

外周切欠材の応力集中と回転曲げ疲労強度について (第2報)

大 野 元 明*

Stress Concentration and Fatigue Strength of Notched Specimens under Repeated Bending Moment (2nd Report)

Motoaki Ôno

Abstract

In my previous report, I investigated the stress concentration and notch factor in the circular shaft with circumferential groove of the U, V or Rectangular form, under repeating bending moment. In this paper the identical problems shall be discussed for particular notch form; double-formed (1)-consisted of circular arc and V, double-formed (2)-two circular arcs. In addition to these experiments, 45° V single row and double row were tested.

The stress concentration of a double-formed notch is higher than that of a single formed notch with upper notch-form or lower notch form respectively, but according to my photo elastic experiments this amount of increase is not so large as the product of the respective stress concentration of a upper and a lower notch. Neuber's calculating method can not be applied directly to those particular-formed notches, I used tentatively my calculating formula which gives adequate values compared with traditional calculations and photo-elastic data.

As the results of fatigue experiments, the notch factor of double-formed (1) is 1.94 against its form factor 4.68 and that of other's are shown in Table 1. Among these values, the notch factors 1.41 and 1.47 of 45° V-1, 45° V-2 are rather too much low compared with the value of 45° V notches 1.6 having the same bottom radius 0.1mm and 1.6~1.7 for 60°~90° V notches of the bottom radius 0.05mm in the previous report. This perhaps may be caused by material-irregularities of the test piece. and then it shall be checked more exactly in the next experiment.

1. 緒 言

前報⁽¹⁾において U, V, 矩形などの外周切欠をもつ軸径12mm, 谷底径8.6mm の軟鋼棒および黄銅棒の切欠係数を多数の系列についての実験結果から定め、またこれらの切欠形状の応力集中率を光弾性実験によって測定した結果について記したが本報ではとくにその中の N 系列の二重切欠および45° V-1列, 45° V-2列 (切欠中心距離を10mm としたもの) について記述する。いわゆる二重切欠とは切欠の形が単一でなくたとえば外周に円弧切欠を付けその底に小円弧, 楕円, U, V 形などの切欠を付けたものでその形は多種多様にわたるが、ここではその基本的なものとして二つの半径の異なる円弧で形成されたものと、円弧の底に V 形の切欠をもつものを探ることとした。このような切欠の形状係数については二、三の研究があり、たとえば平野

氏⁽²⁾によればこれを構成するおのおのを単一切欠とする形状係数の相乗積にほぼ等しくなるといわれ、またこれについてその後村上氏⁽³⁾の光弾性実験による研究では相乗積よりも小さくなることが報告されている。また繰返応力に対しても河本氏⁽⁴⁾らの実験があり切欠係数についても第一、第二切欠のみの切欠係数のほぼ相乗積で表わされるということになっている。筆者の実験はこれらの関係を確める目的ではなく前報記載のとおり、数多の系列についての実験結果を基にして諸種の切欠の切欠係数あるいは形状係数の相互比率を定めできればこれらを容易に算定できる計算式の立案に役立たせようとするものである。実験に供した二重切欠は円弧切欠の底に 45° V の尖鋭切欠をもったものおよび切欠半径の比較的大なる二重円弧のもの二種類である。同時に上記 45° V の単一切欠と二列切欠の試

* 機械工学教室

験片を作製して比較実験を行なった。切欠係数を論じるためには形状係数の値を知る必要があり、前報 U, V 矩形について行なったと同様に円弧二重切欠について光弾性実験を行なった。形状係数の算定にはノイバーの式がしばしば用いられるが二重切欠などの特種の形状のものには直接適用しがたいので筆者の立案した計算式を使用したので必要式だけを簡単に記しておく。

