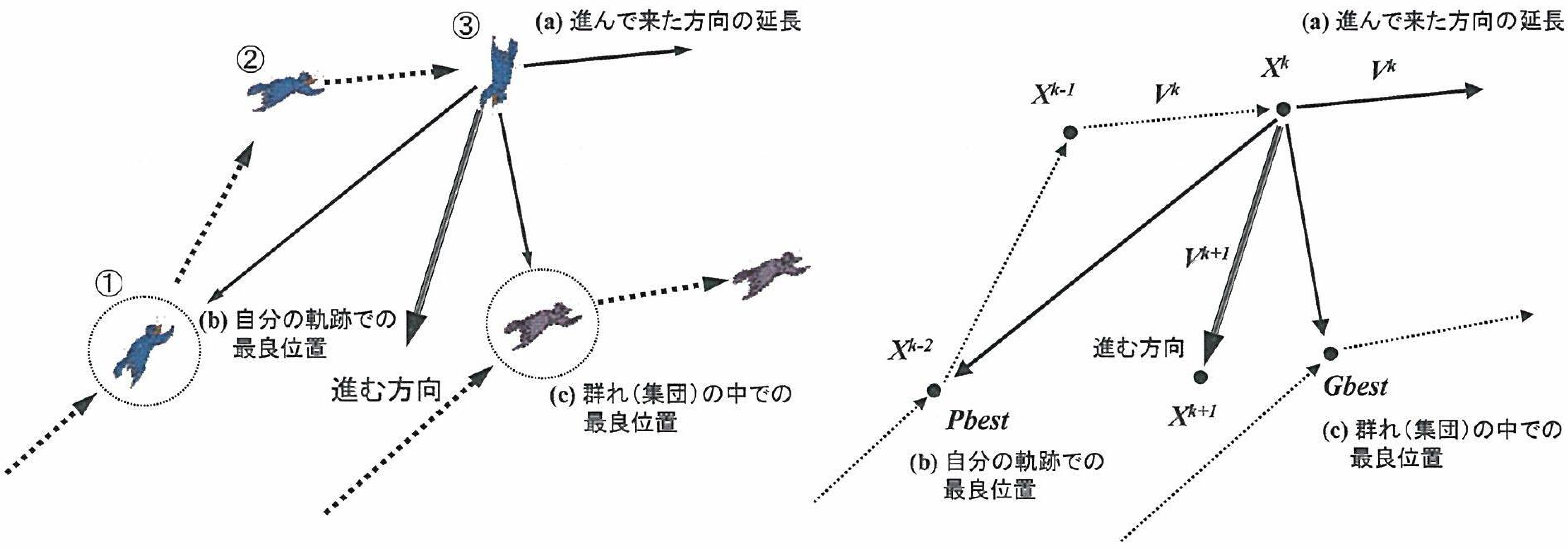

図-1　PSO における鳥（粒子）の移動

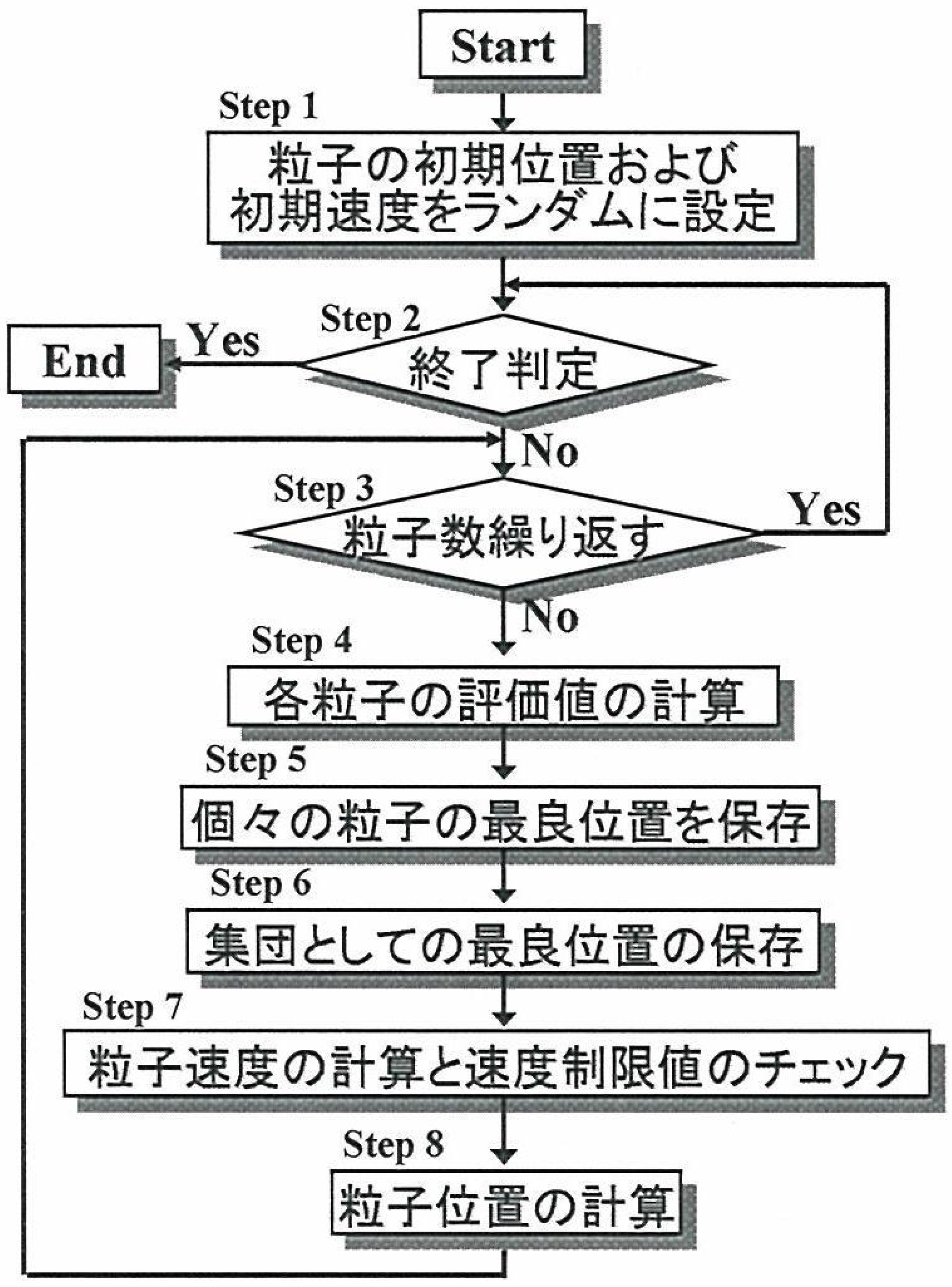

図-2　PSO のフローチャート

（Global best position）を最適解として保持している.

鳥の群飛行を例にPSOの基本的概念をさらに詳しく説明する．**図-1**にPSOにおける鳥（粒子）の移動を示す．鳥は，餌を求めて群れを成して飛んでおり，その中のある鳥は，①から②，②から③に飛んでいるものとする．ここで，③において次に飛ぶ方向について考える．PSOでは，次に飛ぶ方向として次の３つを考えている．

(a)　進んで来た方向の延長，

(b)　今までに自分が飛んできた軌跡の中で餌が一番多かった最良位置（Personal best position）の方向，

(c)　群れ（他の鳥を含めた集団全体）の中で一番餌が多かった最良位置（Global best position）の方向，

PSOでは，(a),(b),(c)の各ベクトルを足し合わせた方向が次に進む方向となる．

次にPSOの実際の処理手順について**図-2**を参考に説明する．

【Step 1】初期の粒子位置および速度の決定

j 次元の解空間内において初期の粒子位置および速度をランダムに決める．

【Step 2】終了判定

最大計算ステップ数に達するか，あるいは解が収束したならば，計算を終わる．

【Step 3】粒子ごとに計算

粒子ごとに Step 4～Step 8 を繰り返す．

【Step 4】各粒子の評価値の計算

個々の粒子の評価値を計算する．評価値が大きい（小さい）ほど，良い位置に居ると云える．

【Step 5】個々の粒子の最良位置の保存

個々の粒子について，それぞれの粒子がこれまでに移動してきた軌跡の中での最良位置（Personal best position : ***Pbest***）での評価値との比較を行い評価値が大き（小さ）ければその時の粒子の位置を ***Pbest*** に保存する．

