

## 圧電素子で駆動される小形フレキシブル マニプレータの先端力制御\*

(離散時間制御系における力センサ出力の表し方)

江 鐘 偉\*<sup>1</sup>, 長 南 征 二\*<sup>2</sup>

### End-Point Force Control of a Miniature Flexible Manipulator Driven by Piezoelectric Bimorph Cells (Modeling of the Force Sensor Output for the Simulation Analysis of the Time-Discrete Feedback Control)

Zhong-wei JIANG and Seiji CHONAN

This paper is a study on the output of the force sensor which is used for the simulation analysis of the time-discrete digital force control of a miniature flexible robotic arm driven by piezoelectric bimorph cells. The output of the sensor installed on the tip of the arm modeled by (a) the product of the axial stiffness of the sensor with the relative displacement of the sensor to the object and by (b) the lateral force derived from the integration of the equation of motion of the arm. Model (a) is the classical, commonly used expression on the sensor output, while model (b) is the expression newly proposed in this analysis. It is found from the numerical analysis that model (a) presents unsatisfactory estimation while model (b) offers adequate results for the output of sensor which is used for a simulation analysis for the time-discrete digital feedback control of the system.

**Key Words:** Simulation, Continuum Mechanics, Robotics, Miniature Flexible Manipulator, Force Sensor, Piezo-Electric Actuator, Time-Discrete Method, Data Processing

#### 1. 緒 言

ロボットの研究の発展に伴い、力制御形フレキシブルマニプレータの研究が近年盛んに行われるようになった。例えば一定力で対象物を把持し作業を行うロボットハンドや、振動するディスク面に対して接触圧を一定に保つような磁気ヘッドの開発が進められている。しかしながらこのような力制御を行う場合、対象とする力についての情報を得る必要がある。力情報を得る方法としてはモータ電流や出力トルクなどを計測する方法があるが、これは対象とするマニプレータシステムによっては、適応性や精度に限界が生じる。この点を解決するためには、対象物と直接接触する力センサの開発・導入が必要不可欠である。現在一般に使用されている接触力センサは、基本的にはセンサの変形によって力の大きさを換算するもので理論的には単なる弾性ばねで置き換えられるものである。ばね型センサをフレキシブルマニプレータの端に取付け対象物と接触させたときは、センサとマニプレータ双方が変形する。このような場合、力の大きさを表すセンサ出

力を理論上どのように表現しシミュレーション解析で用いるか明らかにすることは力制御形フレキシブルロボットアームの解析法を確立する上で重要な問題である。

最近、接触力センサを有する制御形ロボットアームについて数多くの研究がなされているが<sup>(1)~(10)</sup>、これらの研究は主に先端に力センサを取付けた剛体マニプレータを取り上げ、その力<sup>(9)~(5)</sup>および力と変位の混合<sup>(6)~(10)</sup>制御法を示したものである。一方、フレキシブルマニプレータについてはその力制御問題はまだまだ十分に研究がなされていない。Jacquot<sup>(2)</sup>は、先端にばね・ダンパ系を有する片持ちばりが先端に外力を受けたときの系の過渡応答について解析している。また Chiou と Shahinpoor<sup>(1)</sup>は一端単純支持・他端弾性支持ばりを力制御形フレキシブルマニプレータのモデルとして用い系の固有値解析を行った。解析では力センサを弾性支持端のばねでモデル化し、センサの出力はばね定数とはりのたわみ量との積で与えられるとしている。これらの解析では、解法として Laplace 変換法か連続時間系におけるモード解析法が用いられ系の応答と固有値が求められているが、系内の諸パラメータおよびセンサのばね定数の変化がセンサ出力にどう影響するかはまだ詳細に検討されていない。実用制御系ではコ

\* 原稿受付 平成3年4月19日。

<sup>1</sup> 准員, 東北大学工学部 (〒980 仙台市青葉区荒巻字青葉)。<sup>2</sup> 正員, 東北大学工学部。

コンピュータを用いたデジタル制御が広く使用されていることを考えると、理論的なシミュレーション解析においても系を離散時間系として考え扱うほうが好ましいと思われる。さらにセンサと接触している対象物が揺動する場合、センサ出力はばね定数にはり先端・対象物間の変位差を掛けたもので与えられるが、この場合はねの硬さや離散時間系における時間遅れなどによってセンサ出力のシミュレーション値に大きな誤差が誘発される可能性が大きい。

以上の点にかんがみ、本研究は接触力制御形小形フレキシブルマニプレータ開発の第一歩として、圧電素子をアクチュエータとし先端に接触力センサを取付けたフレキシブルマニプレータを取り上げ、そのモデル化と離散時間系におけるシミュレーション解析法を示し、接触力センサの出力表示式に及ぼす諸パラメータの影響を明らかにするものである。

2. モデル化および解析法

本研究で取扱う小形フレキシブルマニプレータを図1に示す。弾性片持ばりは根元に貼られた2枚のバイモルフ型圧電素子で曲げ駆動される。はりはさらに先端に接触力センサが取付けられている。以下、はりの縦弾性係数を  $E_b$ 、密度を  $\rho_b$ 、断面積を  $A_b$ 、断面二次モーメントを  $I_b$ 、また圧電素子の縦弾性係数を  $E_p$ 、密度を  $\rho_p$ 、断面積を  $A_p$  とする。さらにアームの内部減衰係数を  $\gamma$ 、圧電素子の発生する曲げモーメントを  $M_p$  とする。また、アーム先端に付けられたセンサの質量を  $m$ 、ばねこわさを  $K_s$  とする。

