

トラス橋の自由振動に及ぼす床板の影響について

會 田 忠 義*・佐 伯 博 三**

On the Influence of the Concrete Slab upon the Free Vibration of Truss Bridges

By Tadayoshi AIDA and Hiromi SAEKI

Abstract In this paper, the influence of the stiffness of the concrete slab upon the characteristics of the horizontal and rotational free vibration of truss bridges were cleared by the three-dimensional analysis.

From the results of the above-mentioned analysis, following findings have been made. (1) The characteristics of the horizontal and rotational free vibration of the short span truss bridges are affected remarkably by the stiffness of the concrete slab. (2) The stiffness of the concrete slab have slightly influence upon the characteristics of them of the long span truss bridges. Therefore, we must consider them on the analysis.

1. ま え が き

多くの道路トラス橋に対してこれまでに実施されてきた自由振動の実測結果（ほとんどが鉛直振動だけである）が、床板の剛性の影響を無視して解析した自由振動結果と比較的よく一致することから、道路トラス橋の鉛直自由振動に対する床板の剛性の影響は小さいと考えられている。しかし、水平および回転振動に対しては、実測例が僅少である上にこれらを正確に解析した例もないので、これらの振動に床板の剛性、特に床板の横断面の鉛直軸まわりの曲げ剛性および橋軸に平行な軸まわりのねじり剛性がどの程度の影響を及ぼすか不明である。

著者の一人會田は、先にトラス橋の自由振動の立体的解析法を明らかにしたが、本研究は、同一手法を用い、床板の曲げおよびねじり剛性が道路トラス橋の水平および回転振動にどの程度の影響を及ぼすか、立体的解析することにより明らかにしたものである。

対象トラス橋は橋の横断面の形状変化しやすい下路式の単純トラス橋および三径間連続トラス橋であるが、上路橋に対する床板の剛性の影響をも考察するために橋の横断面形状が変化しにくい場合も想定した。

2. 解析法の概要

立体解析法の詳細は文献1)を参照することとし、

以下にその概要を示す。

まず、トラス橋の各横断面に注目して1横断面の変位および変形を横断面の重心の変位と回転ならびに横断面の4隅の橋軸方向変位で代表させる。しかる後に横断面の重心の鉛直方向、水平方向および回転の運動方程式ならびに節点の橋軸方向の運動方程式を求め、解析に当たって床板に次の仮定を入れる。

①床板の橋軸に直角な水平軸 (Fig. 1 (a) の X軸) まわりの曲げ剛性を無視する。

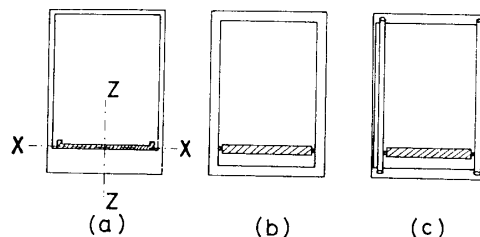


Fig 1 Transverse frame

②同じく、橋軸に直角な鉛直軸 (Fig. 1 (a) の Z軸) まわりの曲げ剛性は考慮する。

③床板のねじり剛性は考慮する。

④床板の橋軸方向の伸縮の剛性を無視する。

⑤床板を運動方程式をたてるべき注目の横断面の位置で弾性支持された連続ばりとする。したがって、2パネルごとに注目の横断面をとる近似解析法においては1パネル長の2倍の長さをスパンとする連続ば

* 土木工学教室

** 大学院工学研究科土木工学専攻

りとなる。

- ⑥横断面の形状変化を無視する場合，曲げ変形のない垂直材にヒンジ結合されているとする (Fig. 1 (b))
- ⑦横断面の形状変化を考慮する場合，床板はFig. 1 (c)に示されるように上下の水平材にヒンジ結合された曲げに対して剛な補足的な垂直材にヒンジ結合されているとする。

