

# パズルを用いた数学教材について

丹山 洪二\*・北本 卓也

On the Mathematical Training Material with Puzzles

TANNYAMA Koji\*, KITAMOTO Takuya  
(Received August 5, 2008)

キーワード：パズル、数学教材、楽しさ

## はじめに

ここ数年、数独や任天堂 DS などをはじめとするパズルが大流行しており、これらのパズルに取り組むことで脳を活性化させる効果があることが分かっている。中でも、宮本哲也の書籍で取り扱ってあるパズルは、賢くなるパズルとして評判となっている。また、パズルの中には、数の大小関係や四則演算などの力が身に付くものもあり、数学の学習にも役立っている。このようなパズルを利用すれば、楽しみながら学習をすることができるため、勉強嫌いな人でも積極的に学習することができるのではないかと考えた。そこで、本研究ではパズルを用いて実際の教育現場で扱えるような、数学のパズル教材を作成する。

また、楽しみながら数学の学習をすることができる教材としての有効性を確認するため、作成した教材を学生に取り組んでもらいアンケートを行う。そして、その結果を元に改善した教材に、再度取り組んでもらうといった工程を繰り返すことで教材の質を高めていく。学習効果を調べやすくするため各教材では取り扱う単元を絞ることにした。

## 1. 期待されるパズルの効果

パズルを用いた教材は、通常の学習教材に比べ、学習者のモチベーションを高める効果があると期待される。この効果を確かめるために、従来のパズルの分析を行い、その特徴を挙げる。

### 1-1 一人で取り組むパズルについて

一人で取り組むパズルの代表格として、数独やクロスワードを取り上げると、次のような特徴が挙げられる。

---

\*山口大学教育学部教育学研究科数学教育専修

- (1)いつでもどこでもできる → このようなパズルは書込み式のパズルなので、紙と鉛筆さえ持っていればいつでもどこでもできる。ちょっとした隙間時間に問題を解いたり、途中までしかできていない問題を後から解いたりするなど、それぞれのペースで問題に取り組むことができる。
- (2)ルールが単純ですぐ覚えられる → ルールが単純ですぐ覚えられるため、子どもからお年よりまで誰でも取り組むことができる。特に数独の場合は数字だけを扱うパズルなので、どこの国の人でも楽しむことができる。
- (3)問題に種類やレベルがある → 種類やレベルに応じて問題を選んで取り組むことができる。そのため、各自が自分に合った問題に取り組むことができ、達成感を得ることができる。

これらの特徴はパズルへの取り組みやすさ、楽しさの元となる重要な要素であると思われるので、今回作成したパズルも、上の3つの特徴を持つように配慮した。

## 1-2 複数で取り組むパズルについて

複数で取り組むパズルの代表格として、UNO やトランプの『大富豪』、『遊戯王』というアニメなどのカードゲームを取り上げると、次のような特徴が挙げられる。

- (1)思考時間が短いためゲームの進行が早く、状況の変化がある
- (2)自分の使うカードが相手に影響を与える
- (3)カード同士に関係があり、特殊カードが存在する

これらの特徴も、ゲームの楽しさの元となる重要な要素であると思われる。今回作成したトランプのパズルでは、上の(1)、(3)の特徴を取り入れることは出来たが、(2)の特徴はうまく取り入れることが出来なかった。この点は今後、改良の余地があると考えている。

## 2. 作成したパズル

今回、下記のようなパズルを作成した（具体的なパズルの例は附録を参照）。

- パズル1：数独を参考にしたパズルで、因数分解・組み立て除法・式の展開の学習ができるパズル
- パズル2：数独を参考にしたパズルで、三角形の内角と辺の長さの関係から、相似な三角形の判定・直角三角形の性質・余弦定理の学習が出来るパズル
- パズル3：数独を参考にしたパズルで、微分・積分の計算を学習できるパズル
- パズル4：数独を参考にしたパズルで、一次関数の学習ができるパズル
- パズル5：トランプとサイコロを使って四則演算の学習ができるパズル。グループで行うパズル。

パズル1～4は、数独を参考にして作成されており、「1-1 一人で取り組むパズルについて」での3つの特徴を兼ね備えている。これらのパズルは生徒が一人ひとり個別に取り

組むものである。それに対し、パズル5はグループで取り組むパズルであり、4～5人程度で行うことを想定している。先にも述べたように、このパズルは「1-2 複数で取り組むパズルについて」の1、3の特徴は持っているが、2の特徴は持っていない。この点の改良は今後の課題である。