アームが  $xy$  面内でのみ変形しセンサが常に対象物と接触していると仮定すると、アームの微小要素  $dx$  に加わるモーメントと力の釣合い式は

$$\frac{\partial M}{\partial x} dx - \frac{\partial M_0}{\partial x} dx - Q dx = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$[\rho(x)A(x) + m\delta(x-l)] \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} dx = \frac{\partial Q}{\partial x} dx - F_s^* dx \dots\dots\dots (2)$$

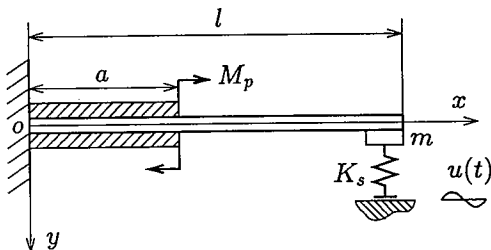


図1 解析モデルおよび座標系

ここに  $F_s^*$  はセンサを介してアームに作用する力、また  $M_0 = -M_p[H(x-0) - H(x-a)]$  である。  $H(\cdot)$  は Heaviside のステップ関数、  $\delta(\cdot)$  は Dirac のデルタ関数、  $Q$  はせん断応力、  $M$  は曲げモーメントである。上式にオイラのはり理論を適用すると、圧電素子で駆動されるフレキシブルマニプレータの運動方程式は最終的に次のように求まる。

$$[\rho(x)A(x) + m\delta(x-l)] \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ E(x)I(x) \left( 1 + \gamma \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] = M_p [\delta'(x-0) - \delta'(x-a)] - F_s^* \dots\dots\dots (3)$$

ここに

$$\rho(x)A(x) = \begin{cases} \rho_b A_b & \text{for } a \leq x \leq l \\ (\rho A)_{bp} & \text{for } 0 \leq x \leq a \end{cases}$$

$$E(x)I(x) = \begin{cases} E_b I_b & \text{for } a \leq x \leq l \\ (EI)_{bp} & \text{for } 0 \leq x \leq a \end{cases} \dots\dots\dots (4)$$

であり、  $(\rho A)_{bp}$  と  $(EI)_{bp}$  は圧電素子を貼り付けた部分のはり単位長当たりの質量および曲げこわさを表す。また、センサを介してアームに作用する力  $F_s^*$  は

$$F_s^* = F_s(l, t) = K_s [y_l(t) - u(t)] = K_s [y(x, t) - u(t)] \delta(x-l) \dots\dots\dots (5)$$

のように与えられる。ここに  $F_s(l, t)$  はセンサの出力、  $y_l(t)$  はセンサが取付けられているアーム先端の変位、  $u(t)$  は接触している対象物の変位である。さらに上式を式(3)に代入し、整理すると

$$[\rho(x)A(x) + m\delta(x-l)] \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ E(x)I(x) \left( 1 + \gamma \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] + K_s y(x, t) \delta(x-l) = M_p [\delta'(x-0) - \delta'(x-a)] + K_s u(t) \delta(x-l) \dots\dots\dots (6)$$

が得られる。式(6)を解くに当たり、その一般解としてモード関数  $W_n(x)$  を導入し、

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^N W_n(x) f_n(t) \dots\dots\dots (7)$$

とおく。  $N$  は解析で考慮するモードの項数を表す。ここで、対象物が変位  $u(t)$  で動いていることを考慮しモード関数  $W_n(x)$  を次のように置く。

$$W_n(x) = \begin{cases} X_n(x) & \text{for } 1 \leq n \leq M \\ Z_{n-M}(x) & M+1 \leq n \leq N \end{cases} \dots\dots\dots (8)$$

ここに、  $X_n(x)$  は運動方程式

$$[\rho(x)A(x) + m\delta(x-l)] \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ E(x)I(x) \left( 1 + \gamma \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] = 0 \dots\dots\dots (9)$$

に一端固定・他端自由の境界条件を適用して求めたものである。同様に  $Z_n(x)$  は運動方程式

$$[\rho(x)A(x) + m\delta(x-l)] \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ E(x)I(x) \left( 1 + \gamma \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] + K_s y(x, t) \delta(x-l) = 0 \quad (10)$$

と同じ境界条件を適用して求めたものである。すなわち  $X_n(x)$  は一端固定・他端自由の片持ばりのモード関数、 $Z_n(x)$  は一端固定・他端弾性ばね支持のはりのモード関数である。

図1に示すように圧電素子はアームの根元に貼り付けられているため、マニプレータの断面積は  $x=a$  で不連続となる。そこで図1のマニプレータを  $x=a$  で2段 ( $i = I, II$ ) に分け、その接点で変位、回転角、モーメントおよびせん断力が連続であるという境界条件を用いると、固定端側から  $i$ 番めのはりのモード関数  $X_n(x)$  と  $Z_n(x)$  は式(9)、(10)より次のように求められる。

$$X_n(x) = A_n^i S(\xi_n^i x) + B_n^i T(\xi_n^i x) + C_n^i U(\xi_n^i x) + D_n^i V(\xi_n^i x) + \frac{\alpha_n^i}{(\xi_n^i)^3} X_n^i(l) V[\xi_n^i(x-l)] H(x-l) \quad i = I, II \quad (11)$$

$$Z_n(x) = E_n^i S(\xi_n^i x) + F_n^i T(\xi_n^i x) + G_n^i U(\xi_n^i x) + H_n^i V(\xi_n^i x) + \frac{\beta_n^i}{(\xi_n^i)^3} Z_n^i(l) V[\xi_n^i(x-l)] H(x-l) \quad i = I, II \quad (12)$$