以上のように模型化とすると，1横断面での上記の運動方程式は次式で表わされる。

$$\begin{aligned}
 & {}_1D_i X_{i-2} + (A_i + {}_2D_i) X_{i-1} + (B_i + {}_3D_i) \\
 & - \omega^2 W_i X_i + (C_i + {}_4D_i) X_{i+1} + {}_5D_i X_{i+2} = 0
 \end{aligned} \tag{1}$$

式中， X_i は i 番目の横断面の変位ベクトル， W_i は同横断面の質量分布を表わす対角行列である。また， A_i ， B_i および C_i はトラス部材の剛性に関する正方行列であり， ${}_1D_i$ ， ${}_2D_i$ ， ${}_3D_i$ ， ${}_4D_i$ および ${}_5D_i$ は床板の剛性に関する正方行列である。これらの正方行列は横断面の形状変化を無視する場合は 7×7 の，横断面の形状変化を考慮する場合は 8×8 の大きさをもつ。

トラスの質量を2パネルおきの横断面に集中させる場合，横断面の運動方程式は次式で表わされる。

$$\begin{aligned}
 & {}_1D_i X_{i-4} - (A_i B_{i-1}^{-1} A_{i-1} - {}_2D_i) X_{i-2} + (B_i \\
 & - A_i B_{i-1}^{-1} C_{i-1} - C_i B_{i+1}^{-1} A_{i+1} + {}_3D_i - \omega^2 W_i) X_i \\
 & - (C_i B_{i+1}^{-1} C_{i+1} - {}_4D_i) X_{i+2} + {}_5D_i X_{i+4} = 0
 \end{aligned} \tag{2}$$

床板の剛性を無視した場合の運動方程式は式(1)および式(2)より明らかなように，それぞれ次式で表わされる。

$$\begin{aligned}
 & A_i X_{i-1} + (B_i - \omega^2 W_i) X_i + C_i X_{i+1} = 0 \tag{3} \\
 & -A_i B_{i-1}^{-1} A_{i-1} X_{i-2} + (B_i - A_i B_{i-1}^{-1} C_{i-1} \\
 & - C_i B_{i+1}^{-1} A_{i+1} - \omega^2 W_i) X_i - C_i B_{i+1}^{-1} C_{i+1} X_{i+2} = 0
 \end{aligned} \tag{4}$$

以上の運動方程式(1)，(2)，(3)あるいは(4)をトラス橋の各横断面に適用し，一連の運動方程式より振動数方程式を求め，固有値問題として固有周期および固有ベクトルを求める。

3. 解析結果

3.1 単純トラス橋

Fig. 2 に示すスパン 40.8m，主トラス間隔 8.4m および主トラス高さ 6.5m の単純トラス橋を対象とする。本橋の部材断面積は Table 1 の通りである。ただし，表中の垂直材の断面積の下に示されたカッコ内の値はそれぞれの断面積の橋軸に平行な軸まわりの断面

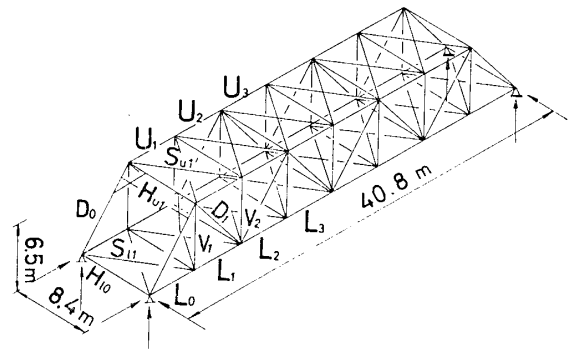


Fig. 2 Skelton of simple truss bridge

Table 1 Cross section of members (cm²)