### 3. アンケート結果

今回は、前章に述べた5種類のパズルを作成して研究を進めた。院生・学部生にパズルを解いてもらった後に、アンケートに協力していただき、下記の点を中心に聞いていった。

- パズル教材に取り組むことでどのような効果が期待できるか
- 学力がどの程度身に付いたか
- 楽しみながら取り組むことができたか。

本章では、まず、そのアンケート結果を『肯定的な意見』、『中間的な意見』、『否定的な意見』、『改良のための意見』ごとにまとめる。その後、その分析と考察を行う。

#### 3-1 学部生によるアンケート結果

パズル3（数独を参考にした微積分のパズル）のアンケート結果

肯定的な意見：

- いろいろな種類の関数を2回微分までした関数を入れていくので、それぞれの関数の性質が分かり微積の勉強には良いと思う。
- このパズルはパッと見て、どの関数がどの関数の微分、あるいは積分と関係しているのかを確かめることができる。そのため、微積の習い始めの段階だけではなく学んだ後の確認や復習としても使えると思う。
- 3×3マスだけではなく4×4マス、5×5マスに拡大しても十分行うことができるパズルで、試験前の練習、テキストなどに向いていると思う。
- 友達と競わせたり、時間を計ってやるとさらに学力向上につながると思う。
- パズル型なので、普通に問題を解くよりも頭を使い楽しく取り掛かりやすい点もあるので、解いたときの達成感が増す。このような問題をできるだけたくさん解くことで、頭の回転などをよくしていきたいと思った。
- 高校時代にやっておけば計算力がついたと思う。100マス計算と一緒にいいと思う。
- 計算力・計算スピード・ひらめきなどが上がることが期待できる。
- 頭を使い集中できるので、ミニテストとして授業前にやるのは良い。
- 時間制限があったので短時間の間に解こうとする意欲が湧いた。

中間的な意見：

- うまくできなかつたので、もう一度チャレンジしたい。
- 3種類の関数を使い、さらに微分する回数も制限されるので頭が回らない。規則性を十分に理解できていないと解くことができないが、パズルの解き方の説明があったので思っていた以上に簡単にできた。

### 否定的な意見：

- 微分を勉強し始めた人には少しつらいと思う。
- 想像以上に難しかった。微積のやり方があやふやになっていたため、ある程度できる人でないと、この教材はあまり効果がないと思う。
- ひたすら普通の問題を解いたほうがためになる気がする。
- 計算や解答を書くスペースがもう少しほしかった。
- 時間が短くて全てできなかった。
- コツがつかめず、あまりパズルが解けなかった。
- 人によって得手・不得手があるので、時間配分が難しい。
- 時間に追われるため小さなミスに気づかず、公式や基礎の定着には向かない。

### 改良のための意見：

- 簡単だった。難易度を上げたものが1つぐらいはあったほうが良いと思う。新しい型の問題に触れることができよかった。
- ゲーム感覚でよかったが、もう少しルールを簡単にしてもよいと思う。
- 解答の解説がほしかった。
- 難易度と時間の調整が必要である。
- 問題が難しいため達成感が湧きにくくなるので、解きやすい問題が良かった。
- 初めて取り組む人にはもっと簡単なパズルを用意したほうが良い。
- 時間が足りなかったのでレポートとしてパズルを出してほしかった。
- 微分回数が何回目なのかのヒントもほしい。
- 1つのパズルで同じ種類の関数を3つ扱うのではなく、3種類の異なる関数を扱うほうが考えやすい。

### 分析

肯定的な観点からは、パズルを利用して微積の問題に取り組むことは、普通に勉強をすることに比べると取り掛かりやすく、楽しく学習することができるという意見が多い。また、試験前の練習やテキスト、ミニテストなどの教材としての使用の提案や、習い始めや復習などのいろいろな場面で使えるという意見がある。そのほかにも、頭の体操やひらめき上がるなどといった、微積以外の効果が期待できるという意見があり、パズルにしたことの利点が挙げられている。

中間的な観点からは、パズルに興味を示していることと、パズルに取り組む上での敷居が低いことがうかがえる。

否定的な観点からは、難易度が高く時間が短いため、微積を習い始めの人は取り組みにくいという意見があった。また、パズルではなく、普通に問題を解いたほうがよいという意見もあった。そのほかには、計算や解答スペースが狭いため、取り組みにくいという意見があった。

改善点には簡単という意見とは反対に難しいという意見、難易度と時間の調整が必要とする意見が多かった。また、時間制限なしでじっくりと取り組みたいという意見や、答えとは別に解説を加えてほしいという意見があった。