【Step 6】集団としての最良位置の保存

Step 5 で ***Pbest*** への保存が行われた場合，さらに集団全体におけるこれまでの最良位置(Global best position : ***Gbest***)での評価値との比較を行い，評価値が大き（小さ）ければその時の粒子の位置を ***Gbest*** に保存する．

【Step 7】粒子速度の計算と速度制限値のチェック

それぞれの粒子の速度を以下の式で計算する．

$$V_i^{k+1} = wV_i^k + c_1 \cdot r_1 \cdot \frac{\left(Pbest_i - X_i^k\right)}{\Delta t} + c_2 \cdot r_2 \cdot \frac{\left(Gbest - X_i^k\right)}{\Delta t} \qquad (1)$$

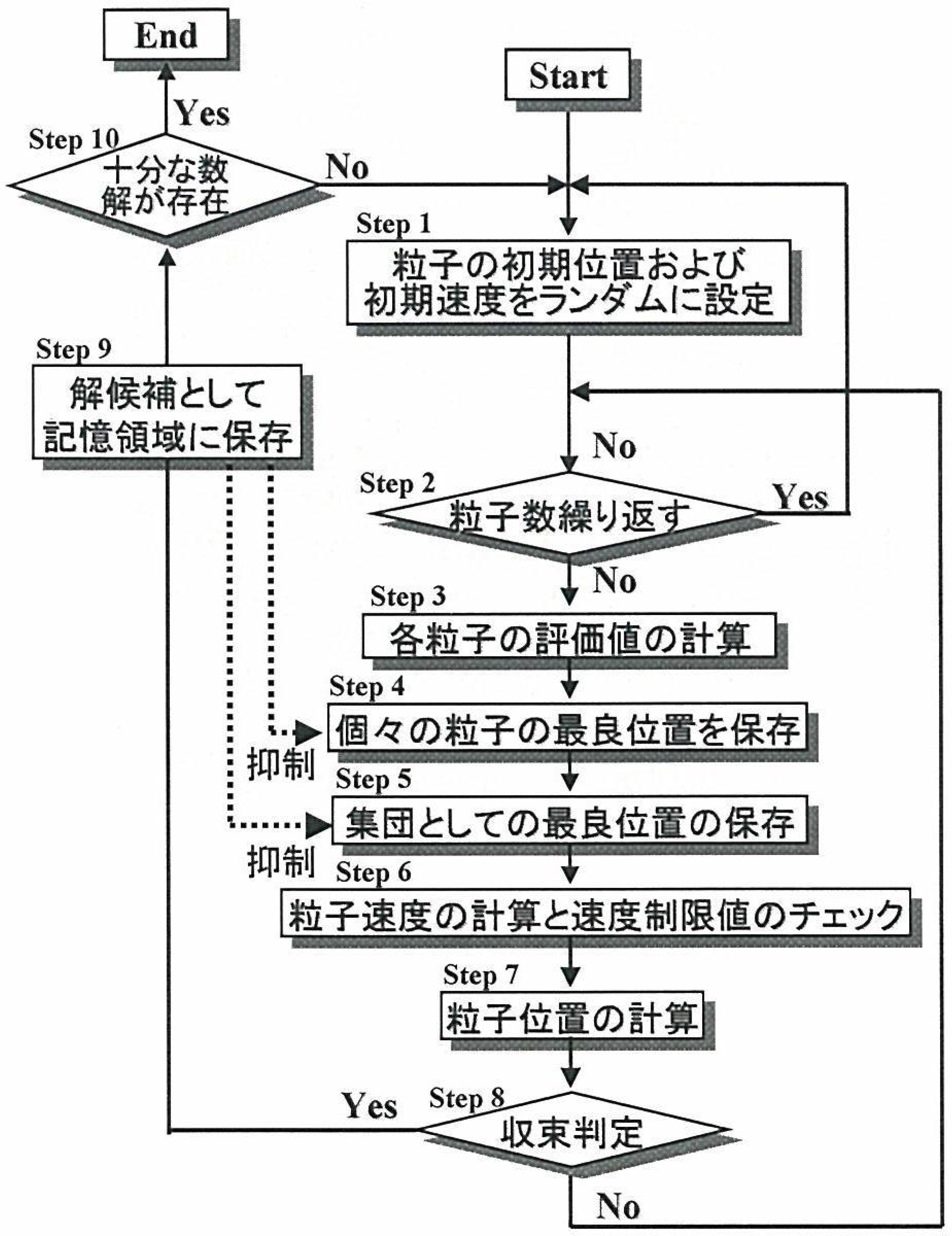

図-3　多峰性関数最大値探索のための PSO フロー

ここに，　V_i^{k+1} ：粒子 i のステップ k+1 における速度

V_i^k ：粒子 i のステップ k における速度

X_i^k ：粒子 i のステップ k における位置

w ：粒子の慣性

c_1, c_2 ：認知的および社会的パラメータ

r_1, r_2 ：0〜1 の乱数

Δt ：タイムステップ

である．また，$Pbest_i$ は，前述したように粒子 i のこれまでの軌跡の中で一番評価値が大き（小さ）かった最良の位置であり，$Gbest$ は全ての粒子における最良の位置である．

ここで，粒子の速度にはあらかじめ制限値 V_{max} を設けておき，式(1)で計算された速度が V_{max} を超えた場合には，式(1)の速度として V_{max} を使う．

【Step 8】粒子位置の計算

