利他的遺産動機における消費税と相続税の経済効果

仲　間　瑞　樹

1：はじめに

よく知られているようにBarro(1974) の利他的遺産動機，定額税を財源とする賦課方式の公的年金政策の下では，親世代への公的年金負担が子世代への遺産によって相殺され，資本蓄積や厚生への影響が生じない。それでは利他的遺産動機の下で，賦課方式の公的年金政策財源として定額税以外の税財源を考え，政府がその税率を重課する場合，いかなる経済効果が生じるのだろうか。定額税の場合と同様，遺産による調整が生じるのみで，資本蓄積や厚生に影響を与えない賦課方式による公的年金政策のままなのか否か？

本論文では個人が必ず２期間生存するDiamond(1965) の２期間世代重複モデルに，Barro流の利他的遺産動機，消費税と相続税を財源とする税方式による賦課方式の公的年金政策を導入する。そして消費税重課，相続税重課の賦課方式による公的年金政策が資本蓄積，遺産，厚生に与える効果を定性的に分析する。さらに厚生の観点から消費税と相続税のうち，どちらが賦課方式の公的年金政策財源として望ましいかを明らかにする。

一般的な理解として消費税は，タックス・タイミング効果をもたらし，資本蓄積に寄与する税と理解されている。また相続税は遺産からの収益率，遺産形成を阻害し，資本蓄積を阻害する税と理解されることがある。そのため賦課方式による公的年金政策の財源として，課税範囲が広く，資本蓄積に寄与すると理解される消費税が妥当であると解釈される傾向にある。その一方で相続税を消費税の補完財源として位置づけ，消費税がもたらすとされる逆進性による弊害を緩和し，公平性を保つ観点から，消費税以外の公的年金政策財源として，相続税を利用する案も考えられる。

しかし2期間世代重複モデルによる定性的な分析として，消費税，相続税財源の賦課方式による公的年金政策の経済効果が論じられる機会は多くなかったといえる[1)]。それはDiamond流の2期間世代重複モデルに，消費税財源の賦課方式による公的年金政策を導入することにより，定性的な分析が複雑になるからである。消費税を賦課方式の公的年金政策財源とすることにより，親世代の予算制約式，政府の予算制約式に子世代からの消費税収が反映される。そのため動学体系が資本蓄積と遺産に関する1階の定差方程式体系ではなく，2階の定差方程式体系で記述される[2)]。また単に利他的遺産動機だけをモデルに導入する場合でも，個人が必ず2期間生存するならば，その動学体系が資本蓄積と遺産に関する2階の定差方程式体系で記述される[3)]。このように定性的な分析の複雑さを回避するために利他的遺産動機の枠組みでは，例えば Itaya(1997)，Ihori and Batina(2000) のように，個人が1期間のみ生存する1期間世代モデルが利用されやすい。1期間世代モデルに利他的遺産動機を導入することで，動学体系は1階の定差方程式体系で記述される。ただし1期間世代モデルには限界が存在する。例えば1期間世代モデルでは，私的世代間移転として親世代から子世代への遺産を記述できる。しかし賦課方式の公的年金政策をモデルに導入できない。そもそも1期間世代モデルには親世代と子世代の重複生存期間がない。すでに死亡している親世代に対して，政府は賦課方式の公的年金を給付できないからである。このよ

1）例えばMiguel-Angel and Lopez-Garcia(1996) は遺産動機を考慮せず，労働供給を内生化した2期間世代重複モデルを利用し，消費税，労働所得税を賦課方式の公的年金政策財源とする場合の経済効果を定性的に分析している。しかし動学体系の安定性分析が論文中で詳細に論じられず，また特に消費税重課が資本蓄積，厚生に与える影響については，比較静学，厚生分析結果の符合を一意に決定できないほど複雑な結果を得ている。このような問題点が残存している。

2）この点については本論文の第2節，補論で詳細に論じている。また労働供給のみを内生化した2期間世代重複モデルでも，同様の問題に直面する。例えばIhori(1996) では，労働供給を内生化した2期間世代重複モデルの動学体系が，2階の定差方程式で表される点を指摘している。

3）個人が必ず2期間生存する2期間世代重複モデルに，Barro流の利他的遺産動機を導入した場合，その動学体系が2階の定差方程式体系で表される。仲間 (2007) では2階の定差方程式体系を1階の定差方程式体系に変換し，その動学体系の安定性が分析される点を証明している。

うに1期間世代モデルには，利他的遺産動機モデルの分析を簡素にする一方，賦課方式による公的年金政策の分析が困難なように，分析可能な政策が限定される。

以上からBarro流の利他的遺産動機，税方式による賦課方式の公的年金政策を2期間世代重複モデルに取り込み，その経済効果を分析する必要が生じる。具体的には2期間世代重複モデルに利他的遺産動機，消費税と相続税を財源とする賦課方式の公的年金政策を導入する。このような設定から資本蓄積と遺産に関する動学体系が2階の定差方程式体系で表されるため，動学体系を1階の定差方程式体系に変換し，安定性分析を展開する必要が生じる。次に安定性分析をうけて比較静学，厚生分析から消費税重課，相続税重課の賦課方式による公的年金政策がもたらす定性的な経済効果を分析する必要も生じる。この比較静学，厚生分析から消費税，相続税の重課が資本蓄積，遺産そして厚生にもたらす効果を求められる。そして賦課方式による公的年金政策の財源として消費税と相続税のうち，どちらが厚生に対して望ましいかについても言及できる。