## 考察

簡単という意見とは反対に難しいという意見もある。また、微積の学習はじめにパズルに取り組むことが効果的であるという意見に対し、それに反対する意見も複数見られた。これはアンケートにもあるようにパズルの難易度が学生に適しているか否かに大きく左右されてくることだと思う。そのため、簡単なパズルから難易度の高いパズルまでをレベル分けして作成していくことで、誰を対象としても効果的な学習ができるようにしていく必要がある。さらに、短い制限時間の中、難易度の比較的高いパズルを出題してしまったことが、パズルをより難しく感じさせてしまった原因になったと思う。

また、教材にパズルを用いることで普通に学習することに比べ、楽しみながら学習をすることができ、達成感が増したり、さらに頭の体操にもなるということからパズル教材に興味を示している学生がいる。そのため、パズルは学習者の動機付けをする手段としては適切なのではないかと考える。そのほかにも、新しいルールや $4 \times 4$ のパズルを考えたり、計算や解答のスペースを増やし、解説を加えたりヒントの与え方を工夫していくことなどが今後の課題となる。これらのような課題に取り組むことで、より多くの学生が興味を持ち、取り組みやすいパズルにしていけるのではないかと考える。

パズル1, 2, 4 (数独を参考にした因数分解、相似な三角形、一次関数のパズル) のアンケート結果

肯定的な意見：

- パズル形式でとても楽しく学習することができるため、数学嫌いな中学生でも効果のある教材だと思う。パズル形式の問題を増やしていけば、数学や計算の苦手な人、数学が得意でも確認したい人などに効果があると思う。
- 中学生を対象とする問題としてはパズル4が一番適切だと思う。パズル1は計算ミスに気をつけるだけなので、普通の問題と比べて効力は変わらないと思う。
- 今回のパズルは微積のパズルに比べると、どのマスとどのマスが関係しているのかが分かりにくかった。また問題ごとに扱う内容が異なっているので、その都度頭を切り替える必要があるため前回よりもよい教材だと思う。
- 中学生やさらに年齢の低いうちからパズル形式の問題で頭の体操をすることはとてもよいと思う。授業の最初に取り組むことで、その後の授業では頭が働き集中できると思う。
- 1つの問題について、『展開』・『因数分解』・『解を求める』の3つを学習できてとても役立つと思う。また、相似の条件や1次式の意味合いなども分かっていると思う。
- 与えられた式に対してただ答えを求めるというだけではなく、その途中の過程も考えなければパズルは埋まらない。そのため1つの式をいろいろな角度から考えようとするので、パズルを利用した勉強法は有効だと思う。

中間的な意見：

- パズル2は見た目では解きやすそうだったが、二等辺三角形や直角三角形に気がつか

なければならず、なかなか難しかった。パズル4は3つの中で最も解き易いように感じた。

#### 否定的な意見：

- 我々は同じようなパズルを以前に一度やったからすぐに取り組みしたが、中学生にはちょっと難しいかもしれない。
- 高次方程式や正弦・余弦定理を扱うパズルは中学生には難しいと思う。全体的な難易度は易しい～普通ぐらいで、難易度の最も高い相似のパズルが最後にあるほうが気持ちよく終わったと思う。

#### 分析

肯定的な観点では、パズル形式であるため数学が苦手な人でも取り組みやすく、頭の体操になるという意見が多かった。また、1つのパズルで複数のことを学習することができるので、いろいろな角度から問題を考えることができるという意見もあった。

中間的な観点では、パズルによって難易度に差があるという意見があった。

否定的な観点としては、中学生にはルールが分かりにくいという点と、中学では学習しない知識が必要となるパズルが含まれているため、適切ではないという意見があった。

#### 考察

パズル形式にすることで、楽しく学習することができるという意見があったが、これに反対する意見はなかった。さらに、頭の体操になるという意見も因数分解、相似な三角形、一次関数のパズルの方が多かった。このことから微積よりも、因数分解、相似な三角形、一次関数などの方が、パズル形式の問題として出題することに適していると考えられる。

相似な三角形のパズルが難しいという意見がいくつかあったが、その他のパズルは比較的解けており、取り組みやすい問題だったのではないかと思う。また、1つのパズルで『展開』・『因数分解』・『解を求める』などをセットで学習することができることが評価されており、学習効果を期待できると考えられる。

今後の課題としては、ルールをより分かりやすくすることと、学習対象に適した問題を十分に考えること、難易度を付けることなどが挙げられる。

#### パズル5（グループで行うトランプのゲーム）のアンケート結果

##### 肯定的な意見：

- このゲームは、小学生が簡単に算数の基礎を固めるのに大変有効だと思った。また、新しい遊び感覚のゲームとして友達同士で楽しくできるので、休み時間などを利用して算数の能力を上げることが期待できる。
- はじめは簡単な計算しか思いつかないかもしれないが、慣れるに従って複雑な計算もするようになり計算能力や早さが上がると思う。
- 四則演算を習いたての小学生にとって、このゲームは楽しく四則演算を復習できる