ここに

$$S(\xi x) = \frac{1}{2} [\cosh(\xi x) + \cos(\xi x)] \\ T(\xi x) = \frac{1}{2} [\sinh(\xi x) + \sin(\xi x)] \\ U(\xi x) = \frac{1}{2} [\cosh(\xi x) - \cos(\xi x)] \\ V(\xi x) = \frac{1}{2} [\sinh(\xi x) - \sin(\xi x)] \quad (13)$$

$$(\xi^i)^4 = - \frac{(\rho A)^i p_n^2}{(EI)^i (1 + \gamma p_n)} \\ \alpha_n^i = - \frac{m p_n^2}{E_b I_b (1 + \gamma p_n)} \\ \beta_n^i = - \frac{m p_n^2 + K_s}{E_b I_b (1 + \gamma p_n)} \quad (14)$$

であり、 $p_n$  は各はりの  $n$  次モードの固有角振動数、 $A_n^i - H_n^i$  は境界条件より求まる係数である。

式(11)と式(12)を導入すると、一般解式(7)は次の

ように表される。

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^M X_n(x) f_n(t) + \sum_{n=M+1}^N Z_{n-M}(x) f_{n-M}(t) \quad (15)$$

ところで緒言に述べたように、本論文は理論的なセンサ出力の表し方とセンサ出力表示式に及ぼす系の諸パラメータの影響を調べることを目的としている。このため以下、支配運動方程式(6)で考慮した制御入力、すなわち圧電素子で発生される曲げモーメント  $M_p$  を零と置き、さらに解析を進めていくこととする。

式(7)を式(6)に代入し、得られた式にガレルキン法を適用し整理すると以下のマトリックス表示の運動方程式が得られる。

$$M\ddot{F} + \Gamma\dot{F} + KF = U \quad (16)$$

ここに  $M, \Gamma, K$  および  $U$  のマトリックスの要素はそれぞれ

$$m_{ij} = \int_0^l [\rho(x)A(x) + m\delta(x-l)] W_j(x) W_i(x) dx \\ \gamma_{ij} = \int_0^l \gamma E(x)I(x) \frac{\partial^4 W_j(x)}{\partial x^4} W_i(x) dx \\ k_{ij} = \int_0^l [E(x)I(x) \frac{\partial^4 W_j(x)}{\partial x^4} + K_s W_j(x) \delta(x-l)] W_i(x) dx \\ u_i = \int_0^l K_s u(t) \delta(x-l) W_i(x) dx \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad (17)$$

で与えられる。式(16)を連続時間系の状態方程式に表すと

$$\dot{x}(t) = A_c x(t) + B_c u(t) \\ y(t) = C_c x(t) \quad (18)$$

ただし、

$$x(t) = \begin{Bmatrix} F(t) \\ \dot{F}(t) \end{Bmatrix}, A_c = \begin{bmatrix} O & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}\Gamma \end{bmatrix} \\ B_c = [O \quad M^{-1}]^T, C_c = [W_1 \dots W_N, 0 \dots 0] \quad (19)$$

である。

さて、センサ出力表示式は式(5)によると

$$F_s^i = F_s(i, t) = K_s [yL(t) - u(t)] \quad (20)$$

となる。他方、式(2)を  $x$  について零から  $l$  まで積分すると同出力は

$$F_s^i = \int_0^l F_s(x, t) \delta(x-l) dx = - \int_0^l [\rho(x)A(x) + m\delta(x-l)] \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} - \int_0^l \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ E(x)I(x) \left( 1 + \gamma \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} \right] dx \quad (21)$$

とも表示される。

以下、アームデジタル制御系で駆動・制御することとし、連続時間系の入力  $u(t)$  をサンプリング周期  $T$  の間で一定とみなす零次ホールド近似

$$u(t) = u(i) \text{ for } iT \leq t < (i+1)T \dots\dots\dots(22)$$

あるいは、一次式で表す一次ホールド近似

$$u(t) = u(i) + \frac{u(i) - u(i-1)}{T}(t - iT) \text{ for } iT \leq t < (i+1)T \dots\dots\dots(23)$$

を用いて離散化することを考えると、式(18)は零次ホールド・一次ホールド近似それぞれに対し次のように書き換えられる。

零次ホールド：

$$\begin{aligned} x(i+1) &= Ax(i) + Bu(i) \\ y(i) &= Cx(i) \end{aligned} \dots\dots\dots(24)$$

一次ホールド：

$$\begin{aligned} x(i+1) &= Ax(i) + (2B - B_1/T)u(i) \\ &\quad + (-B + B_1/T)u(i-1) \\ y(i) &= Cx(i), u(-1) = 0 \end{aligned} \dots\dots\dots(25)$$

ただし、

$$\begin{aligned} A &= \exp[A_c T], B = \int_0^T \exp[A_c \tau] d\tau B_c \\ B_1 &= \int_0^T \tau \exp[A_c \tau] d\tau B_c, C = C_c \end{aligned} \dots\dots\dots(26)$$