本論文の構成は次のとおりである。第2節では利他的遺産動機に基づき，個人が確実に2期間生存する世代重複モデルを設定する。第3節では第2節のモデルをうけ，賦課方式の公的年金政策財源が消費税，相続税に求められ，消費税，相続税財源の賦課方式による公的年金給付が，一括の所得移転として用いられる場合に焦点をあてる[4]。そして動学体系の安定性を（補論で）分析した上で，消費税重課，相続税重課の賦課方式による公的年金政策が資本蓄積，遺産，厚生に与える効果を分析する。第4節は政策的な含意を述べつつ，論文全体のまとめを行う。

2：モデル

人口成長を考慮しないDiamond(1965) による2期間世代重複モデルを利用する。従って各世代の労働力人口は1に基準化される。個人はBarro流の

4）この場合，相続税財源，消費税財源の賦課方式による公的年金給付は消費，相続に影響を与えない。つまり相続税財源，消費税財源の賦課方式による公的年金給付が外生化された分析といえよう。

利他的遺産動機をもつものとし，t 世代の個人による効用関数は，加法分離形の効用関数 u_t で表されるものとする。

$$u_t = u_1(c_{1t}) + \beta u_2(c_{2t+1}) + \gamma u_{t+1} \tag{1}$$

効用関数は2階連続微分可能，強い凹関数，割引値は$0<\beta<1$，$0<\gamma<1$をみたす。u_{t+1}は$(t+1)$世代の厚生，c_{1t}，c_{2t+1}はt期t世代の消費，$(t+1)$期t世代の消費で正常財である。

t 期t世代の個人は労働を非弾力的に供給し，労働所得w_tと遺産b_tを得る。そしてそれらは消費c_{1t}，貯蓄s_t，消費税負担$\tau_c c_{1t}$，相続税負担$\tau_c b_t$に等しい。老年期を迎えた$(t+1)$期t世代は貯蓄s_tの元利合計$(1+r_{t+1})s_t$を手にする。また（1人あたりの）消費税財源による賦課方式の公的年金給付をΛ_{t+1}とおくならば$\Lambda_{t+1}=\tau_c(c_{1t+1}+c_{2t+1})$，（1人あたりの）相続税財源による賦課方式の公的年金給付をΓ_{t+1}とおくならば$\Gamma_{t+1}=\tau_b b_{t+1}$も手にする。それらは消費$c_{2t+1}$，遺産$b_{t+1}$，消費税負担$\tau_c c_{2t+1}$に等しい。$\tau_c, \tau_b$は消費税率と相続税率，$r_{t+1}$は$(t+1)$期利子率である。以上から個人の予算制約式は，下記の（2）と（3）のとおり表される。

$$(1+\tau_c)c_{1t} = w_t + (1-\tau_b)b_t - s_t \tag{2}$$

$$(1+\tau_c)c_{2t+1} = (1+r_{t+1})s_t - b_{t+1} + \Lambda_{t+1} + \Gamma_{t+1} \tag{3}$$

下図1のとおり，本論文では消費税収の全てを賦課方式の公的年金政策財源として利用している。ただし賦課方式の公的年金政策とはいえ，子世代である$(t+1)$世代，自身（親世代であるt世代）が消費税を負担する。従って消費税財源の賦課方式による公的年金政策は，公的世代間移転として消費税を利用する部分，公的同世代内移転として消費税を利用する部分の2つから構成される。そこで$(t+1)$期での消費税財源の公的年金給付をΛ_{t+1}と表すならば，（1人当りの）政府の予算制約式は（4）のとおり表される。

$$\Lambda_{t+1} = \tau_c(c_{1t+1} + c_{2t+1}) \tag{4}$$

また本論文では，賦課方式の公的年金政策財源として，資産課税の1つである相続税も徴収し，その相続税収を公的年金給付に充当する。つまり子世代から親世代への所得再分配でもある賦課方式の公的年金政策財源として，

所得再分配機能の強い相続税を消費税と併用することになる。そこで$(t+1)$期での相続税財源の公的年金給付をΓ_{t+1}と表すならば，（１人当りの）政府の予算制約式は（５）のとおり表される。