いゲームだと思う。

- 頭の体操としてはよいゲームだと思う。また、計算能力だけでなく、運も必要になってくるのが良いと思った。
- なかなか難しく単純な計算しか思いつかなかった。四則演算を柔軟にを使って式を作ろうとすると、いろいろなパターンが考えられて楽しかった。
- 瞬時に計算をする能力を身に付けることを狙いとするのであれば、もう少しスピード感があるようなルール(相手とカードを出すスピードを競う)にするほうが良いと思う。ただ、四則演算をきちんと学習できるようなゲームとして考えるのであれば今回の形式が最適だと思う。
- 今回のゲームはひらめきや瞬間的な判断力を養うのに良いと思う。

否定的な意見：

- 最大でも1つのグループに4人までしか参加することができないから、多くのトランプとサイコロが必要であることが少し大変だと思う。
- 大きい数字になると割り算を使うことが難しいと感じた。

改良のための意見：

- 計算を考える時間がもう少しあっても良いかもしれない。
- カードを出すことができなかつた場合どのカードを取ってもいいのではなく、直前のターンで出したカードの中から取らなければならない。というようにすればもっと計算の幅が広がると思う。1～13でなくても、数枚のカードだけを持ち札としてもゲームが成立するのか？
- グループ内に計算力のある人とない人がいると、計算力のない人が常に負けてしまうので、たくさんやるときはレベル別に分けてやると、さらに白熱すると思う。
- 一人ずつカードを捨てていくゲームではなく、早く出した人がカードを捨てることができるようにしたほうが早さと正確さを鍛えられると思う。異なる四則演算を同時に使う練習にもなる。
- 最後に1枚残してしまうとなかなか終わらないので、あらかじめゲームを始める前にどうしたら勝てるか考える時間がほしかった。
- 小学生を対象としたときに、ルールを理解させることが難しくなると思うので、工夫が必要だと思う。
- 慣れてきたら手持ちのカード・サイコロを増やすなどしても面白いと思う。
- 今回は紙に書かずに計算をしていたので、記号を何回使って計算したのか分からなくなる場面が見られた。なので、一回一回紙に計算式を書くようにしてゲームを進行していくのがいいと思う。
- トランプは1～13までしか数字がないが、トランプを手作りのカードに変え、数字の制限を広げる(13以上を作る)ことにより、より複雑になり頭を使うから、慣れてきた頃にそうするといいと思った。

## 分析

肯定的な観点では学習対象が適切で、四則演算を学習することに有効なパズルであるという意見や、楽しく遊び感覚で取り組むことができるという意見が多かった。また、運も必要となってくるということから、計算能力の違いがあっても、多少は対応できるという意見もあった。そのほかには、いろいろな式を考えることができたり、慣れるに従って計算能力やスピードが上がることなどが良いという意見があった。

否定的な観点では大きい数字では割り算が難しくなるという点と、参加人数が多いと準備が大変になるという意見があった。

改良のための意見では、計算の思考時間が短いという意見や新しいルールへの提案が多かった。また、計算能力の差が大きいと勝負の結果が決まってくるので、レベル別に分けることが必要だという意見があった。

## 考察

学習効果と対象年齢が適切であることが評価されており、さらに学習者が興味を持ち楽しく取り組むことができるという意見があることから、パズル教材として適切であると考えられる。しかし、まだルールが不完全で、修正すべき点もいくつか見つかった。

そこで、改良点を参考にした新しいルールを次のように考える。まず、最初はランダムに 8 枚ずつのカードを配り、他のカードは裏向きのデッキにしておく。カードを取る場合はデッキの上のカードから順に取り、デッキのカードが 0 枚になった場合、捨てたカードから新たにデッキを作ることとする。このようにすることで、運の要素が増え、細かいレベル分けをしなくても計算力の違いによる勝因を少なくすることができる。また、参加人数を 5 人以上にすることも可能となる。その他にも、参加者同士で必要に応じたルール・制限時間の変更をしていくようにすると良い。さらに、計算の正誤を確認するための手段としては、紙に計算式を書いていくことにする。書く人は事前にサイコロを振った人とし、トランプを出した時点で計算の正誤を確認する。

### 3-2 院生によるアンケート結果

大学院生には、パズル 1, 2, 3, 5 をやっていただいた。アンケートでは、感想だけでなく、程度を問うような詳細なアンケートを行った。以下、アンケートの質問とともにその結果を示す。