以下、式(24)~(26)を用いて数値計算を行い、系の諸パラメータの変化による  $F_s^1, F_s^2$  の変化、およびその相違点を調べることにする。

3. 計算結果および考察

始めに比較を容易にするため、圧電素子およびセンサの質量を考慮しない単一の片持ばりについて検討を行い、その後バイモルフ型圧電素子を貼り付け先端に

表 1 圧電素子・はり系の物性値

Beam	Piezoelectric Cell
$b = 12.2 \text{ mm}$ $h_s = 0.3 \text{ mm}$ $\rho_b = 8.67 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ $E_b = 102.47 \times 10^9 \text{ N/m}^2$	$a = 32 \text{ mm}$ $b = 12.2 \text{ mm}$ $h_p = 0.65 \text{ mm}$ $\rho_p = 7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ $E_p = 58.03 \times 10^9 \text{ N/m}^2$
Single Cantilever Beam	$l = 100 \text{ mm}$ $\gamma = 3.36 \times 10^{-4} \text{ sec}$
Beam-Cell System	$l = 50 \text{ mm}$ $\gamma = 4.19 \times 10^{-5} \text{ sec}$ $m = 0.314 \text{ g}$

センサ質量を有するフレキシブルマニプレータについて解析を行う。単一はりおよび圧電素子とセンサを有するフレキシブルマニプレータ系の物性値を表1に示す。

前節の解析ではりのモード関数式(8)を導入したが、関数の妥当性および近似項数  $M, N$  の取り方をサンプリング周期  $T=3 \text{ msec}$  の零次ホールドを用いた離散化した場合につき、図2~5に示す。図2はモード関数を  $W_n(x) = X_n(x), n=1, 2$ , とした場合、すなわち片持ばりの一次、二次モード関数を用いた場合の結果である。図2(a)はセンサのばね定数が  $K_s=5 (= 14.06 \text{ N/m})$  と非常に軟らかい場合、図2(b)は  $K_s=2000 (= 5625.6 \text{ N/m})$  と硬い場合の結果である。図中の点線ははり先端のたわみ  $y_L(t)$ 、一点鎖線はセンサと接触している対象物の移動量  $u(t)$ 、破線は式(20)で表した場合のセンサ出力値  $F_s^1$ 、実線は式(21)を用いた場合のセンサ出力値  $F_s^2$  である。図2より、センサと接触する対象物が立ち上がり一定値  $u=2 \text{ mm}$  になったとき、 $K_s=5$  [図2(a)] でははり先端のたわみは  $y_L=1.248 \text{ mm}$ 、センサ出力は  $F_s^1=0.01058 \text{ N}$ 、 $F_s^2=0.00738 \text{ N}$  となっている。一方、 $K_s=2000$  [図2(b)] の場合は  $y_L=1.997 \text{ mm}$ 、 $F_s^1=0.01693 \text{ N}$ 、 $F_s^2=0.01182 \text{ N}$  である。これらの値よりセンサ出力  $F_s^1, F_s^2$  はかなり異なった値を持つことがわかる。表1に示した片持ばり先端に静荷重  $F_s(N)$  を加えたときの先端の点のたわみ  $y_L$  を材料力学で求めると

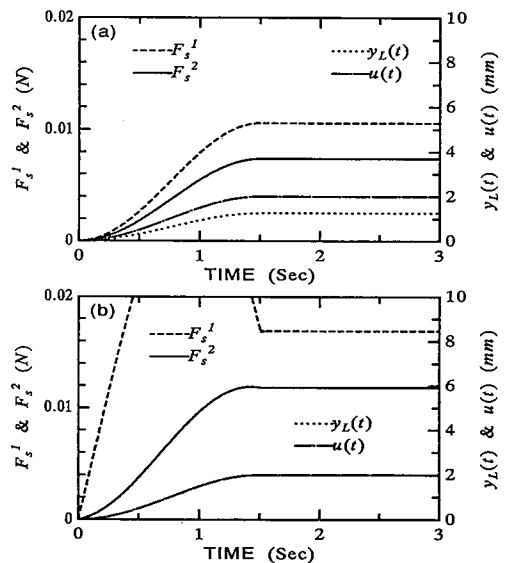


図2 センサ出力および変位応答 ( $X_n(x), n=1, 2$ ; 0次ホールド),  $T=3 \text{ msec}$ ; (a)  $K_s=5$ ; (b)  $K_s=2000$

$$y_L = \frac{F_s^1 \delta}{3E_s I_b} = 118.5 F_s (\text{mm}) \dots \dots \dots (27)$$

式(27)に、上に示した  $F_s^1, F_s^2$  の値を代入し  $y_L$  の値を求め図2の  $y_L$  と比較すると、 $F_s^1$  を用いた場合のほうが両者良く一致し  $F_s^1$  のほうが正確に接触力を表していることがわかる。ただしセンサのばね常数が大きい場合には図2(b)から明らかのように、立ち上がり時に  $F_s^1$  の値が非常に大きく求まり誤差が出てしまう。

図3は図2と逆に、モード関数を  $W_n(x) = Z_n(x)$ ,  $n=1, 2$ , とした場合、すなわち一端固定・他端弾性支持ばりの一次、二次モード関数を用いた場合の結果を示す。ここで、数値計算に用いたパラメータは図2の場合と同じである。図より、 $K_s=5$  [図3(a)] と軟らかい場合、はり先端の変位  $y_L$  とセンサ出力  $F_s^1$  はそれぞれ 1.235 mm, 0.010 76 N であり図2(a)の場合とほぼ同じ値であるが、センサ出力  $F_s^2$  は 0.002 02 N とかなり小さく求まっている。また、 $K_s=2000$  [図3(b)] と硬い場合、はりのたわみ  $y_L$  が 0.089 06 mm とかなり小さく求まり、先端が固定端に近い状態になってしまう。この場合センサ出力とする  $F_s^1$  と  $F_s^2$  はそれぞれ 10.750 5 N, -0.502 9 N と求まり、かなり異なった値となる。