部材名 / i	0	1	2	3	4
上廻材 U _i		141.76	141.76	192.16	
下廻材 U _i	95.04	95.04	177.56	177.56	
斜材 D _i	192.16	87.0	89.84	71.92	
垂直材 V _i		58.08	58.08	58.08	
		(8711.9)	(8711.9)	(8711.9)	
上横構 S _{ui}		28.0	28.0	28.0	
H _{ui}		50.76	53.76	53.76	53.76
下横構 S _{li}		27.0	27.0	27.0	27.0
H _{li}	177.90	211.10	211.10	211.10	211.10

2次モーメント (単位はcm⁴) である。また Fig. 3 に床組構造を示す。

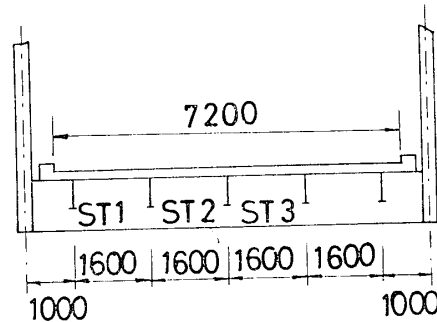


Fig. 3 Floor system

コンクリート床板の曲げ剛性 EI_s およびねじり剛性 GJ_s は鋼とコンクリートのヤング係数比 n を10とするとき次の値となった。ただし，これらの剛性の中には縦げたの剛性も僅かであるが含まれている。

$$EI_s = 1.76281 \times 10^{14} \text{ kgcm}^2$$

$$GJ_s = 0.97192 \times 10^{11} \text{ kgcm}^2$$

振動方程式から固有周期および固有ベクトルの計算は Jacobi 法によった。

3.1.1 横断面の形状変化を無視した場合

節点および横断面の質量および質量慣性モーメントは Table 2 の通りである。

Table 2 Masses and moments of inertia of mass

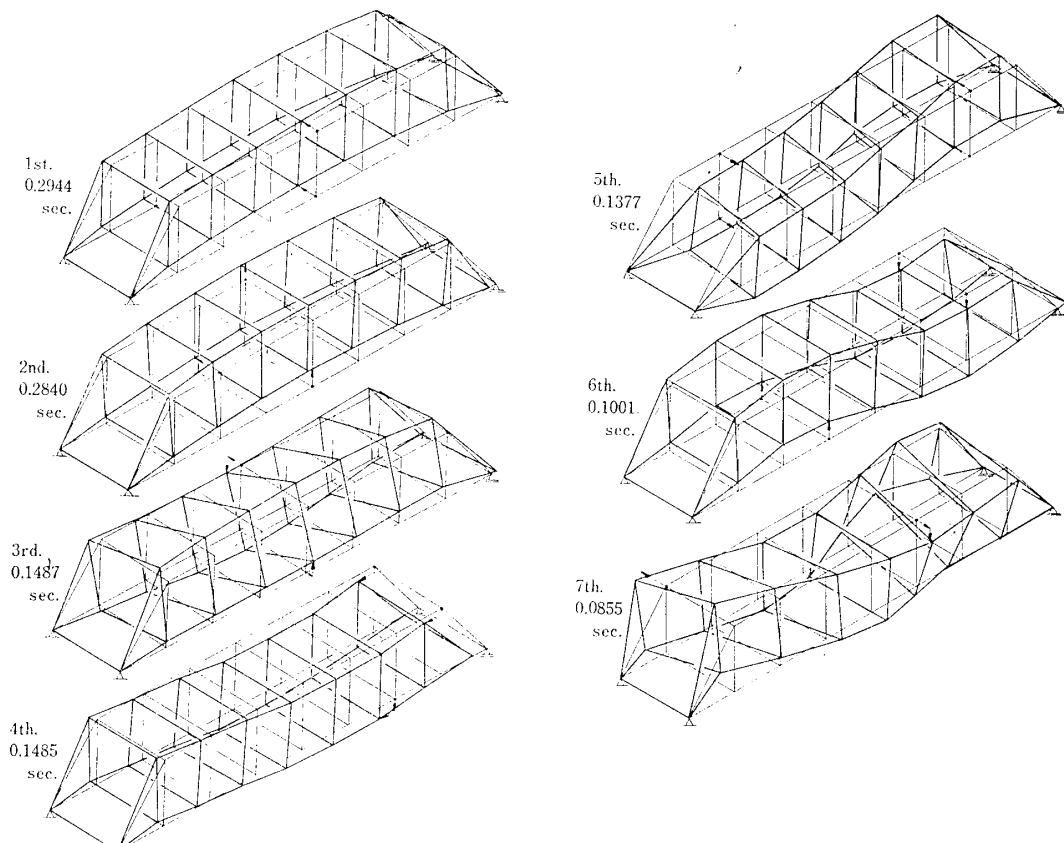
M_0	—	M_1	30.8819	M_2	31.0201	M_3	31.4633	M_4	31.5506
m_1	7.6160	m_5	13.6247	m_9	14.3784	m_{13}	13.9618	m_{17}	14.4378
m_2	0	m_6	1.8163	m_{10}	1.1316	m_{14}	1.7698	m_{18}	1.3375
I_0	—	I_1	3.73601	I_2	3.39562	I_3	3.77934	I_4	3.61011