$$\Gamma_{t+1}=\tau_b b_{t+1} \tag{5}$$

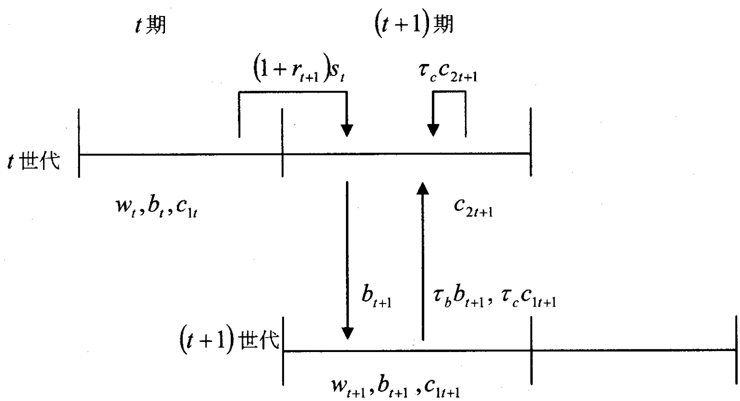

図１：t世代，$(t+1)$世代を軸にした個人・政府の予算制約式図

生産は新古典派型生産技術に従う。生産関数は一次同次，完全競争を仮定する。集計化されたt期の労働力人口[5]，生産量，資本蓄積をL_t, Y_t, K_tとすれば，集計化された生産関数は$Y_t=F(K_t,L_t)$と表される。これを１人あたりで表示すると，$y_t=f(k_t)$と表される。ただし$y_t=\dfrac{Y_t}{L_t}, k_t=\dfrac{K_t}{L_t}$であり，$f'(0)=\infty, f'(\infty)=0$をみたす。また完全競争の仮定から，資本と労働の限界生産物条件$r_t=f'(k_t), w_t=f(k_t)-f'(k_t)k_t$が成立する。これより$\dfrac{dw_t}{dr_t}=-k_t$，$\dfrac{dw_t}{dk_t}=-k_t f''(k_t)$が成立する。

資本市場では，t期の貯蓄が$(t+1)$期の資本蓄積に結びつく。財市場ではt期の労働所得，資本利得，資本蓄積がt期t世代とt期$(t-1)$世代の消費と$(t+1)$期の資本蓄積に配分しつくされる。従って資本市場，財市場の均衡式

5）もちろん人口成長を考えないため，$L_t=1$である。

は下記の（6）と（7）のとおり表される。

$$s_t = k_{t+1} \tag{6}$$

$$w_t + r_t k_t + k_t = c_{1t} + c_{2t} + k_{t+1} \tag{7}$$

3：比較静学・厚生分析

3－1：安定性

賦課方式の公的年金政策財源が消費税，相続税に求められ，消費税，相続税財源の賦課方式による公的年金給付が，一括の所得移転として用いられるものと想定する。すなわちt世代の個人は効用最大化時に，自身が選択する変数を含む相続税財源の公的年金給付$\Gamma_{t+1} = \tau_b b_{t+1}$，消費税財源の公的年金給付$\Lambda_{t+1} = \tau_c(c_{1t+1} + c_{2t+1})$のうち$\tau_c c_{2t+1}$を含め，公的年金給付を考慮しないものと仮定する。

目的関数を（1），個人の予算制約式（2）と（3），政府の予算制約式（4）と（5）から得られる生涯予算制約式を制約式とする。そして$c_{1t}, c_{2t+1}, b_{t+1}$について最大化するならば，1階条件として（8）と（9）を得る。

$$u'_{1t} = \beta(1 + r_{t+1})u'_{2t+1} \tag{8}$$

$$\gamma(1 - \tau_b)(1 + r_{t+1})u'_{1t+1} = u'_{1t} \tag{9}$$

効用関数の形状については，下記の仮定1を課す。その上で動学体系を（8）と（9）として安定性分析を行うならば，下記の命題1を得る。

仮定1：効用関数の形状

$u'_{1t} \equiv \dfrac{du_1(c_{1t})}{dc_{1t}}$，$u'_{2t+1} \equiv \dfrac{du_2(c_{2t+1})}{dc_{2t+1}}$，$u'_{1t+1} \equiv \dfrac{du_1(c_{1t+1})}{dc_{1t+1}}$であり，$u'_{1t} > 0$，$u'_{2t+1} > 0$，$u'_{1t+1} > 0$をみたす。また定常状態では$u'_1 \equiv \dfrac{du_1(c_1)}{dc_1} > 0$，$u'_2 \equiv \dfrac{du_2(c_2)}{dc_2} > 0$をみたす。2階微分については$u''_1 \equiv \dfrac{d^2u_1(c_1)}{dc_1^2} < 0$，$u''_2 \equiv \dfrac{d^2u_2(c_2)}{dc_2^2} < 0$をみたす。

命題１：利他的遺産動機での安定性

個人が利他的遺産動機をもつものとする。賦課方式の公的年金政策財源が消費税，相続税に求められ，消費税，相続税財源の賦課方式による公的年金給付が，一括の所得移転として用いられるものとする。効用関数の形状は仮定１をみたす。このとき利他的遺産動機の動学体系から導かれる固有方程式ではゼロ，１より大きい正の実数解，１より小さい正の実数解の３実数解が保証され，利他的遺産動機の動学体系の定常均衡は鞍点均衡である。

(証明－補論１を参照)