センサ出力  $F_s^1$  と  $F_s^2$  は理論上等しくなければならないが上記結果より、シミュレーション解析においては一端固定・他端自由あるいは一端固定・他端弾性支持ばりのモード関数のみを用いることは不適當である

ことが言える。

図4は図2, 3で用いたモード関数をたし合わせたもの、すなわち式(8)で示されたモード関数を用い、近似項数を  $M=2, N=4$  として求めた結果である。数値計算で用いた諸パラメータの値は図2, 3と同じである。 $K_s=5$  [図4(a)] において、対象物の変位が  $u(t)=2$  mm となったときの応答値は  $y_L=1.250$  mm,  $F_s^1=0.010 548$  N,  $F_s^2=0.009 625$  N であり、 $K_s=2000$  [図4(b)] の場合は  $y_L=1.997$  mm,  $F_s^1=0.016 85$  N,  $F_s^2=0.016 17$  N となっている。これらの値からわかるように変位  $y_L$  とセンサ出力  $F_s^1$  の値は、モード関数に  $X_n(x)$  を用いた図2の場合とほとんど変わらないが、センサ出力  $F_s^2$  が  $F_s^1$  に近づいていること、また  $y_L$  と  $F_s^1$  の間には  $y_L=118.5 F_s^1$  の関係が成り立っており式(27)の関係に一致していることが言える。しかしながら、図4の場合でもセンサ出力とする  $F_s^1$  と  $F_s^2$  の間には一定の差が見られる。図5は、両モードの近似項数を変えた場合の応答の変化を示す。図5(a), (b)は  $K_s=5$ , 図5(c), (d)は  $K_s=2000$  の場合であり、図5(a), (c)は近似項数  $M=2, N=3$ , すなわち  $X_n(x)$  を二次まで、 $Z_n(x)$  を一次まで考慮した場合、図5(b), (d)は  $M=3, N=4$ , すなわち  $X_n(x)$  を三次まで、 $Z_n(x)$  を一次まで考慮した場合の結果である。図からわかるように、はり先端のたわみ  $y_L$  は近似項数  $N$  にほとんど影響されないがセンサ出力  $F_s^2$  は図4(a)の場合よりかなり  $F_s^1$  に近づき、特に  $N=4$

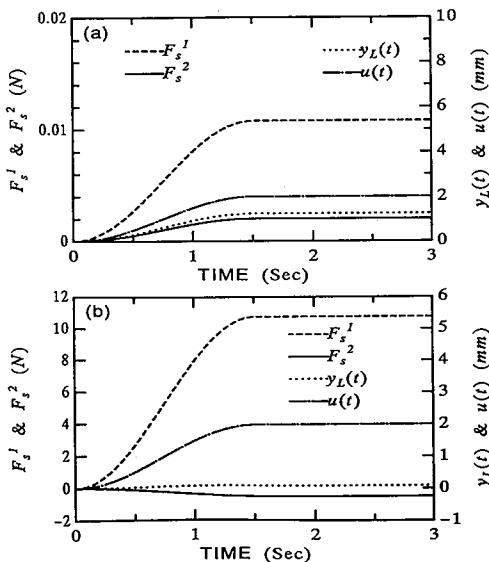


図3 センサ出力および変位応答 ( $Z_n(x)$ ,  $n=1, 2$ ; 0次ホルダ,  $T=3$  msec; (a)  $K_s=5$ ; (b)  $K_s=2000$ )

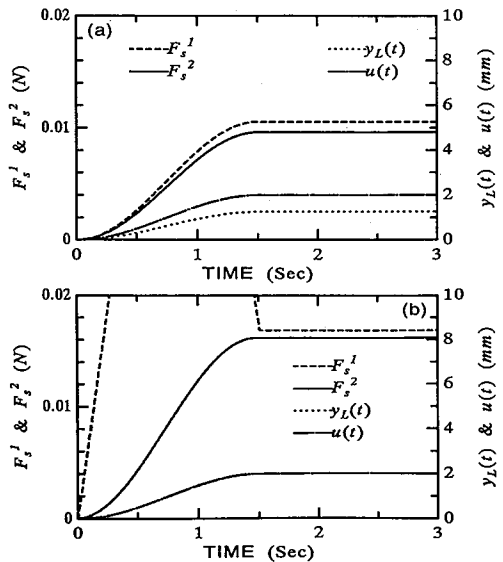


図4 センサ出力および変位応答 ( $X_n(x) + Z_n(x)$ ,  $n=1, 2$ ; 0次ホルダ,  $T=3$  msec; (a)  $K_s=5$ ; (b)  $K_s=2000$ )