#### アンケートの質問 問 1～3 (程度を問う質問項目)

問 1. 教材にパズルを用いることで、楽しみながら学習に取り組めるようになることを狙いとしていますが、その狙いを達成できる可能性はどのくらいですか？次の a～e の記号で回答してください。

a : 80～100%      b : 60～80%      c : 40～60%      d : 20～40%      e : 0～20%



問2. これらの教材に繰り返し取り組むことで、学力はどの程度身に付くことが期待できそうですか？次の a～e の記号で該当するものに○を付けてください。

- a: とても期待ができる      b: 少し期待ができる      c: どちらとも言えない  
d: あまり期待ができない      e: 全く期待ができない

問3. パズルの難易度はどうでしたか？次の a～e の記号で該当するものに○を付けてください。

- a: とても簡単だった      b: 簡単だった      c: ちょうどよかった  
d: 難しかった      e: とても難しかった

アンケートの回答結果（問1～3）

	パズル 1	パズル 2	パズル 3	パズル 5	パズル 全体の平均
問 1	3.67	3.33	3.33	4	3.58
問 2	3	2.33	2.67	3	2.75
問 3	2.67	2	2	2.67	2.33
問全体の平均	3.11	2.55	2.67	3.22	

(※得点は問1と問2に関しては、a:4点, b:3点, c:2点, d:1点, e:0点とし、問3に関しては、a:0点, b:2点, c:4点, d:2点, e:0点として加重平均で表した)

問4. パズルの良い点などがあれば回答してください。

- 難問でもパズルにすることで取り組みやすくなる。
- もっと簡単なもの(単純な計算等)から繰り返し行っていくと計算も速くなる。
- ただ問題を解くより、意欲・関心を高めることができること、楽しみながら習熟できることが良い点だと思う。

問5. パズルの問題点などがあれば回答してください。

- パズル形式に慣れるとヒントに便りがちになり、自分の力で考えることから逃れようとしてしまうかもしれないので、パズルを指導に用いる時は計画的に行うほうがよい。
- 問題を解かなくても答えが分かるものがあつたので、問題を解かないとマスが埋められないようにできたら難易度も変えられると思う。
- パズルによっては、一人ひとりのつまずきの点が把握しにくいことがある。パズル5では、表のようなものに計算を書いていくなどしないと、四則演算を上手に使っているのか判断しづらく、適切な指導・支援ができないと思う。
- 一人ひとり習熟度が異なるので、ヒントカードや教科書を見直すなど、各自が分からないところを習熟していけるような手立てが必要になると思う。難易度をつけて数種

類作っておくというのも一つの手立てになると思う。

問6. その他、意見や感想などがあれば回答してください。

- 組み立て除法や、微分法の定理の確認ができ楽しませていただいた。
- できるようになるパズルのレベルとしては難しく感じたが、応用としてならとても楽しいと思う。
- パズル3は、微分回数も考えるので、たくさん考えることがあって一番難しかったが、微分と積分の関係が理解できてよいと思う。

パズル5 (グループで行うトランプのゲーム) について

- 3年(割り算の学習後)生以上でできると思うが、学年に応じてルールの数や時間制限などを考えると良いと思う。
- 5・6年生には分数や小数を入れられるようになると思熟度がアップすると思う。
- ある程度のルールを与えて子どもたちが自分でルールを作っていくようにするとよりよいと思う。
- 他のパズルも子どもたちが出題者になり、パズルを作るようにしていくのも良いと思う。

## 分析

問1～3によると、パズル1とパズル5の評価が比較的高い。また、問1の楽しみながらパズルに取り組むことができるという狙いがほぼ達成されている。

パズルにすることの良い点としては、意欲・関心を高め、楽しみながら学習することができるので、取り組みやすくなるという点が挙げられている。また、もっと簡単な問題から取り組めたほうが良いといった意見もある。

問題点としては、自分の力で問題を解かずにパズルの規則を使って問題を解く恐れがあるので、その対策が必要となってくる事が挙げられている。また、トランプのパズルでは、習熟度に対応したパズル作成や、正しく四則演算が行えているのかを確認していくための工夫の必要性などが挙げられている。さらに、必要に応じたルールの変更や、学習者同士で問題を出し合うようにしていくことも案として挙げられている。

## 考察

楽しさにおいては十分に狙いが達成されており、難易度においては、簡単なレベルから難しいレベルのパズルを多く作ることで調整をしていくことが期待できる。また、学習効果を高めるためには、パズルのルールの変更や問題の出題の仕方を工夫していく必要がある。