３－２：比較静学

定常状態で評価した動学体系は $u'_1=\beta(1+\mathrm{r})u'_2$，$\gamma(1-\tau_b)(1+r)=1$ である。これら動学体系を資本蓄積，遺産，消費税，相続税について全微分するならば，

$$\begin{bmatrix}\chi_1 & \chi_2\\ \chi_3 & \chi_4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}dk\\ db\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\chi_5\\ \chi_6\end{bmatrix}d\tau_c+\begin{bmatrix}\chi_7\\ \chi_8\end{bmatrix}d\tau_b$$

$$\chi_1=V\frac{r}{\sigma_k}u''_1-Vu''_1+\beta(-f'')u'_2-V\beta(1+r)^2u''_2+V\beta(1+r)\frac{r}{\sigma_k}u''_2$$
$$-V\beta\tau_c r(1+r)u''_2$$

$$\chi_2=V(1-\tau_b)u''_1+V\beta(1-\tau_b)(1+r)u''_2$$

$$\chi_3=\gamma(1-\tau_b)f''$$

$$\chi_4=\chi_6=0$$

$$\chi_5=Vc_1[u''_1+\beta(1+r)u''_2]$$

$$\chi_7=Vb[u''_1+\beta(1+r)u''_2]$$

$$\chi_8=\gamma(1+r)$$

$$\sigma_k\equiv-\frac{r}{kf''}>0$$

$$V=\frac{1}{1+\tau_c}$$

を得る。ただし$\sigma_k \equiv -\frac{r}{kf''}>0$は資本需要の利子弾力性である。行列式をΔとおけば，$\Delta = V\gamma(-f')(1-\tau_b)^2[u''_1+\beta(1+r)u''_2]$ である。安定性分析から行列式Δは$\Delta<0$である。以上から消費税重課の賦課方式による公的年金政策が資本蓄積，遺産にもたらす効果として，(10) と (11) を得る。

$$\frac{dk}{d\tau_c}=0 \tag{10}$$

$$\frac{db}{d\tau_c}=\frac{V\gamma(-f')(1-\tau_b)c_1[u''_1+\beta(1+r)u''_2]}{\Delta}=\frac{c_1}{1-\tau_b}>0 \tag{11}$$

さらに相続税重課の賦課方式による公的年金政策が資本蓄積，遺産にもたらす効果として，(12) と (13) を得る。ただし資本需要の利子弾力性に関する仮定を，下記の仮定2のとおり課す。すると命題2と命題3を得る。

$$\frac{dk}{d\tau_b}=-\frac{V\gamma(1+r)(1-\tau_b)[u''_1+\beta(1+r)u''_2]}{\Delta}=-\frac{1+r}{(-f')(1-\tau_b)}<0 \tag{12}$$

$$\begin{aligned}\frac{db}{d\tau_b}&=-\frac{V\gamma}{\Delta}(1+r)\left(1-\frac{r}{\sigma_k}\right)u''_1+\frac{\gamma\beta}{\Delta}(-f')(1+r)u'_2\\&\quad-\frac{V\gamma\beta}{\Delta}(1+r)^2\left(1+r-\frac{r}{\sigma_k}\right)u''_2-\frac{V\gamma\beta\tau_c}{\Delta}r(1+r)^2u''_2+\frac{b}{1-\tau_b}\\&=\Omega+\frac{b}{1-\tau_b}\\&=\frac{1}{1-\tau_b}[b+(1-\tau_b)\Omega]\end{aligned} \tag{13}$$

$$\Omega\equiv-\frac{V\gamma}{\Delta}(1+r)\left(1-\frac{r}{\sigma_k}\right)u''_1+\frac{\gamma\beta}{\Delta}(-f')(1+r)u'_2-\frac{V\gamma\beta}{\Delta}(1+r)^2\left(1+r-\frac{r}{\sigma_k}\right)u''_2$$
$$-\frac{V\gamma\beta\tau_c}{\Delta}r(1+r)^2u''_2<0$$

仮定２：資本需要の利子弾力性

資本需要の利子弾力性$\sigma_k \equiv -\frac{r}{kf''}>0$は十分に弾力的であり，$\sigma_k>r$の大小関係をみたす[6]。

命題２：消費税重課の賦課方式による公的年金政策と経済効果

個人が利他的遺産動機をもつものとする。賦課方式の公的年金政策財源が消費税，相続税に求められ，消費税，相続税財源の賦課方式による公的年金給付が，一括の所得移転として用いられるものとする。効用関数の形状に関する仮定１をみたし，動学体系の定常均衡は鞍点均衡である。このとき賦課方式の公的年金政策財源としての消費税重課は資本蓄積に影響を与えず，遺産をちょうど$\frac{c_1}{1-\tau_b}$だけ増加させる。

命題３：相続税重課の賦課方式による公的年金政策と経済効果

個人が利他的遺産動機をもつものとする。賦課方式の公的年金政策財源が消費税，相続税に求められ，消費税，相続税財源の賦課方式による公的年金給付が，一括の所得移転として用いられるものとする。効用関数の形状に関する仮定１，資本需要の利子弾力性に関する仮定２をみたし，動学体系の定常均衡は鞍点均衡である。このとき賦課方式の公的年金政策財源としての相続税重課は資本蓄積を減少させる。一方，$b>-(1-\tau_b)\Omega[b<-(1-\tau_b)\Omega]$が成立するならば，遺産は増加（減少）する。