Unit : Mass.....kg · sec²/cm

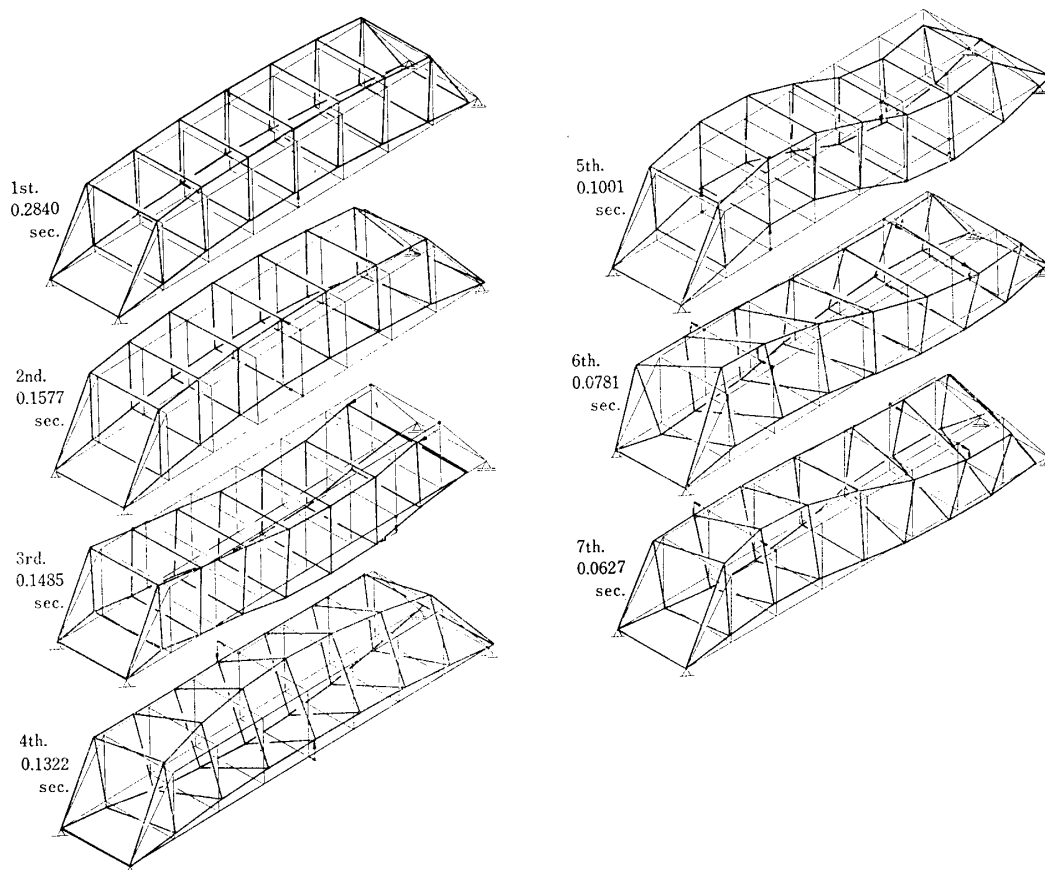
Moment of inertia of mass×10⁶kg · cm · sec²