それぞれの粒子の位置は，以下の式で計算する．

$$X_i^{k+1} = X_i^k + v_i^{k+1} \cdot \Delta t \tag{2}$$

全ての粒子について **Step 4〜Step 8** を繰り返す．

(3)　多峰性関数の最大値の探索

Kennedy らによって考案された PSO は，基本的には 1 つの最適解しか求められない．そこで，次のように考え，多峰性関数最適化への拡張を行った．

表-1　PSO のパラメータ

ﾊﾟﾗﾒｰﾀ	設定値	ﾊﾟﾗﾒｰﾀ	設定値
w	1.0	V_{max}	$\frac{Range(j)}{2}$ 〜0
c_1	2.0		
c_2	2.0	k_{max}	50
Δt	1.0	$Conv$	0.05
n	20	Sup	0.2

※$Range(j)$：解空間の幅

- 鳥（粒子）の群れは，始めに，餌が一番たくさんある最良位置を捜し廻る．
- 群れが最良位置にある程度集まり，そこの餌を食べ尽くすと群れは，次（二番目）の最良位置を捜す．
- この操作を m 回繰り返すと m 個のピークが求まる．

上記の考えを具体化するため実際には，次のような操作を行った．

図-3 の Step 8 において，鳥（粒子）がある程度同じ位置に集まり，収束するとその中の一番良い解を記憶領域に保存する．この記憶領域に保存されたものが解候補となる．この解候補は，Step 4, Step 5 において $Pbest_i$, $Gbest$ を選定する際に抑制効果として働く．すなわち，記憶領域に保存されている解候補と，鳥との距離を測定し，距離がある値以上短いものは，$Pbest_i$, $Gbest$ として選ばれないようにする．計算は，Step 10 で十分な数のピークが探索されたら終わりとなる．多峰性関数最大値探索のための PSO フローを**図-3** に示す．