それから、パズル2の評価が他のパズルに比べて最も低くなっている。この理由としては、大学生のアンケート結果にもあったように、パズルの対象者にとって未学習の内容を

取り込んでいたことが考えられる。そのため、パズルの難易度が高いと評価され学習効果の期待も薄くなったものと考えられる。

#### 4. パズルと数学的能力との関係

パズルと数学的能力との関係を検証するために、微積分学を学んでいる学生にパズル3をやってもらい（パズル3は合わせて4回やってもらい、その平均点を得点とした）、その得点と微積分学の成績指標との相関係数を求めた。相関係数は 0.5150087 であり、それなりの相関関係があることがわかった。パズル得点と成績指標の散布図を下に示す。

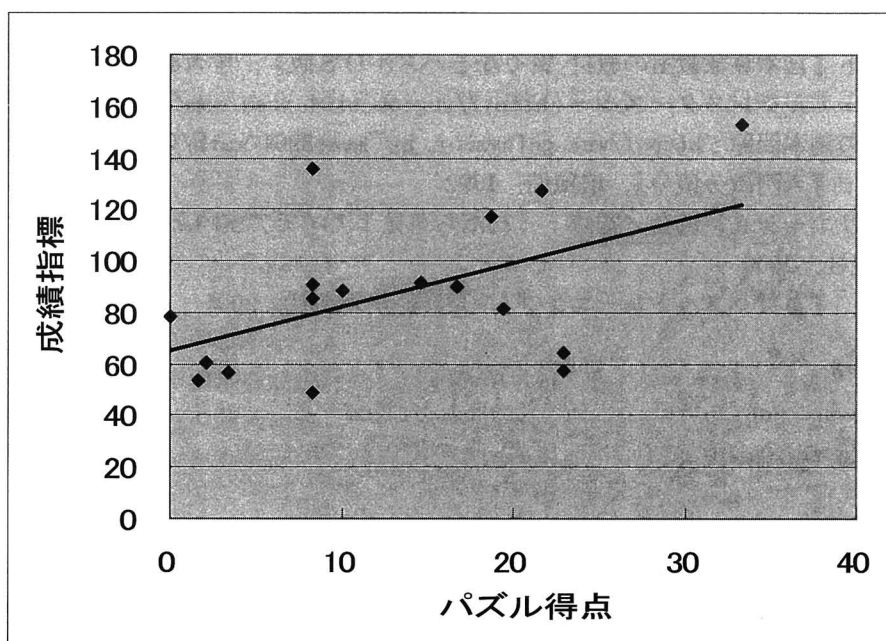


図1：パズル得点と成績指標の散布図

図1の点が各データ、直線が最小二乗法により求めた回帰直線である。図よりわかるように、多くのデータは回帰直線に近いところにあるが、なかには外れたところにあるデータもある。回帰直線から外れたデータがあることの原因説明は今後の課題である。

#### おわりに

本研究では、パズルを用いて楽しみながら学習をすることができる数学教材の作成を行ってきた。作成した教材を実際に他の学生に取り組んでもらい、アンケートを取ることで教材の学習効果を調べ、改善方法を研究してきた。アンケートを取るたびにルールの変更や難易度の調整を少しずつ行ってきたが、改善点はまだ多く残っている。

アンケートの結果、楽しみながら学習をするという本来の目的がある程度達成されていると考えられるが、肝心の学習効果を高めるという点においては不十分であるということが分かった。したがって今後の目標としては、ルールを分かりやすくしたり、難易度を幅

広くつけるなどして、多くの人が教材に取り組むことができるようにしていくこと。それから、学習者のつまづきや理解度の確認、学習内容の理解を手助けできるようにしていくということが挙げられる。

## 参考文献

- 数独－Wikipedia：<http://ja.wikipedia.org/wiki/%E6%95%B0%E7%8B%AC>
- 数独/SUDOKU/ナンバープレース：<http://www.e-nippon.jp/topics/sudoku.html>
- ナンバープレース、数独 解法まとめ：[http://www.geocities.jp/master\\_mishichan/](http://www.geocities.jp/master_mishichan/)
- クロスワードパズル－Wikipedia：  
<http://ja.wikipedia.org/wiki/%E3%82%AF%E3%83%AD%E3%82%B9%E3%83%AF%E3%83%BC%E3%83%89>
- DSソフト『宮本算数教室の教材 賢くなるパズルDS版』，学習研究社
- 遊戯王デュエルモンスターズルー：<http://yugioh.s104.xrea.com/yugi/rule/rule.html>
- 中学数学の基本問題：[http://www.geisya.or.jp/~mwm48961/math/index\\_m.htm](http://www.geisya.or.jp/~mwm48961/math/index_m.htm)
- 三宅敏恒：『入門微分積分』，培風館，1992
- 日本レクリエーション協会／監修：『友だち発見！アイデア室内あそび1』，  
学習研究社，2000
- 宮本哲也：『算数パズルトレーニング』，東洋経済新報社，2005