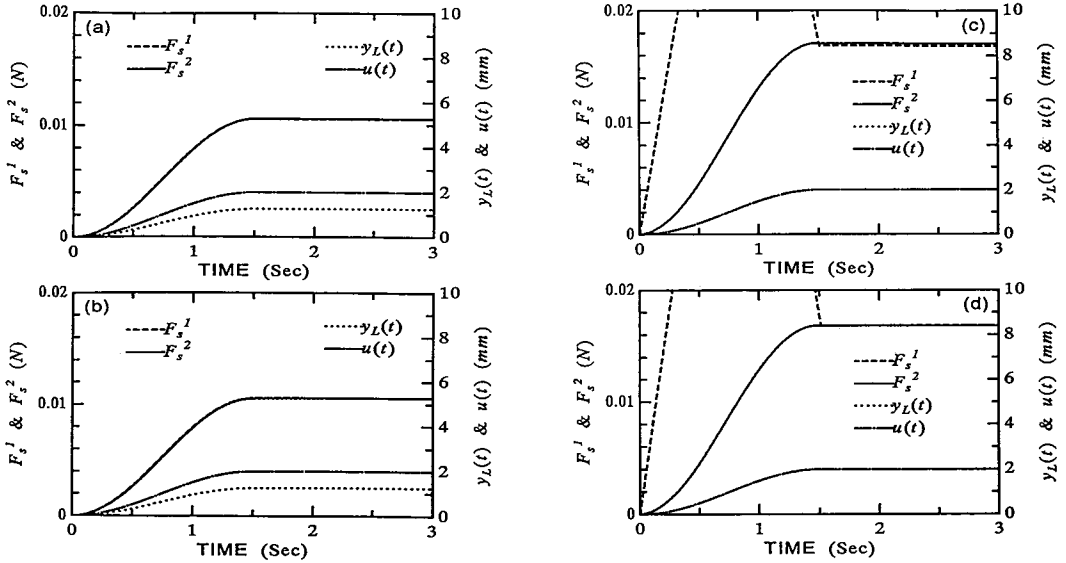


図5 センサ出力および変位応答 ( $X_n(x)+Z_n(x)$ ; 0次ホールダ),  $T=3$  msec; (a)  $M=2, N=3, K_s=5$ ; (b)  $M=3, N=4, K_s=5$ ; (c)  $M=2, N=3, K_s=2000$ ; (d)  $M=3, N=4, K_s=2000$

とした場合は  $F_s^2$  と  $F_s^1$  がほぼ一致していることがわかる。以上よりはりのたわみ  $y_L$  は少ない近似項数でも十分な精度で求められるが、接触力を得るには近似項数を多くとる必要のあることが言える。ちなみに  $Z_n(x)$  モードを二次以上まで考慮して計算を行うとセンサ出力の値、特に  $F_s^2$  の値が大きく求まり良い結果が得られなかった。このことより、力制御のシミュレーション解析ではモード関数  $W_n(x)$  を

$$W_n(x) = \begin{cases} X_n(x) & \text{for } 1 \leq n \leq M \\ Z_1(x) & \text{for } n=N, N=M+1 \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \end{cases} \quad (28)$$

と定義すべきであることが言える。

$K_s$  が軟らかいとき ( $K_s=5$  のとき) 対象物とはり先端には大きな変位差が生じセンサ自身の変形が大きくなる。一方、センサのばね定数  $K_s$  が大きいと図2 (b), 図4 (b), 図5 (c), (d) より明らかなように、対象物が時間変動する間  $F_s^1$  がかなり大きな値を示し、正確にセンサ出力を表さない。この原因として、連続時間系に零次ホールダ式(22)を用いて離散化したことが考えられる。一般に離散化によって得られた先端変位には誤差が含まれており、この誤差はアーム先端変位だけを求める場合には無視できる程度のものであるが、力  $F_s^1$  を求める場合にはばね定数  $K_s$  の値が大きくなるに従い増幅してしまう。この誤差を小さくするにはサンプリング周期を短くするかまたは一次ホールダを用いることが考えられる。図6は  $K_s=2000$ , 近似

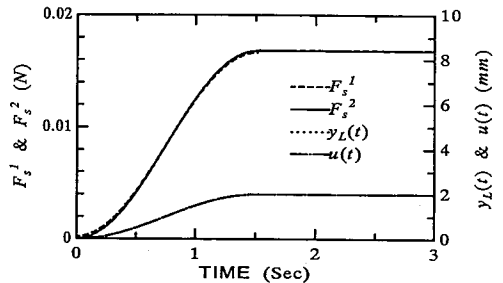


図6 センサ出力および変位応答 ( $X_n(x)+Z_1(x)$ ,  $n=1, 2, 3, 1$ 次ホールダ),  $T=3$  msec  $K_s=2000$

項数  $M=3, N=4$  の場合につき、式(23)で示される一次ホールダを用いて得られた結果を示す。この場合センサ出力  $F_s^1, F_s^2$  はかなり良く一致している。

以上の結果は対象物が滑らかな関数に従いゆっくりと目標値 ( $u=2$  mm) まで移動する場合の結果、すなわち準静的な入力に対する結果である。対象物が一定周期で正弦波状に動く動的入力の場合、センサ出力に与える諸パラメータの影響を示したのが図7, 8である。図7は対象物が周波数 1 Hz, 振幅 2 mm で正弦波状に動く場合のはり先端のたわみ  $y_L$  とセンサ出力  $F_s^1, F_s^2$  を示したものである。センサのばね定数は  $K_s=500 (=1406.4 \text{ N/m})$ , また近似項数は  $M=3, N=4$  としている。図7 (a), (b) はそれぞれサンプリング周期  $T=3$  msec の零次ホールダと一次ホールダを用いた場合の結果である。はりのたわみ  $y_L$  とセンサ出力  $F_s^2$  は (a), (b) でほとんど同じ値を取っているが、