解析結果中, 7次までの固有周期と立体的モードを Fig. 4 に示した. Fig. 4 (a)は床組の剛性を無視した場合であり, Fig. 4 (b)はその剛性を考慮した場合である. 図より明らかなように鉛直振動(剛性を無視した

場合の2次および6次, 剛性を考慮した場合の1次および5次)および橋軸方向振動(剛性を無視した場合の4次と剛性を考慮した場合の3次)の周期および振動モードは床板の影響を受けていないことがわかる.



(a) Flexural and torsional rigidity of concrete slab are neglected.



(b) Flexural and torsional rigidity of concrete slab are considered.

Fig. 4 Patterns of truss bridge with rigid transverse frames

3・1・2 横断面の形状変化を考慮した場合

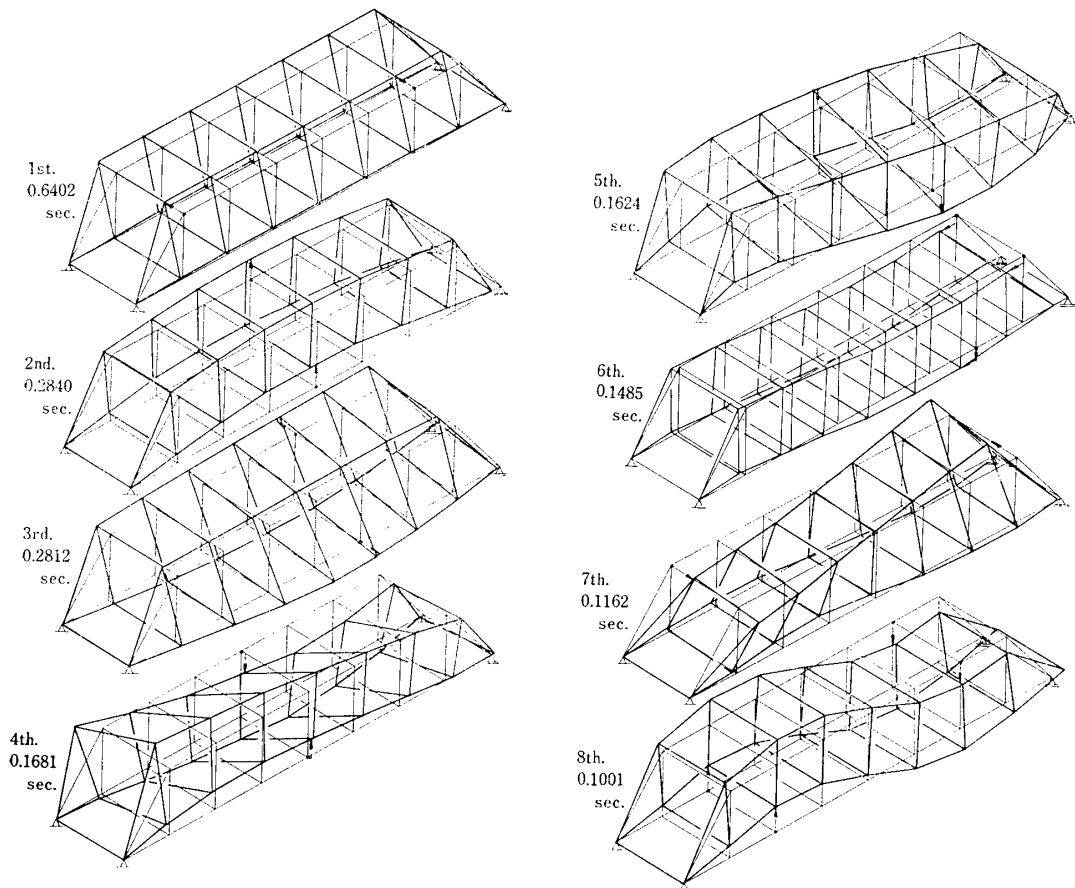
節点および横断面の質量は前項と同じであるが、質量慣性モーメントは Table 3 の通りである。Table 3 の質量慣性モーメントの単位は Table 2 と同じである。