# 付録

## パズル教材の問題

<p>パズル1 (タイプ1)</p> <p>○数独を参考にしたパズルで、因数分解・組み立て除法・式の展開の学習ができるパズル</p> <p>(ルール)</p> <p>◎下のマスには3種類の関数の展開、因数分解、解のいずれかが入る。</p> <p>◎○には、数字又は<math>x^n</math>を入れる。</p> <p>◎各縦・横の列には同じ関数を変形したもの、及びその解は入らない。</p> <table border="1" data-bbox="170 682 683 968"> <tbody> <tr> <td><math>(\bigcirc+\bigcirc)(\bigcirc-\bigcirc)</math> <math>(\bigcirc+\bigcirc)=0</math></td> <td><math>x=-5,</math> <math>-1, 1</math></td> <td><math>x^2-3x-28</math> <math>=0</math></td> </tr> <tr> <td><math>x=-4, \bigcirc</math></td> <td><math>x^4-x^3-15x^2</math> <math>-5x-100=0</math></td> <td><math>(x-\bigcirc)(x+\bigcirc)</math> <math>(x+5)=0</math></td> </tr> <tr> <td><math>x^3+\bigcirc x^2</math> <math>-x-\bigcirc=0</math></td> <td><math>(x-\bigcirc)(x+\bigcirc)</math> <math>=0</math></td> <td><math>x=-4, \bigcirc</math></td> </tr> </tbody> </table>	$(\bigcirc+\bigcirc)(\bigcirc-\bigcirc)$ $(\bigcirc+\bigcirc)=0$	$x=-5,$ $-1, 1$	$x^2-3x-28$ $=0$	$x=-4, \bigcirc$	$x^4-x^3-15x^2$ $-5x-100=0$	$(x-\bigcirc)(x+\bigcirc)$ $(x+5)=0$	$x^3+\bigcirc x^2$ $-x-\bigcirc=0$	$(x-\bigcirc)(x+\bigcirc)$ $=0$	$x=-4, \bigcirc$	<p>パズル1 (タイプ2)</p> <p>○数独を参考にしたパズルで、因数分解・組み立て除法・式の展開の学習ができるパズル</p> <p>(ルール)</p> <p>◎マスの中には方程式の展開、因数分解、解のいずれかが入る。</p> <p>◎各縦・横の列には同じ関数を変形したもの、及びその解は入らない。</p> <p>◎各縦・横の列には因数分解、展開、解が1つずつ入る。</p> <table border="1" data-bbox="703 701 1197 968"> <tbody> <tr> <td><math>x^4-16=0</math></td> <td></td> <td><math>(3x-1)(x+2)</math> <math>(2x+5)=0</math></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td><math>x^4+10x^3+35</math> <math>x^2+50x+24</math></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td><math>x=-2, 2</math></td> </tr> </tbody> </table>	$x^4-16=0$		$(3x-1)(x+2)$ $(2x+5)=0$			$x^4+10x^3+35$ $x^2+50x+24$			$x=-2, 2$
$(\bigcirc+\bigcirc)(\bigcirc-\bigcirc)$ $(\bigcirc+\bigcirc)=0$	$x=-5,$ $-1, 1$	$x^2-3x-28$ $=0$																	
$x=-4, \bigcirc$	$x^4-x^3-15x^2$ $-5x-100=0$	$(x-\bigcirc)(x+\bigcirc)$ $(x+5)=0$																	
$x^3+\bigcirc x^2$ $-x-\bigcirc=0$	$(x-\bigcirc)(x+\bigcirc)$ $=0$	$x=-4, \bigcirc$																	
$x^4-16=0$		$(3x-1)(x+2)$ $(2x+5)=0$																	
		$x^4+10x^3+35$ $x^2+50x+24$																	
		$x=-2, 2$																	
<p>パズル2</p> <p>○数独を参考にしたパズルで、三角形の内角と辺の長さの関係から、相似な三角形の判定・直角三角形の性質・余弦定理の学習が出来るパズル</p> <p>(ルール)</p> <p>◎下のマスには3種類の相似な三角形が入る。</p> <p>◎各縦・横の列には同じ種類の三角形は入らない。</p> <p>◎既に決まっている値を参考に残りの値を求める。</p> <table border="1" data-bbox="170 1321 683 1575"> <tbody> <tr> <td><math>\angle A + \angle B =</math></td> <td><math>CA=1 \quad C=\sqrt{3}</math> <math>\angle C=30^\circ</math></td> <td><math>AB=6\sqrt{2}</math> <math>BC=12 \quad \angle B=45</math></td> </tr> <tr> <td><math>BC=2 \quad CA=</math></td> <td><math>AB=8 \quad BC=6</math> <math>CA=10</math></td> <td><math>\angle A=120^\circ</math> <math>\angle B= \quad \angle C=</math></td> </tr> <tr> <td><math>AB= \quad CA=3</math> <math>BC=3\sqrt{3}</math></td> <td><math>\angle A= \quad \angle B=</math> <math>AB=1 \quad BC=</math></td> <td><math>AB=16 \quad BC=12</math> <math>CA=</math></td> </tr> </tbody> </table>	$\angle A + \angle B =$	$CA=1 \quad C=\sqrt{3}$ $\angle C=30^\circ$	$AB=6\sqrt{2}$ $BC=12 \quad \angle B=45$	$BC=2 \quad CA=$	$AB=8 \quad BC=6$ $CA=10$	$\angle A=120^\circ$ $\angle B= \quad \angle C=$	$AB= \quad CA=3$ $BC=3\sqrt{3}$	$\angle A= \quad \angle B=$ $AB=1 \quad BC=$	$AB=16 \quad BC=12$ $CA=$	<p>パズル3</p> <p>○数独を参考にしたパズルで、微分・積分の計算を学習できるパズル</p> <p>(ルール)</p> <p>◎<math>3 \times 3</math>のマスの中に<math>f(x), g(x), h(x)</math>の3種類の関数を、それぞれ0回から2回まで微分した関数を入れる。</p> <p>◎各縦と横の1列には同じ種類の関数も、同じ微分回数の関数も入れてはならない。</p> <table border="1" data-bbox="703 1354 1197 1634"> <tbody> <tr> <td><math>\sin x + \cos x</math></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>6\cos^2 x \sin x</math> <math>+3\sin^3 x</math></td> <td><math>\cos x - \sin x</math></td> <td><math>\sin 2x</math></td> </tr> <tr> <td><math>2\cos 2x</math></td> <td><math>\sin x</math></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	$\sin x + \cos x$			$6\cos^2 x \sin x$ $+3\sin^3 x$	$\cos x - \sin x$	$\sin 2x$	$2\cos 2x$	$\sin x$	
$\angle A + \angle B =$	$CA=1 \quad C=\sqrt{3}$ $\angle C=30^\circ$	$AB=6\sqrt{2}$ $BC=12 \quad \angle B=45$																	
$BC=2 \quad CA=$	$AB=8 \quad BC=6$ $CA=10$	$\angle A=120^\circ$ $\angle B= \quad \angle C=$																	
$AB= \quad CA=3$ $BC=3\sqrt{3}$	$\angle A= \quad \angle B=$ $AB=1 \quad BC=$	$AB=16 \quad BC=12$ $CA=$																	
$\sin x + \cos x$																			
$6\cos^2 x \sin x$ $+3\sin^3 x$	$\cos x - \sin x$	$\sin 2x$																	
$2\cos 2x$	$\sin x$																		

