Discrete Particle Swarm Optimizatioの有効なパラメータ値の提案

A proposal for parameters determination on Discrete Particle Swarm Optimization

江本久雄	河村圭	中村秀明	宮本文穂
Hisao Emoto	Kei Kawamura	Hideaki Nakamura	Ayaho Miyamoto
山口大学	山口大学	山口大学	山口大学
Yamaguchi Univ.	Yamaguchi Univ.	Yamaguchi Univ.	Yamaguchi Univ.

Abstract PSO (Particle swarm optimization) is a novel multi agent optimization system inspired by social behavior of bird flocking or fish schooling. In PSO, instead of using more traditional genetic operators, each particle (individual) adjusts its "flying" according to its own flying experience and its companions flying experience. In this study, the authors first empirically study the performance of the DPSO (Discrete Particle Swarm Optimization) algorithm depend on parameter values and also compare the performance of the DPSO and GAs (Genetic Algorithms) on sets of combinatorial problems.

1．はじめに

PSO(Particle Swarm Optimization)[1]は，1995年にKennedyとEberhartによって，鳥や魚の個々の行動と群の社会的行動の研究を工学的に応用した確率的な最適化技術である．初期のPSOは，連続関数の最適化問題のために開発され，連続値の設計変数に対して非線形性の強い関数でも最適化が可能であり，GAs(Genetic Algorithms)と比べて，そのアルゴリズムの簡単さや収束性の良さのため注目を集めてきた．現実的な工学問題の多くは，例えば，構造最適設計などの分野では，部材材料，部材形状，部材本数など，その設計変数は離散値を取り扱うため，組合せ最適化問題となる．さらに，近い将来，構造設計において，デザイン，景観，環境への影響度など連続値では表すことのできない設計変数を取り入れて最適化設計を行う可能性がある．このように，最適化計算は，効率性や論理性などを考慮するためにも必ず行われるため，離散値の組合せ最適化問題が重要となる．PSOにおいて，KennedyとEberhartらは，離散値を取り扱うことのできるようにPSOの拡張を行い，DPSO(Discrete Particle SwarmOptimization)を提案している[2,3]．しかし，著者らの知る限り解探索能力とパラメータ値に関しての検証が行われてない．

本研究では，組合せ最適化問題としてナップサック問題を利用して，DPSOのパラメータ値を変化させたり，荷物数（次元数）を変化させたりして，探索能力の調査，検討を行う．

2．DPSOのアルゴリズムの概要

PSOでは，探索点を粒子と呼び，すべての粒子は位置情報と，探索方向を決定するための速度ベクトルをもっている．また，個々の粒子は探索過程における過去の最良位置の情報($pBest_i$)をもち，群全体としてはすべての粒子群の中での最良の位置情報($gBest$)を保持している．

PSOによる最適化では，現在の位置情報や$pBest_i$, $gBest$を用いて，解空間を探索する．探索点(粒子)の更新方法は，図-1に示すような簡単なベクトルの合成和となる．ここで，x_1,x_2は探索点(粒子)の位置情報，v_1,v_2は速度ベクトル，添え字kは世代，wは粒子の慣性，c_1,c_2は学習係数，r_1,r_2は0～1の一様乱数を示す．例えば，x^{k+1}は前回の速度ベクトル(v^k)，群全体の最良解への速度ベクトル($gBest - x^k$)とその粒子自身の最良解への速度ベクトル($pBest_i - x^k$)の線形結合によって求まる．ここで，群全体への速度ベクトル（$gBest - x^k$）は大域探索を，粒子自身の速度ベクトル（$pBest_i - x^k$）は局所探索を意味する．一般的に，i番目の粒子のk+1世代目の速度ベクトルは，次式のように求められる．

$$v_i^{k+1} = w \times v_i^k + r_1 \times c_1 \times (pBest_i - x_i^k) + r_2 \times c_2 \times (gBest - x_i^k) \quad (1)$$

また，探索点の位置は，次式で表される．

$$x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1} \quad (2)$$

DPSOの処理手順を図-2に示す．離散値を取り扱うDPSOとPSOとの大きな違いは以下に記述するが，探索点である粒子位置の更新を行う処理式(2)がベクトル和でなくシグモイド関数を用いて0と1に区別する点である．以下に，各ステップについて説明する．

Step 1：[**初期群の生成**]

粒子の位置と速度をランダムに初期化する．

Step 2：[**目的関数の計算**]

各粒子に対して目的関数を計算する．

Step 3：[**個々の粒子の最良位置の保存**]

個々の粒子について，最初から現在までの繰返し計算回数の中での最良値を記憶する．これを $pBest_i$ と呼ぶ．i は，i 番目の粒子を表す．

Step 4：[**個体群全体での最良位置の保存**]