(4)　PSO におけるパラメータ

PSO で設定が必要なパラメータは，w，c_1，c_2，Δt，V_{max} の5つと，集団のサイズ n ならびに最大計算ステップ数 k_{max} である．このうちタイムステップの Δt は，単位時間を考えているので通常1が用いられる．w は粒子の慣性であり，大きな値を設定すると大域的動作となる．c_1，c_2 は，それぞれ進む方向を選ぶとき，過去の自分経験に重みを置くか，それとも群れ（集団）の経験に重みを置くかのパラメータである．V_{max} は，速度を計算するときの制限値であり，大きく設定すると広い範囲の大まかな探索となり，小さく設定すると狭い範囲の細かな探索となる．k_{max} は，一つのピークを見つけるのに繰り返す最大計算ステップ数である．集団のサイズ n は，遺伝的アルゴリズム(GA)における個体数と同様で，解空間の広さに応じて設定し，多く設定するほど細かい探索が可能になるが，計算時間が増大する．その他，多峰性関数の最大値探索では，収束判定のための閾値 $Conv$ と，抑制のための閾値 Sup が必要となる．本研究で設定したパラメータの一覧を**表-1**に示す．なお，w，c_1，c_2 などのパラメータについては，安定性や収束性の理論的研究も行われている[5)]．