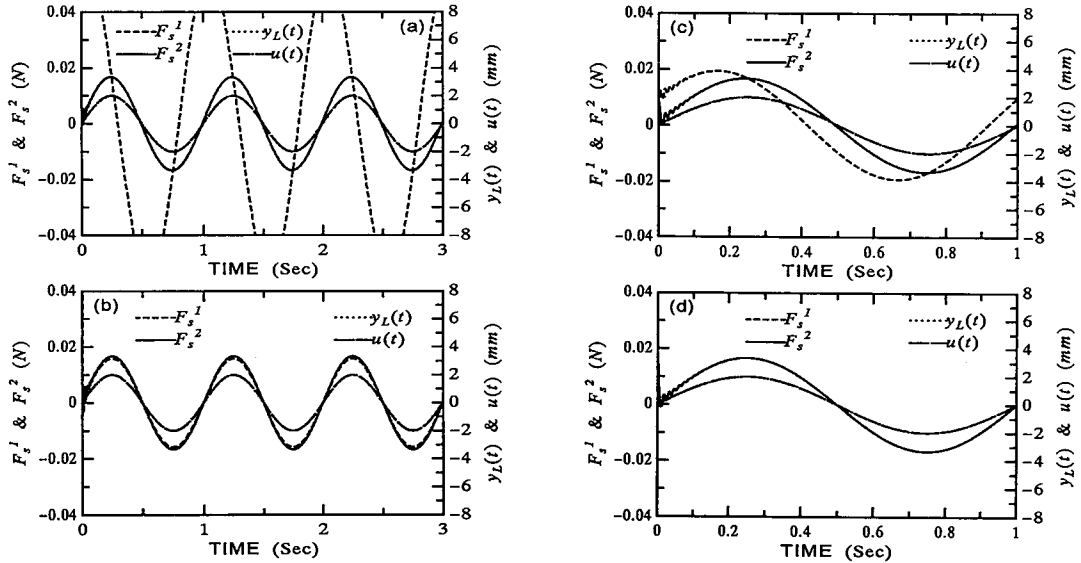


図7 対象物が振幅2 mm 周波数1 Hzの正弦波状に動く場合のセンサ出力および先端変位応答,  $K_s=500$ ,  $M=3$ ,  $N=4$ ; (a)  $T=3$  msec, 0次ホールド; (b)  $T=3$  msec, 1次ホールド; (c)  $T=1$  msec, 0次ホールド; (d)  $T=1$  msec, 1次ホールド

$F_s^1$  は図7(a)の零次ホールドの場合位相が大きくずれかつ、かなり大きな値となっている。一方、図7(b)では  $F_s^1$  は  $F_s^2$  と近い値になっているが  $F_s^2$  より小さめに出ている。図7(c), (d)は図7(a), (b)に対してサンプリング周期を  $T=1$  msecと短くした場合の結果である。一次ホールドを用いた図7(d)では  $F_s^1$  と  $F_s^2$  はほとんど一致している。一方零次ホールドを用いた図7(c)では(a)の場合よりも  $F_s^1$  が  $F_s^2$  に近づき、かつ位相のずれも大きいとはいえ減る方向にある。このことより零次ホールドを用いた上で  $F_s^1$ ,  $F_s^2$  を一致させるためにはサンプリング周期  $T$  をさらに短くする必要のあることがわかる。

図8(a), (b)は4 Hzで正弦波状に動いている対象物に対してサンプリング周期  $T=3$  msecと1 msecの一次ホールドを用いた場合の結果である。図7の場合と同じく、はりのたわみ  $y_L$  とセンサ出力  $F_s^2$  はサンプリング周期に影響されずほぼ同じ値を取っているが、 $F_s^1$  はサンプリング周期に依存しサンプリング周期を短くするほど正確な値に近づくことがわかる。

以上の結果は単一の片持ばりについて得られた結果である。次に、表1に示した圧電素子と先端質量を有するフレキシブルマニプレータについて考える。計算は近似項数を  $M=2$ ,  $N=3$  としてセンサのばねこわさを  $K_s=2000$  (=45 000 N/m) として行った。図9(a), (b)は対象物を低速で  $u(t)=0.1$  mm まで動かしたと

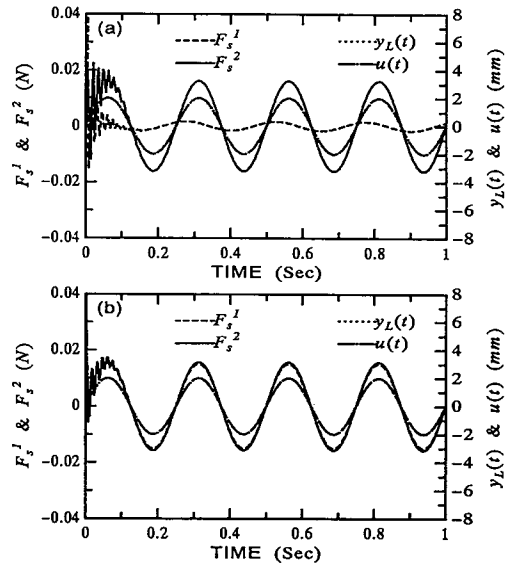


図8 対象物が4 Hzの正弦波状に動く場合のセンサ出力および変位応答,  $K_s=500$ ,  $M=3$ ,  $N=4$ ; (a)  $T=3$  msec, 1次ホールド; (b)  $T=1$  msec, 1次ホールド

きのマニプレータ先端の変位  $y_L$  とセンサ出力  $F_s^1$ ,  $F_s^2$  を示したものである。図9(a)はサンプリング周期  $T=1$  msecの零次ホールドを用いた場合、図9(b)は一次ホールドを用いた場合の結果である。圧電素子を有する段付きはり先端に静荷重  $F_s(N)$  を負荷した