すべての粒子群の中で，最初から現在までの繰返し計算回数の最良値を記憶する．これを $gBest$ と呼ぶ．

Step 5：[**粒子速度の計算**]

式(1)によって，粒子速度を計算する．

Step 6：[**粒子位置の更新**]

すべての粒子に対して式(3),式(4)によって位置を更新する．

$$\text{if } \rho_i^{k+1} < sig(v_i^{k+1}) \text{ then } x_i^{k+1} = 1;$$

$$\text{else } x_i^{k+1} = 0 \qquad (3)$$

$$sig(v_i^{k+1}) = \frac{1}{1+\exp(-v_i^{k+1})} \qquad (4)$$

ここで，ρ_i^{k+1} は0から1までの乱数値，$sig(v_i^{k+1})$ はシグモイド関数である．

Step 7：[**終了判定**]

繰返し回数に達しない場合は，Step2 から Step6 を繰り返す．

Step6 における DPSO の位置更新は，式(3)のように確率的な閾値によって決められる．例えば，もし v_i^{k+1} が，閾値より高い値ならば，粒子は 1 になり，そうでなければ，0 になる．そのため，閾値が 0 から 1 の範囲で必要となるため，本研究では式(4)に示すようなシグモイド関数を利用している．

3．ナップサック問題によるシミュレーション

荷物 i ($i = 1,\ldots,N$)の重量および価値をそれぞれ a_i および c_i, 袋の許容重量を b とすると，「袋の許容重量内で価値を最大にする荷物を選ぶ」という問題は次式のように定式化される．

$$\begin{aligned} &\text{maximize} \ \sum_{i=1}^{N} c_i x_i \\ &\text{subject to} \ \sum_{i=1}^{N} a_i x_i \le b \qquad (5) \\ &x_i \in \{0,1\} \end{aligned}$$

ただし，決定変数 x_i については，荷物 i を袋に入れることを $x_i = 1$，入れないことを 0 で表すものとする．

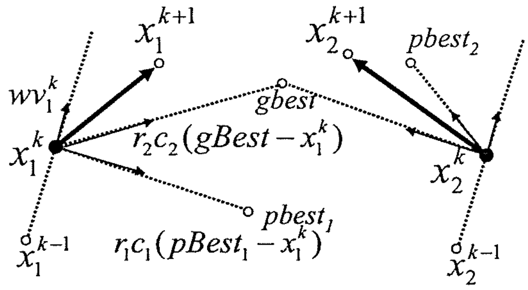

図-1　移動する粒子の模式図

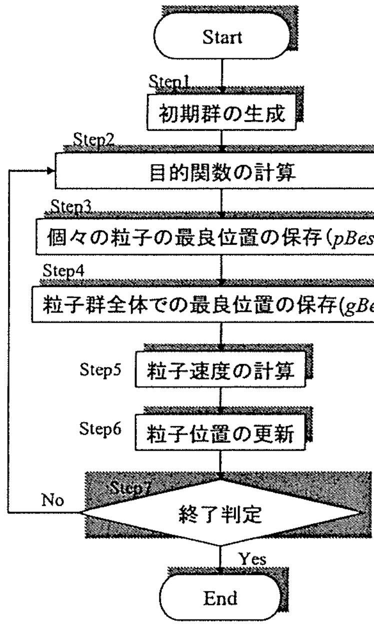

図-2　DPSO の処理手順

荷物の重量 a_i と価値 c_i は，[1,100]の一様乱数で作成し，許容重量 b は重量の総和の半分とした．

まず，DPSO のパラメータに関して感度解析を行う．PSO のパラメータは，一般的に c_1，c_2 ともに 2.0，w を 0.9 が良いとされている．しかしながら，DPSO でパラメータの検証を行っている研究は，あまりないので，ここでは，w，c_1，c_2 について検討を行う．

図-3 には，荷物数を 50，c_1，c_2 ともに 2.0 と設定し，w を 0.0，0.5，0.7，0.8，0.9，1.0，1.1，1.2，1.3，1.4 に変更した場合の最適値の推移を示す．

これより，重みの値を大きくするにしたがい最適値も向上し，w が 1.0 をピークとして最適値が得られることが分かる．しかし，w が 1.0 を超えると最適値は急激に低下することが分かる．w は，粒子の慣性を表しているため，w が 1.0 よりも離れると群

から取り残されたり，あるいは先行しすぎる結果となり，結果的に群としても良い位置を持続できないものと考えられる．また，荷物数を 30，100 に変更した場合も同様な傾向を示した．

図-4 には，c_1を 2.0，荷物数を 50，世代数を 100 世代のときに，c_2を 0〜4 までの特徴を良く表す 10 パターンの適応度の推移を示す．学習係数 c_2 は，大域探索へ影響を与える係数である．つまり，群全体の情報を反映する程度を表す．そのため，c_2 が 0 の場合，粒子が各々に探索するので緩やかな曲線となったと思われる．