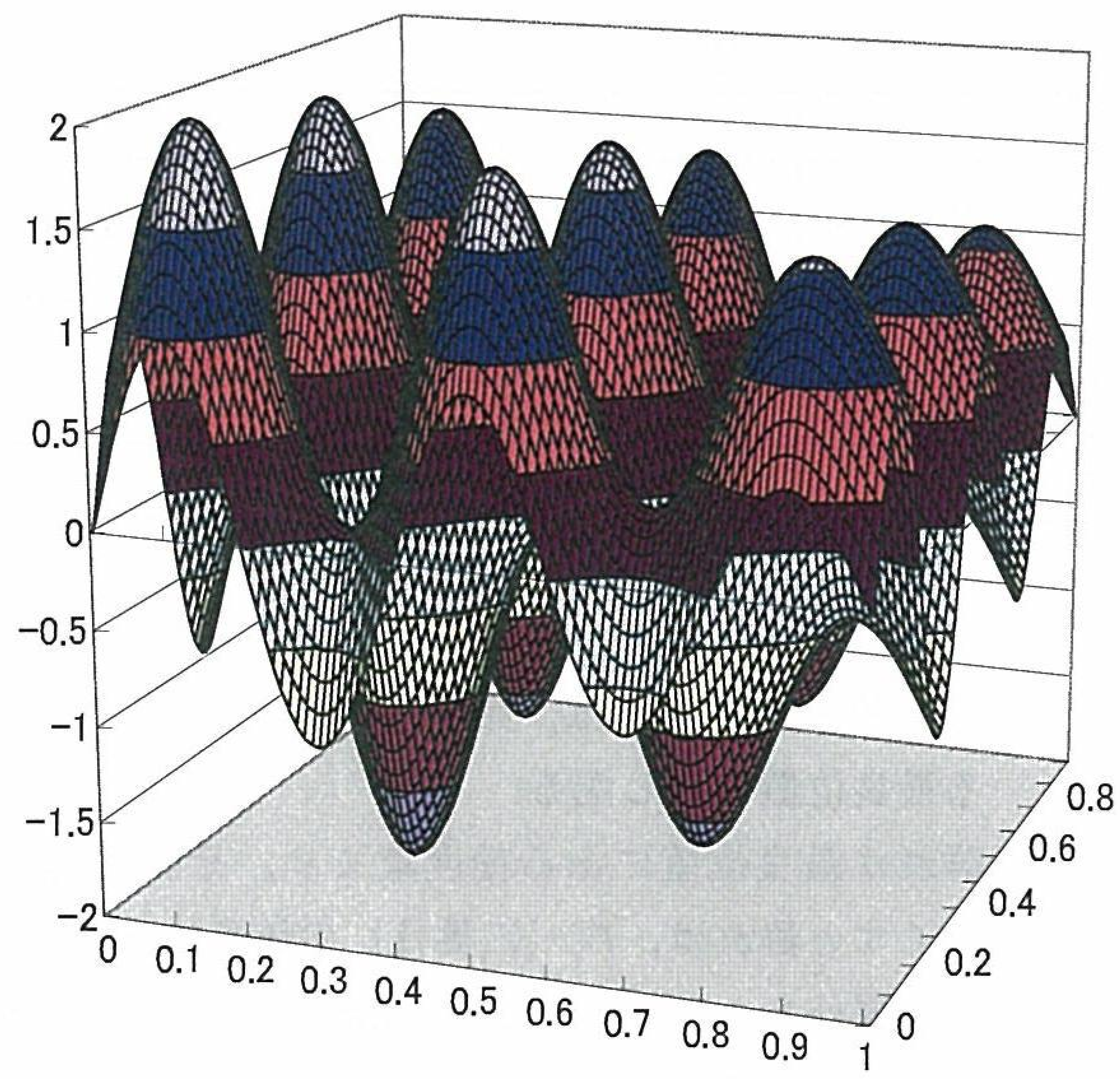

図-4　9 ピーク関数

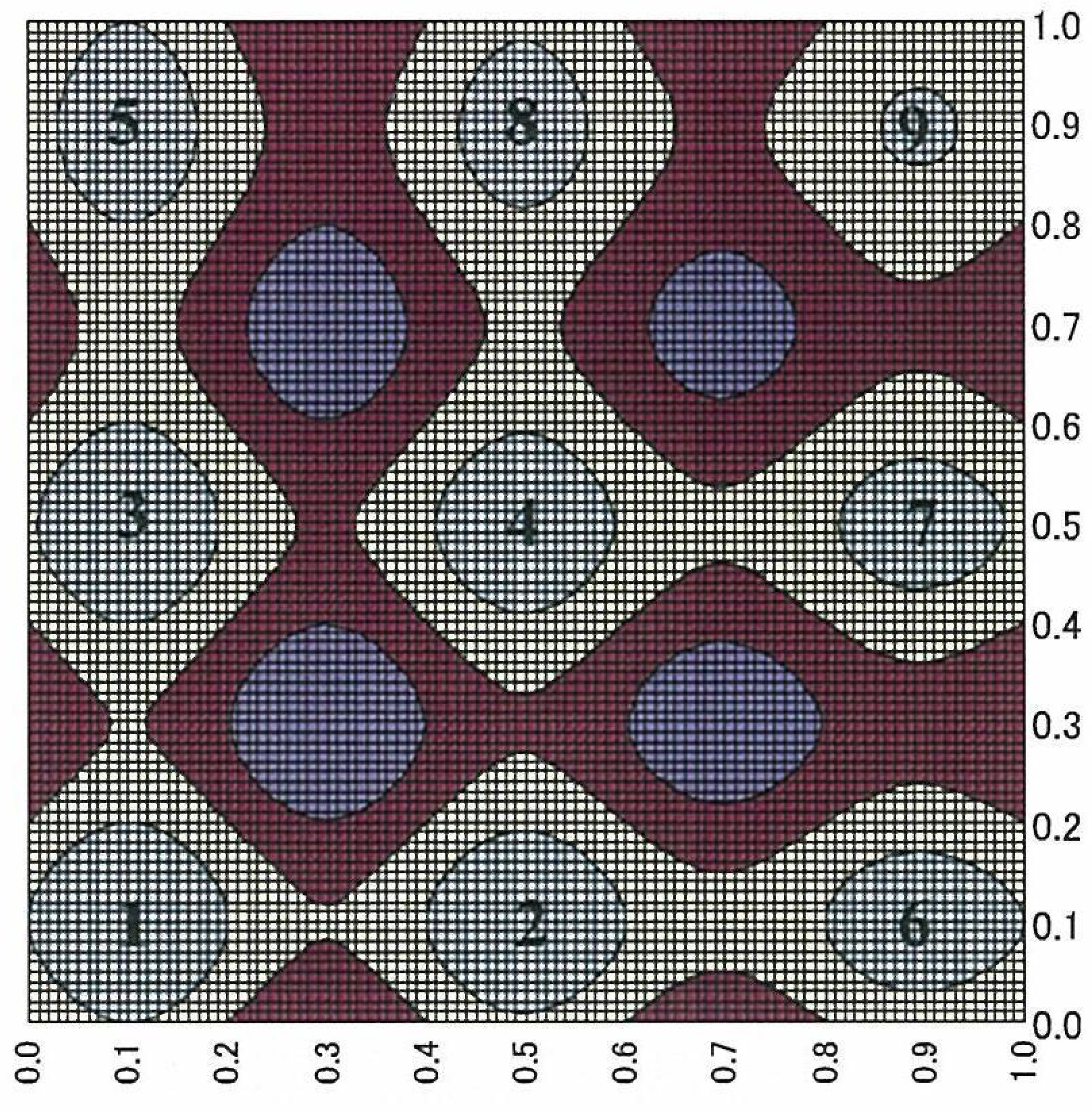

図-5　9 ピーク関数(上から見た図)

表-2　ピークの座標と関数値，導出された値

Peak	理論解			導出された値		
	f(x,y)	*x*	*y*	*f(x,y)*	*x*	*y*
1	2.000	0.100	0.100	1.999	0.100	0.099
2	1.860	0.500	0.100	1.859	0.494	0.103
3	1.860	0.100	0.500	1.839	0.091	0.486
4	1.720	0.500	0.500	1.711	0.495	0.487
5	1.548	0.100	0.900	1.548	0.098	0.889
6	1.548	0.900	0.100	1.532	0.882	0.108
7	1.408	0.900	0.500	1.411	0.893	0.497
8	1.408	0.500	0.900	1.408	0.495	0.887
9	1.095	0.900	0.900	1.095	0.891	0.903

３．PSO による多峰性関数の最大値の探索

PSO のよる多峰性関数の最大値の探索例として，次に示す関数の最大値を探索する．

$$f(x,y)=e^{-2\log(2)\left(\frac{x-0.1}{0.8}\right)^2}\cdot\sin(5\pi x)+e^{-2\log(2)\left(\frac{y-0.1}{0.8}\right)^2}\cdot\sin(5\pi y) \tag{4}$$

この関数は，**図-4** および**図-5** に示すように x が 0.0～1.0，y が 0.0～1.0 の範囲に 9 つのピークがある関数である．最大のピークは，x=0.1，y=0.1 でそのときの関数値は，2.0 である．9 つのピークの理論解を**表-2** に示す．また，PSO を使って導出された 9 つのピーク値をまとめて**表-2** に示す．**表-2** の結果から提案した PSO では，9 つのピークをほぼ導出できており，解の探索がうまく行われている．

４．まとめ

本研究では，既存 PSO に簡単な拡張を行い，多峰性関数の最大値探索を試みた．本手法で求めた解は，多峰性関数のピークとほぼ一致しており，精度良く解が探索できることが確認できた．今後は，パラメータの調整や，安定性や収束性の検討が必要である．

参考文献

1) 石川信隆，千々岩浩巳，田中孝昌，香月智：離散型非線形計画法による鋼管杭基礎の最適設計，構造工学における数値解析法シンポジウム論文集，第 12 巻，pp.115-120, 1988.7.
2) D. E. Goldgerg : *Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-wesley, 1989.
3) James Kennedy, Russell Eberhart and Yuhui Shi : *Swarm Intelligence*, Morgan Kaufmann Publishers, 2001.
4) James Kennedy and Russell Eberhart : Particle Swarm Optimization, *Proc. The 1995 IEEE International Conference on Neural Networks*, vol. IV, pp.1942-1948, 1995.
5) M. Clerc and J. Kennedy : The Particle Swarm: Explosion, Stability, and Convergence in a Multi-Dimensional Complex Space, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation,* 2002, vol. 6, pp. 58-73, 2002.