パズル 4

○数独を参考にしたパズルで、一次関数の学習ができるパズル

(ルール)

◎ $3 \times 3$  のマスの中には 3 種類の一次関数  $f(x), g(x), h(x)$  の式、傾きと切片、座標のいずれかが入る。

◎各縦と横の 1 列には式、傾きと切片、座標が 1 つずつ入る。

◎同じ列に同じ種類の式、傾きと切片、座標は入らない。

傾き： 切片： $-1$	$(3, \quad)$	$3x+5y$ $+7=0$
		$(8, 1)$
$(1, \quad)$	$-2x+8y$ $+8=0$	傾き： $\frac{2}{3}$ 切片： $\frac{3}{7}$

パズル 5

○トランプとサイコロ 2 個を使って四則演算の学習ができるパズル

(ルール)

◎1 から 13 までのトランプカードを 1 人に 1 組ずつ配る。

◎2 つのサイコロを振り、出た目の積を求める。

◎サイコロを振った人は自分のカードを使って、積に一致するように四則演算を 1 度する。

◎1 度の演算に同じ演算記号を使ってはいけない。

◎1 のカードは、1~13 までのどのカードとしても使うことができるが、1 以外のカードとして使う場合は、演算に使うカードは 2 枚までとする。

◎1 度使ったカードは表にして捨てていき、先にカードを全て捨てた人が勝ち。

◎カードは他のプレイヤーに見せて捨てなければならない。

◎計算を考える制限時間は 30 秒とする。

◎30 秒以内にカードを出さない場合は、カードを捨てることは出来ず、自分が捨てたカードから 1 枚取り次の人がサイコロを振る。

◎演算には( )を使ってもよい。

◎他のプレイヤーが出したトランプの計算が間違っているのを発見したら、自分のカードの中から好きなカードを 1 枚捨てることができる。