解析結果中、8 次までの固有周期と立体的振動モードを Fig. 5 に示す。Fig. 5 (a) は床板の剛性を無視した場合であり、Fig. 5 (b) は床板の剛性を考慮した場合

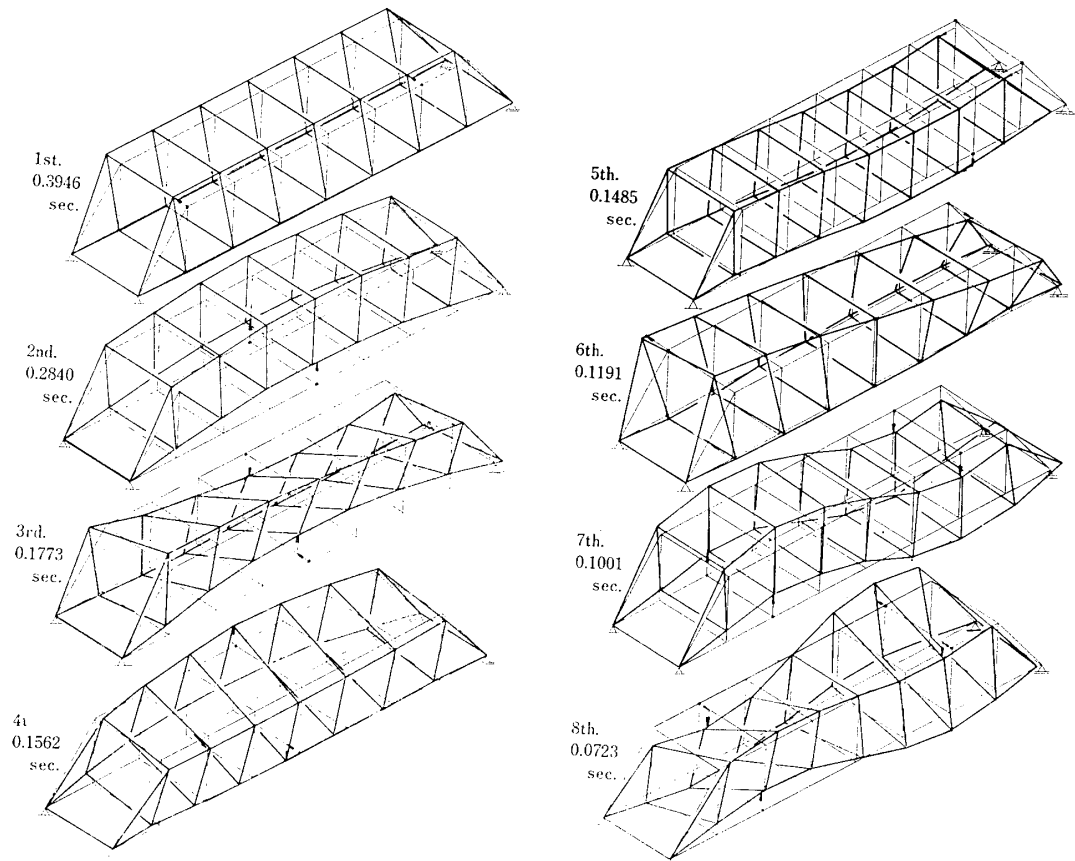
である。横断面の形状変化を無視した場合と同様、鉛直振動（剛性無視の場合の 2 次と 8 次および剛性考慮の場合の 2 次と 7 次）および橋軸方向振動（剛性無視した場合の 6 次と考慮した場合の 5 次）は全く変化しないが、水平および回転振動（剛性無視の場合の 1 次、3 次、4 次、5 次および 7 次と剛性考慮の場合の 1 次、3 次、4 次、6 次および 8 次）は床板の剛性の影響を大きく受ける。