３－３：厚生分析

定常状態で評価した効用関数は，(14) のとおり表される。

6）仮定１をみたし，そして$\sigma_k>r$，$\sigma_k>\frac{r}{1+r}$が成立するときに$\Omega<0$となる。ただし$\sigma_k>r$と$\sigma_k>\frac{r}{1+r}$の両者をみたす範囲は$\sigma_k>r$であるため，仮定２では両者をみたす範囲として$\sigma_k>r$を掲げている。

$$u = \frac{1}{1-\gamma}u_1 + \frac{\beta}{1-\gamma}u_2 \tag{14}$$

消費税重課，相続税重課の賦課方式による公的年金政策が厚生にもたらす効果は，(15)と(16)のとおりである。(15)と(16)から命題4と命題5を得る。

$$\frac{du}{d\tau_c} = \left(\frac{V}{1-\gamma}\right)\left[(1-\tau_b)\frac{db}{d\tau_c} - c_1\right]u'_1 + \left(\frac{V\beta}{1-\gamma}\right)\left[c_1 - (1-\tau_b)\frac{db}{d\tau_c}\right]u'_2$$
$$= 0 \qquad \left(\because \frac{dk}{d\tau_c} = 0,\ \ \frac{db}{d\tau_c} = \frac{c_1}{1-\tau_b}\right) \tag{15}$$

$$\frac{du}{d\tau_c} = \left(\frac{V\beta r}{1-\gamma}\right)\left[\tau_c + \frac{r}{\sigma_k}\right]\frac{dk}{d\tau_c}u'_2 + \left(\frac{V\beta r}{1-\gamma}\right)(1-\tau_b)\frac{db}{d\tau_b}u'_2 - \frac{V\beta r}{1-\gamma}bu'_2 \tag{16}$$

命題4：消費税重課の賦課方式による公的年金政策と厚生

個人が利他的遺産動機をもつものとする。賦課方式の公的年金政策財源が消費税，相続税に求められ，消費税，相続税財源の賦課方式による公的年金給付が，一括の所得移転として用いられるものとする。効用関数の形状に関する仮定1をみたし，動学体系の定常均衡は鞍点均衡である。このとき政府が賦課方式の公的年金政策財源として消費税を重課しても，厚生には影響を与えない。

命題5：相続税重課の賦課方式による公的年金政策と厚生

個人が利他的遺産動機をもつものとする。賦課方式の公的年金政策財源が消費税，相続税に求められ，消費税，相続税財源の賦課方式による公的年金給付が，一括の所得移転として用いられるものとする。効用関数の形状に関する仮定1，資本需要の利子弾力性に関する仮定2をみたし，動学体系の定常均衡は鞍点均衡である。このとき政府が賦課方式の公的年金政策財源として相続税を重課し，遺産が減少する場合，厚生は阻害される。遺産が増加する場合，厚生への影響は不確定である。

3－4：命題解釈

利他的遺産動機において，消費税，相続税財源の賦課方式による公的年金給付が，一括の所得移転として用いられる場合，消費税財源の賦課方式による公的年金政策は資本蓄積，厚生に影響を与えない。この背景として次の要因をあげられよう。まず今期，来期の消費税率が同率である。次に個人が効用最大化行動をとる際，消費税財源による公的年金給付を考慮しない。そのため動学体系が示すように，消費税は今期と来期の消費配分，世代間の消費配分に影響を与えない。しかも老年期の親世代が負担する消費税部分は，そっくりそのまま親世代に同世代内移転される。従って公的年金給付による所得効果は子世代から親世代への消費税移転部分のみで生じ，利他的な親世代は子世代の消費税負担を遺産で相殺しようとする。そこで親世代は遺産を増やし，その結果，厚生にも影響が生じないものと解釈できる。

一方，相続税の場合は消費税の場合と経済効果が異なる。動学体系が示すように，相続税は世代間の消費配分に影響を与えている。相続税重課の賦課方式による公的年金政策から，（親世代であれ子世代であれ）若年期に手にする遺産からの収益率が減少し，貯蓄ならびに資本蓄積が阻害されるものと考えられる。ただし相続税重課の賦課方式による公的年金政策は，遺産に対して複数の効果をもたらす。

もし（13）の第１項にある遺産 が第２項より大きい場合，（13）の符号は正となる。この場合，直感的には相続税重課の賦課方式による公的年金政策から，相続税引き後遺産の規模が小さくなり，貯蓄，資本蓄積が阻害される。もちろん親世代は相続税重課の賦課方式による公的年金給付から高い収益率を期待できる。従って親世代は子世代の相続税負担を支えるため，子世代への遺産を増やす用意があるものと考えられる。このような背景から遺産が増加するものと解釈される。

もし（13）の第１項にある遺産 が第２項より小さい場合，（13）の符号は負となる。この場合，相続税重課の賦課方式による公的年金政策から，相続税引き後遺産の規模は極度に小さくならないものの，貯蓄，資本蓄積は阻害

される。しかし親世代は相続税財源の賦課方式による公的年金給付から高い収益率を期待できない。従って親世代は子世代の相続税負担を支えるために子世代への遺産を増やすどころか，遺産を減らさざるを得ない状態にあるものと解釈される。以上から相続税重課の賦課方式による公的年金政策は，遺産に複数の効果を与えるため，その経済効果は一意に決定されない。

この節での比較静学，厚生分析の結果は（論文末の）表１，表２のとおりまとめられる。

４：終わりにー政策的含意を述べつつ

本論文では個人が２期間必ず生存する２期間世代重複モデルに，Barro流の利他的遺産動機，消費税と相続税を財源とする賦課方式の公的年金政策を導入し，安定性，経済効果を定性的に分析した。定性的な分析から得られた事柄，含意は下記のとおりである。