一方で，c_2 が 4.0 の場合，大域的な最適解の影響が後述する局所探索パラメータ c_1 に比べて大きすぎるために，群全体がひとつの最適解へと急激に収束してしまい最適解が得られなかった．このパラメータ設定では，c_2が 0.75 の場合に大域的な探索と局所的な探索のバランスが良いことがわかった．

図-5には，c_2を0.75，荷物数を50，世代数を100世代のときに，c_1を0〜4まで1.00刻みで変化させた場合の適応度の推移を示す．c_1は，各々の粒子の最良値が影響を与える値で，局所探索への影響を表す．図-4より，c_2と比べると最適解探索に与える影響は小さいものの，c_1を2.0としたときが，一番最適値がよい結果となり，学習係数c_2の検証結果と整合している．

以上のパラメータ値を用いて，最適解の割合と相対比について検証を行う．図-6 には，50 荷物のナップサック問題で，粒子数を 30，50，100，150，200 に変化させて，1,000 試行回数中に得られた最適解の割合を示す．これより，従来よく使われているパラメータ値から検証により得られたパラメータ値に修正することで，粒子数が増えると伸び率が小さくなるものの全ケースで最適解の得られる割合が著しく増加することがわかる．

一般に，近似最適化手法の特徴は，厳密な最適解が得られない場合でも最適解に近い解を求められることである．そこで，以下のような相対比[3]を用いて精度を評価した．

$$相対比 = \frac{求まった解}{最適解} \tag{6}$$

式(6)は，相対比が大きいほど解の精度が良いことを示している．

図-7 に，100 荷物のナップサック問題での相対比を示す．図-7 から，相対比が検証により求めたパラメータ値を用いることによって全ての粒子数において改善されたことがわかる．