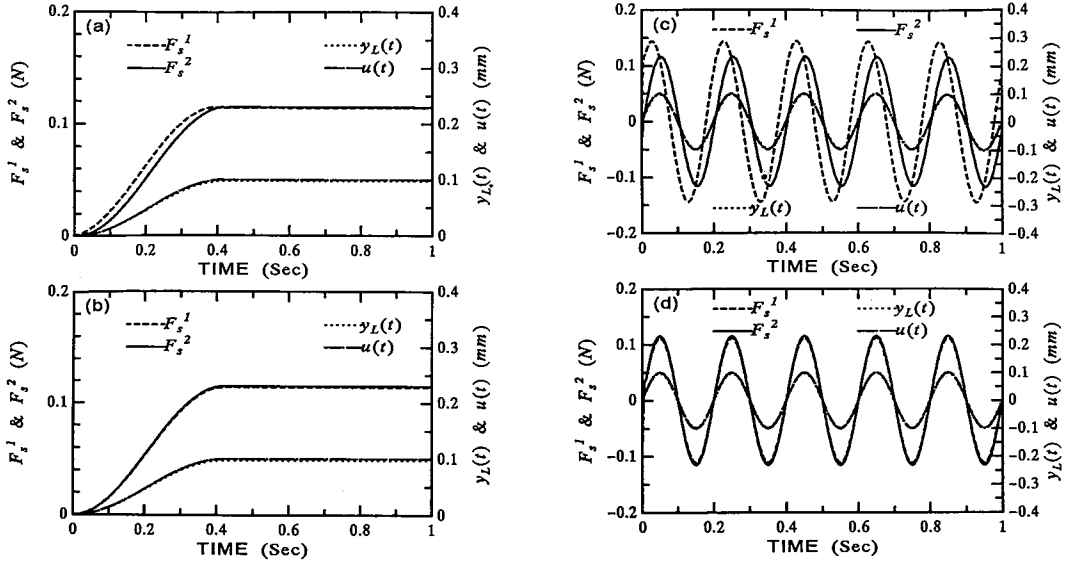


図 9 圧電素子-はり系を用いる場合のセンサ出力および変位応答,  $K_s=2000, M=2, N=3, T=1$  msec ; (a) 準静的な場合, 0次ホールダ ; (b) 準静的な場合, 1次ホールダ ; (c) 動的な場合, 0次ホールダ ; (d) 動的な場合, 1次ホールダ

ときの先端のたわみ  $y_L$ (mm) を材料力学で求めると

$$y_L = \left( \frac{a^3 + 3al(l-a)}{3(EI)_{bp}} + \frac{(l-a)^3}{3E_b l_b} \right) F_s \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$= 0.854675 F_s \quad \dots\dots\dots (29)$$

図では  $u(t)$  が 0.1 mm に達したとき  $y_L=0.09745$  mm,  $F_s^1=0.114075$  N,  $F_s^2=0.114975$  N になっているが, これらは式(29)によって得られる値と一致している。ただし対象物が立ち上がる区間では零次ホールダを用いて離散化した場合,  $F_s^1$  と  $F_s^2$  の間に多少の差が見られる [図 9 (a)], 図 9 (c), (d) は対象物を振幅 0.1 mm, 周波数 5 Hz の正弦波で動かした時の応答を示す。結果より, 零次・一次ホールダおよびサンプリング周期の長短の影響は, 単一の片持ばりの結果で見られた傾向と同じである。

#### 4. 結 論

(1) 対象物の動きに追従しながら先端の力制御を行うフレキシブルマニプレータ制御問題は, 圧電素子を有するマニプレータを段付きはりと考えモード関数に式(28)を用いることでシミュレーション解析が可能である。

(2) 離散時間系におけるセンサ出力値は, 対象物が静止あるいは準静的に動く場合従来使用されている表示式  $F_s^i$  [式(20)] に零次ホールダ近似 [式(22)] を組合せたものを使用して良い。しかしながら対象物が

動く動的な問題では  $F_s^i$  に一次ホールダ近似 [式(23)] を組合せかつサンプリング周期も十分に短くする必要がある。

(3) 本論文で提唱したセンサ出力表示式  $F_s^i$  [式(21)] を用いると, センサ出力値は離散化で導入する零次・一次ホールダ近似あるいはサンプリング周期の値にほとんど影響されず, かなり安定した良好なシミュレーション結果が得られる。

なお本研究は, (財)村田学術振興財団, 平成2年度研究助成金の補助を受けて行われたことを付記する。

#### 文 献

- (1) Chiou, B. C., ほか1名, *J. Robotic Sys.*, 5-5(1988), 443-451.
- (2) Jacquot, R. G., *J. Sound Vib.*, 90-4(1983), 471-478.
- (3) Parker, J. K., ほか1名, *Trans. ASME J. Dyn. Syst., Meas., Control.*, 109(1987), 329-334.
- (4) 島地, ほか1名, 機論, 56-526, C(1990), 1440-1443.
- (5) Whitney, E. D., *Trans. ASME J. Dyna. Syst., Meas., Control.*, June(1977), 91-97.
- (6) Mills, J. K., ほか1名, *IEEE Trans. Robotics and Autom.*, 5-1(1989), 30-46.
- (7) Raibert, M. H., ほか1名, *Trans. ASME J. Dyn. Syst., Meas., Control.*, 103(1981), 126-133.
- (8) Seraji, H., *J. Robotic Sys.*, 4-4(1987), 551-578.
- (9) Stepien, T. M., ほか3名, *IEEE J. Robotics and Autom.*, RA-3-1(1987), 7-18.
- (10) Yoshikawa, M., ほか2名, *IEEE J. Robotics and Autom.*, 4-6(1988), 699-705.