まず２期間世代重複モデルに利他的遺産動機，消費税財源の賦課方式による公的年金政策を導入しても定性的な分析が可能であることが示された。補論で展開しているように，２期間世代重複モデルに利他的遺産動機，消費税財源の賦課方式による公的年金政策を導入することで，動学体系が２階の定差方程式体系となる。そのためDiamond等で展開されているような，１階の定差方程式に基づく安定性分析が困難となる。しかし補論で展開したように，２階の定差方程式体系を１階の定差方程式体系に変換する手法から，２期間世代重複モデルの経済環境を緩和せず，利他的遺産動機や消費税をモデルに導入した安定性分析，定性的な分析が可能となるのである。

次に本論文でのモデル，比較静学，厚生分析の範囲内において下記の含意を得た。

利他的遺産動機の下では，消費税重課の賦課方式による公的年金政策は遺産を増やすのみで，資本蓄積や厚生に対して影響を与えないといった，Barro的な効果が検出された。以上から消費税重課の賦課方式による公的年金政策に資本蓄積，遺産，厚生の増加といった正のマクロ経済効果を期待で

きない。遺産の増加をもたらすのみで，資本蓄積や厚生に影響を与えない点から，消費税重課の賦課方式による公的年金政策は，ナイフエッジ上にあるものと位置づけられよう。すなわち消費税重課の賦課方式による公的年金政策自体が無意味な政策である。あるいはよく解釈して，賦課方式の公的年金政策財源として消費税を利用しているにもかかわらず，資本蓄積や厚生に影響を与えない公的年金政策という位置づけにおさまる政策のいずれかだからである。

一方，相続税重課の賦課方式による公的年金政策は遺産，厚生に与える効果が一意に定まらないが，確実に資本蓄積を阻害する。もし相続税重課の賦課方式による公的年金政策が遺産を阻害するならば，厚生も阻害される。この場合に限定すると，相続税重課の賦課方式による公的年金政策と消費税重課の賦課方式による公的年金政策のうち，どちらが厚生に与える影響の点から優れているかが判断できる。厚生に正の効果を与えるほど有益な政策ではないものの，消費税重課の賦課方式による公的年金政策が相続税重課の賦課方式による公的年金政策より（まだ）優れているといえるのである。ただし消費税重課の賦課方式による公的年金政策が，マクロ経済に影響を与えないという意味において無意味な政策であるという評価はついて回るが。

表１：比較静学・厚生分析結果

（消費税重課の賦課方式による公的年金政策：命題２と命題４に対応）

$\dfrac{dk}{d\tau_c}$	$=0$
$\dfrac{db}{d\tau_c}$	$=\dfrac{c_1}{1-\tau_b}>0$
$\dfrac{du}{d\tau_c}$	$=0$

表２：比較静学・厚生分析結果

（相続税重課の賦課方式による公的年金政策：命題３と命題５に対応）

$\dfrac{dk}{d\tau_b}$	<0	
$\dfrac{db}{d\tau_b}$	<0	$b<-(1-\tau_b)\Omega$ のとき
	>0	$b>-(1-\tau_b)\Omega$ のとき
$\dfrac{du}{d\tau_b}$	<0	$\dfrac{db}{d\tau_b}<0$のとき
	<0 あるいは >0	$\dfrac{db}{d\tau_b}>0$のとき

補論１：安定性分析－命題１の証明

目的関数を（１）とする。個人の予算制約式（２），（３），政府の予算制約式（４），（５）から生涯予算制約式を得る。そして目的関数と生涯予算制約式から$c_{1t}, c_{2t+1}, b_{t+1}$について最大化問題を解くならば，下記の１階条件を得る。

$$u'_{1t}=\beta(1+r_{t+1})u'_{2t+1}$$

$$u'_{1t}=\gamma(1+r_{t+1})(1-\tau_b)u'_{1t+1}$$

もちろん効用関数の形状は，第３節で課している仮定１をみたす。以下で

は第１ステップから第３ステップの手順に従い，安定性分析を進める。

第１ステップ

動学体系$u'_{1t}=\beta(1+r_{t+1})u'_{2t+1}$，$u'_{1t}=\gamma(1+r_{t+1})(1-\tau_b)u'_{1t+1}$は次のように表される。

$$u'_{1t}[V\{f(k_t)-k_tf'(k_t)\}+V(1-\tau_b)b_t-Vk_{t+1}]$$
$$=\beta[1+f'(k_{t+1})]u'_{2t+1}[V\{1+f'(k_{t+1})\}k_{t+1}-Vb_{t+1}+V\tau_bb_{t+1}+V\tau_c(c_{1t+1}+c_{2t+1})]$$

$$u'_{1t}[V\{f(k_t)-k_tf'(k_t)\}+V(1-\tau_b)b_t-Vk_{t+1}]$$
$$=\gamma[1+f'(k_{t+1})](1-\tau_b)u'_{1t+1}[V\{f(k_{t+1})-k_{t+1}f'(k_{t+1})\}+V(1-\tau_b)b_{t+1}-Vk_{t+2}]$$

ただし$V=\dfrac{1}{1+\tau_c}$である。消費税財源の賦課方式による公的年金政策では，財市場の均衡式を利用することで予算制約式Λ_{t+1}は，

$$\Lambda_{t+1}=\tau_c(c_{1t+1}+c_{2t+1})$$
$$=\tau_c[f(k_{t+1})+k_{t+1}-k_{t+2}]$$