次に，以上のパラメータ値を用いて SGA との性能比較を行った．

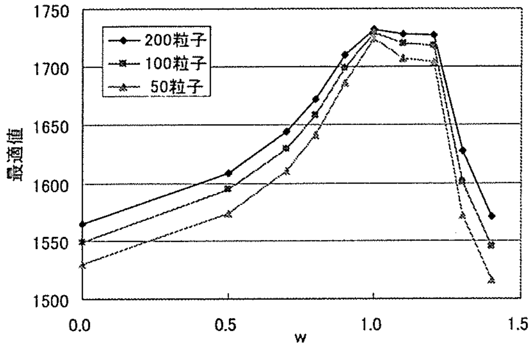

図-3　慣性の重み w が最適値に与える影響

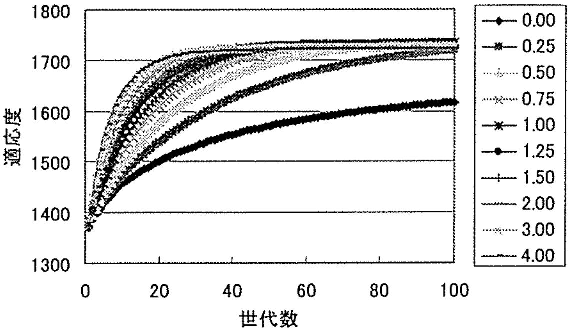

図-4　学習係数 c_2 が適応度に与える影響

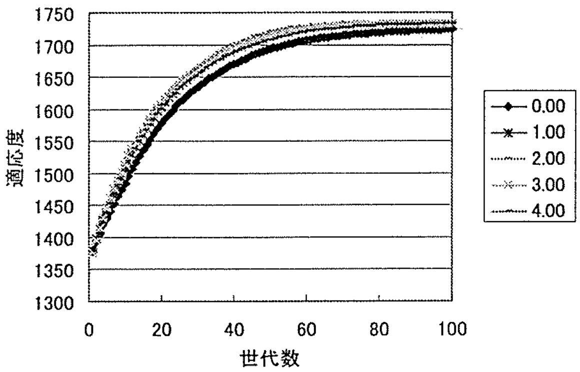

図-5　学習係数 c_1 が適応度に与える影響

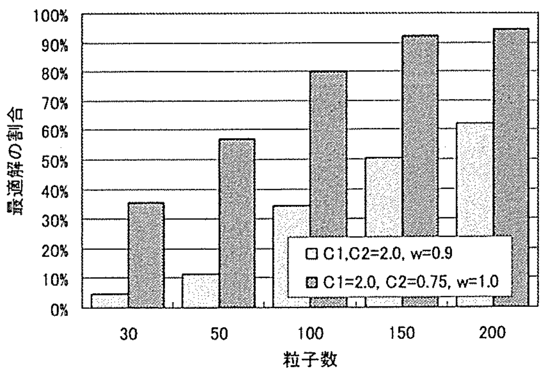

図-6　パラメータによる最適解の割合

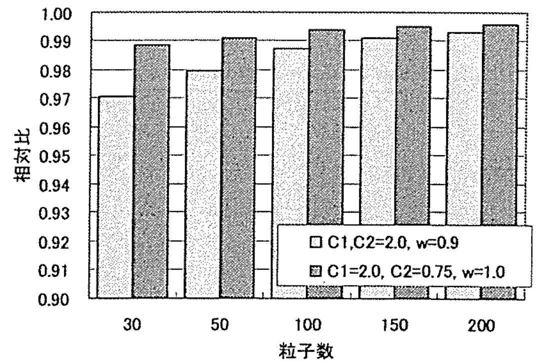

図-7　パラメータによる相対比への影響

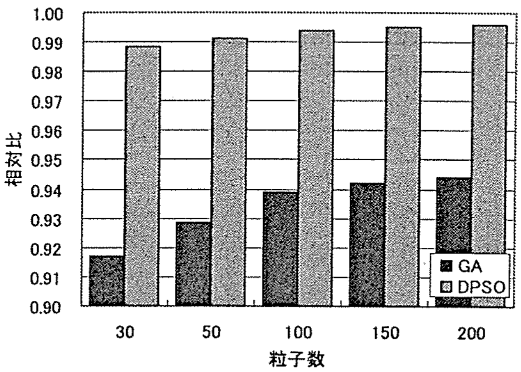

図-8　DPSO と SGA の近似精度(100 荷物)

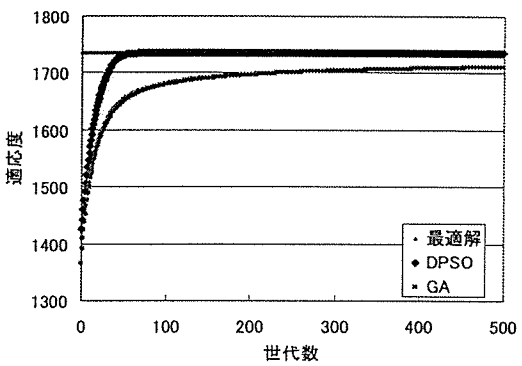

図-9　50 荷物 200 粒子(個体)の時の適応度の推移

図-8 に 100 荷物のときの GA と DPSO の相対比を示す．図-9 から DPSO と GA ともに相対比が 0.9 以上となり，また，粒子数および個体数が多いほど相対比が高くなっている．すなわち，厳密な最適解の探索はできなかったものの，どちらの手法も比較的高い近似最適解を求めていることがわかる．とくに，DPSO の相対比は全てのケースで 0.98 以上となり非常に精度が良いことがわかる．

図-9に，荷物数50，粒子数および個体数200のケースにおける適応度の推移を示す．この結果は1,000試行回数の平均を示している．まず，GAの場合は，30世代までに適応度が急激に増加して進化している様子がわかる．しかし，50世代から緩やかな増加傾向を示すようになり500世代に至ってもまだ収束していない．一方，DPSOの場合は繰り返し回数50未満で，適応度は収束しており，GAに比べて収束性が極めて良いことがわかる．

4．結論

本研究で得られた結果を以下にまとめる．

(1) DPSO のパラメータが解の探索能力に与える影響について検討を行った．その結果，適切なパラメータの範囲が存在することがわかった．特に，w=1.0，c_1=2.0，c_2=0.75 のとき最も効率が良いことがわかった．

(2) ナップサック問題により DPSO と SGA の比較を行った．その結果，DPSO は，SGA に比べ極めて高い探索能力を有していること，特に早い収束性があることがわかった．

5．おわりに

本稿では，DPSO のパラメータに関して実験的ではあるが検証を行い，その有効性を示した．今後の課題としては，より複雑な問題に適応し，パラメータを検討する必要がある．

参考文献

[1]kennedy,R.Eberhart, Particle Swarm Optimization Proc. of IEEE International Conferenceon Neural Netwo rks (ICNN'95), Vol.IV,pp.1942-1948, Perth, Australia, 1995.

[2]J.kennedy,R.Eberhart, A discrete binary version of the particle swarm optimization algorithm, Proc. of the 1997 conference on System, Man, and Cybernetics (SMC'97), pp.4104-4109, 1997.

[3]茨木俊秀：離散最適化法とアルゴリズム，株式会社岩波書店，1993.4.15.

連絡先

〒755-8611
宇部市常盤台２丁目１６－１
山口大学工学部知能情報システム工学科
システム設計工学研究室
TEL: 0836-85-9530 FAX: 0836-85-9530
E-mail: emoto@design.csse.yamaguchi-u.ac.jp