Table 3 Moments of inertia of mass

\mathfrak{I}_0^v	—	\mathfrak{I}_1^v	2.61221	\mathfrak{I}_2^v	2.63657	\mathfrak{I}_3^v	2.71475	\mathfrak{I}_4^v	2.73015
\mathfrak{I}_0^h	—	\mathfrak{I}_1^h	1.12380	\mathfrak{I}_2^h	0.75705	\mathfrak{I}_3^h	1.06459	\mathfrak{I}_4^h	0.87996



(a) Flexural and torsional rigidity of concrete slab are neglected.



(b) Flexural and torsional rigidity of concrete slab are considered.

Fig. 5 Patterns of truss bridge with deformable transverse frames.

3・2 連続トラス橋

天門橋(天草連絡道路1号橋)を対象トラスとし、横断面の形状変化を無視した場合と考慮した場合について解析を行なった。解析法は、運動方程式をたてるべき横断面を2パネルおきにとる近似解析法である。上記の単純トラスの計算結果からも明らかなように、床板の剛性は鉛直振動には影響しないので、横断面の鉛直振動を無視し、水平および回転振動についてのみ解析した。

本橋の構造および解析上の詳細は「工事報告天草五橋」ならびに文献3)および4)を参照することとして、本報ではその結果中、固有周期のみを示す。

Table 4 Natural periods of the horizontal vibration of the truss bridges with rigid transverse frames

No.	natural periods
1	3.024 (3.272)
2	1.104 (1.300)
3	0.634 (0.737)
4	0.535 (0.619)
5	0.522 (0.537)
6	0.476 (0.527)
7	0.358 (0.440)
8	0.305 (0.336)

Table 5 Natural periods of the horizontal vibration of the truss bridges with deformable transverse frames

No.	natural periods
1	3.125 (3.422)
2	1.217 (1.452)
3	0.808 (0.859)
4	0.743 (0.829)
5	0.681 (0.789)
6	0.555 (0.591)
7	0.451 (0.539)
8	0.366 (0.411)

Table 4 および Table 5 中カッコ内の数値は床板の曲げ剛性およびねじり剛性を無視した場合の固有周

期である。

Table 4 および 5 より明らかなように、横断面の形状変化の無視あるいは考慮に関係なく固有周期は約10%程の影響を受けていることがわかる。

4. 結 び

単純トラス橋および三径間連続トラス橋の自由振動を立体的に解析することにより、短径間および長径間道路トラス橋の自由振動に及ぼす床板の剛性の影響を明らかにした。

短径間トラス橋の水平および回転振動に及ぼす床板の剛性の影響は横断面の形状変化を無視した場合およびこれを考慮した場合、いずれについても非常に大きく、短径間トラス橋の水平および回転振動の解析には必ずこれらを考慮しなければならないことがわかった。一方、長径間トラス橋に対しては短径間トラス橋ほど大きくはないが、約10%程度の影響を受け、やはり、床板の剛性を無視して振動解析すべきでないことが明らかになった。

本研究の一部は文部省科学研究費の補助を受けた。また、数値計算には九州大学大型計算機センターの FACOM 230-60を用いた。

参 考 文 献

- 1) 会田忠義：日本鋼構造協会誌8, 74, 45, (1972)
- 2) 日本道路公団：工事報告天草五橋, 日本道路公団, (1971) P. 81
- 3) 村上 正, 会田忠義：九州大学工学集報44, P. 311 (1971)
- 4) 村上 正, 会田忠義：九州大学工学集報44, P.186 (1971)

(昭和48年4月16日受理)