と書き直される。２期間世代重複モデルへ利他的遺産動機，消費税財源の賦課方式による公的年金政策を導入することにより，動学体系の内生変数がk_t, k_{t+1}, k_{t+2}の３期間にまたがる。つまり動学体系は２階の定差方程式体系となる。そこでChiang(1974)，Ihori(1996)，仲間（2007）で説明，採用されている高階の定差方程式を１階の定差方程式に変換する手法を援用する。

内生変数のうちk_{t+1}を$k_{t+1}\equiv p_t$として，新しい人工変数p_tで定義し直す。資本蓄積k_{t+1}を$k_{t+1}=p_t$として，上記の２階の定差方程式体系を下記のように表すならば，２階の定差方程式体系は１階の定差方程式体系に還元される。

$$k_{t+1}=p_t$$
$$u'_{1t}[V\{f(k_t)-k_tf'(k_t)\}+V(1-\tau_b)b_t-Vp_t]$$
$$=\beta[1+f'(p_t)]u'_{2t+1}[V\{1+f'(p_t)\}p_t-Vb_{t+1}+V\tau_bb_{t+1}+V\tau_c\{f(p_t)+p_t-p_{t+1}\}]$$
$$u'_{1t}[V\{f(k_t)-k_tf'(k_t)\}+V(1-\tau_b)b_t-Vp_t]$$
$$=\gamma[1+f'(p_t)](1-\tau_b)u'_{1t+1}[V\{f(p_t)-p_tf'(p_t)+V(1-\tau_b)b_{t+1}-Vp_{t+1}]$$

上の定差方程式体系を定常均衡(p,k,b)の周りで線形近似するならば，下記の結果を得る。

$$\begin{bmatrix} p_{t+1}-p \\ k_{t+1}-k \\ b_{t+1}-b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 \\ \delta_7 & \delta_8 & \delta_9 \\ \delta_{13} & \delta_{14} & \delta_{15} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \delta_4 & \delta_5 & \delta_6 \\ \delta_{10} & \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{16} & \delta_{17} & \delta_{18} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_t-p \\ k_t-k \\ b_t-b \end{bmatrix}$$

$$\delta_1=\delta_3=\delta_5=\delta_6=\delta_8=\delta_{14}=0$$

$$\delta_2=\delta_4=1$$

$$\delta_7=V\beta\tau_c(1+r)u''_2$$

$$\delta_9=V\beta(1+r)(1-\tau_b)u''_2$$

$$\delta_{10}=\beta f''u'_2+Vu''_1+V\beta(1+r)^2u''_2-V\beta(1+r)\frac{r}{\sigma_k}u''_2+V\beta\tau_c(1+r)^2u''_2$$

$$\delta_{11}=-\mathrm{V}\frac{r}{\sigma_k}u''_1$$

$$\delta_{12}=-V(1-\tau_b)u''_1$$

$$\delta_{13}=V\gamma(1-\tau_b)(1+r)u''_1$$

$$\delta_{15}=-V\gamma(1-\tau_b)^2(1+r)u''_1$$

$$\delta_{16}=\gamma f''(1-\tau_b)u'_1+V\gamma(1-\tau_b)(1+r)\frac{r}{\sigma_k}u''_1+Vu''_1$$

$$\delta_{17}=-V\frac{r}{\sigma_k}u''_1$$

$$\delta_{18}=-V(1-\tau_b)u''_1$$

$$\sigma_k\equiv-\frac{r}{kf''}>0$$

第２ステップ

第１ステップを踏まえて，以下の２つの行列の積$[\Omega]$を求める。

$$[\Omega]=\begin{bmatrix}\delta_1 & \delta_2 & \delta_3\\ \delta_7 & \delta_8 & \delta_9\\ \delta_{13} & \delta_{14} & \delta_{15}\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\delta_4 & \delta_5 & \delta_6\\ \delta_{10} & \delta_{11} & \delta_{12}\\ \delta_{16} & \delta_{17} & \delta_{18}\end{bmatrix}$$

そして固有値をλ，固有方程式を$\phi_1(\lambda)$と表し，行列の積$[\Omega]$から固有方程式$\phi_1(\lambda)$を求めるならば，下記の固有方程式$\phi_1(\lambda)$を得る。

$$\begin{aligned}\phi_1(\lambda)&=-\lambda^3+VZ\beta(1-\tau_b)(1+r)u''_1u''_2\lambda^2+VZ\beta(1-\tau_b)(1+r)^2u''_1u''_2\lambda^2\\&\quad+VZ\beta f''(1-\tau_b)u'_1u''_2\lambda^2+VZ\beta f''(1-\tau_b)u'_2u''_1\lambda^2\\&\quad-VZ\beta(1-\tau_b)(1+r)^2u''_1u''_2\lambda\\&=-\lambda[\lambda^2-VZ\mu\lambda+VZ\beta(1-\tau_b)(1+r)^2u''_1u''_2]\end{aligned}$$

ただし

$$Z\equiv\frac{1}{V\beta(1-\tau_b)(1+r)u''_1u''_2}$$

$$\begin{aligned}\mu&\equiv\beta(1-\tau_b)(1+r)u''_1u''_2+\beta(1-\tau_b)(1+r)^2u''_1u''_2+\beta f''(1-\tau_b)u'_1u''_2\\&\quad+\beta f''(1-\tau_b)u'_2u''_1\end{aligned}$$

である。もちろん仮定１から$Z>0$，$\mu>0$である。この固有方程式$\phi_1(\lambda)$の解のうち，１つの解は明らかにゼロ。そこで固有方程式$\phi_1(\lambda)$のうち，

$$\phi_2(\lambda)\equiv\lambda^2-VZ\mu\lambda+VZ\beta(1-\tau_b)(1+r)^2u''_1u''_2$$

に集中し，残る２解の符号を確認する。

まず$\phi_2(\lambda)$へ判別式を適用し，２解が実数解であるか否かを確認する。判別式をDとおき，判別式の値を直接計算し，定常状態での動学体系を利用して整理するならば，下記の結果を得る。

$$\begin{aligned}D&=V^2Z^2\beta^2r^2(1-\tau_b)^2(1+r)^2(u''_1)^2(u''_2)^2\\&\quad+V^2Z^2\beta^2(f'')^2(1-\tau_b)^2(u'_1u''_2+u'_2u''_1)^2\\&\quad+2V^2Z^2\beta^2f''(1-\tau_b)^2(1+r)[(1+r)+1](u'_1u''_2+u'_2u''_1)u''_1u''_2\end{aligned}$$

効用関数の形状に関する仮定１がみたされるならば，上記の判別式の各項は全て正値である。

最後に$\phi_2(\lambda)$から求められる２実数解をλ'_1，λ'_2とおき[7]，これら解の符号

7）これら２実数解λ'_1，λ'_2のプライムは，１階微分と全く無関係である。

を確認する。$\phi_2(\lambda)$に解と係数の関係を利用すれば，下記の結果を得る。

$$\lambda'_1+\lambda'_2=VZ\mu>0$$

$$\lambda'_1\lambda'_2=VZ\beta(1-\tau_b)(1+r)^2u''_1u''_2>0$$

明らかに$\phi_2(\lambda)$から求められる２実数解λ'_1，λ'_2は正値である。

以上から判別式Dは確実に正値であり，$\phi_2(\lambda)$は異なる正値の２実数解をもつ。よって固有方程式$\phi_1(\lambda)$はゼロ，異なる正値の２実数解に基づく３実数解をもつ。

第３ステップ

第２ステップより固有方程式$\phi_1(\lambda)$の３つの実数解のうち，１つの解がゼロ，残りの２解が異なる正の実数解である。

ここでは$\phi_2(\lambda)\equiv\lambda^2-VZ\mu\lambda+VZ\beta(1-\tau_b)(1+r)^2u''_1u''_2$から$\phi_2(-1)$，$\phi_2(1)$を求める。明らかに$\phi_2(-1)=1+VZ\mu+VZ\beta(1-\tau_b)(1+r)^2u''_1u''_2>0$。一方$\phi_2(1)$は定常状態での動学体系を利用して整理すれば，

$$\phi_2(1)=Zu'_1V\gamma(-f'')(1-\tau_b)^2[u''_1+\beta(1+r)u''_2]$$

となる。仮定１から$\phi_2(1)<0$である。

よって異なる正の２実数解λ'_1，λ'_2のうち１つの実数解は１より大きく，もう１つの実数解は１より小さい。

第２ステップと第３ステップから，固有方程式$\phi_1(\lambda)$の３つの実数解のうち１つの解はゼロ，残る２つの解のうち１つの解は正で１より大きく，もう１つの解は正で１より小さい。以上の第１ステップから第３ステップより，第３節の命題１を得る。

参考文献

仲間　瑞樹（2007）「利他的遺産動機と安定性分析－１つの解法－」『山口経済学雑誌』第56巻第4号，11月，1頁－10頁。

Barro, R. J. (1974) "Are Government Bonds Net Wealth?," *Journal of Political Economy*, Vol.82, No.6, pp.1095－1117.

Batina, R. G. and Ihori,T. (2000) Consumption Tax Policy and the Taxation of Capital Income, New York, Oxford University Press.

Chiang, A. C (1974) Fundamental Methods of Mathematical Economics, Second Edition, New York, McGraw－Hill. (大住　栄治・小田　正雄・高森　寛・堀江　義共訳『現代経済学の数学基礎（上）（下）』シーエーピー出版株式会社，1996年)

Diamond, P. A. (1965) "National Debt in a Neoclassical Growth Model," *American Economic Review*, Vol.55, No.5, pp.1126－1150.

Ihori, T. (1994) "Intergenerational Transfer and Economic Growth with Alternative Bequest Motives," *Journal of the Japanese and International Economies*, 8, pp.329－342.

Ihori, T. (1996) Public Finance in an Overlapping Generations Economy, London, Macmillan.

Itaya, J. (1997) "The Incidence of a Tax on Pure Rent in an Altruistic Overlapping Generations Economy," *Public Finance*, Vol.52, No.2, pp.161－185.

Miguel-Angel and Lopez-Garcia. (1996) "Consumption and Income As Tax Bases for Social Security," *Public Finance*, Vol.51, No.1, pp.54－70.