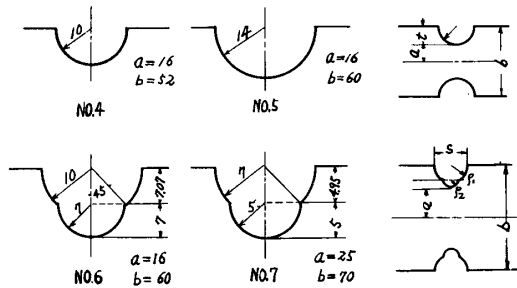


Fig. 1. Notch eorm of Photo-elastic test pieces

2. 応力集中率

外周切欠をもつ丸棒の回転曲げに対する応力集中率

は光弾性実験において両外側切欠をもつ帯板試験片の板面内の曲げ実験によって求められる切欠底部の応力集中率をもって近似的に適用することができる。前報においては U, V 矩形の単一切欠について応力集中率を測定し、これと縦断面の形状を相似形とする丸軸についての回転曲げ実験結果より求めた切欠係数と対照した。今回の光弾性実験もこれらと同様な方法で行なったもので試験片材料はエポキシ樹脂板を用い Fig. 1 に示す切欠を機械加工によって作製した後熱処理を行ない加工ひずみを除去した。図の No. 4, No. 5 は半円弧切欠で形状係数比較の基準とするために作製したもので最小断面の板幅は共に 32mm で相等しいので No. 5 の方が形状係数は当然小さい。これらはノイバーの計算式あるいはノモグラフによって容易に比較することができるが、係数値が割合小さいので信頼性には乏しい。No. 6 は外側の第 1 切欠の半径 10mm, 内側の第 2 切欠半径 7mm の二重切欠で各切欠深さ t_1 , t_2 は相等しい半円弧の重畳形で円弧重畳形の特別の場合に属する。また No. 7 は $\rho_1=7, \rho_2=5$ の半円弧の重畳である、この二者の ρ_1/ρ_2 はそれぞれ 50/35, 49/35 でほぼ相似形であるが板幅に対しては非相似で応力

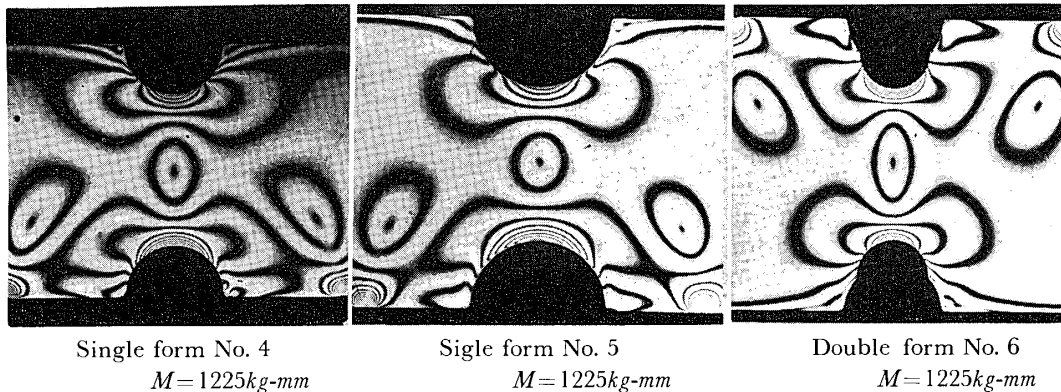


Fig. 2. Photoelastic pattern subjected to pure bending.

集中率は No. 7 の方が高くなることは容易に予想せられるものである。

Fig. 2 は如上の試験片に均一曲げモーメント 1225 kg-mm を作用せしめた No. 4, No. 5, No. 6 のしま写真である、支点間距離が少し近すぎたうらみがありしま模様にかたよりを生じたが、これによって、最小断面部でしま次数の分布を比較することができる。No. 7 は谷底直径が 50mm で前三者と同一でなく作用せしめた曲げモーメントも 2012.5kg-mm である、このしま写真の掲載は省いておく。応力集中率を算出する基準応力はいずれも最小断面の断面係数でモー

メントを除いた値を採ってある。試験片は機械加工によってできるだけ精密に製作した両外側対称切欠であるが前報記載のものと同様に圧縮側のしま次数の方が引張側のものより高く出ている。これは支点の影響と円弧の曲率が荷重の作用によって僅少の相違を生じるのが原因と考えられる。Fig. 3 は No. 4 と No. 6 の最小断面部のしま次数分布を表わしたものである他の試験片についても同様の分布図がえられるがここでは掲載を省く。上記四種の切欠の実験結果から底部のしま次数を比較すると Table. 1 に示すものとなる。小数点以下の次数の算定は省いたのでその範囲内の誤差を度

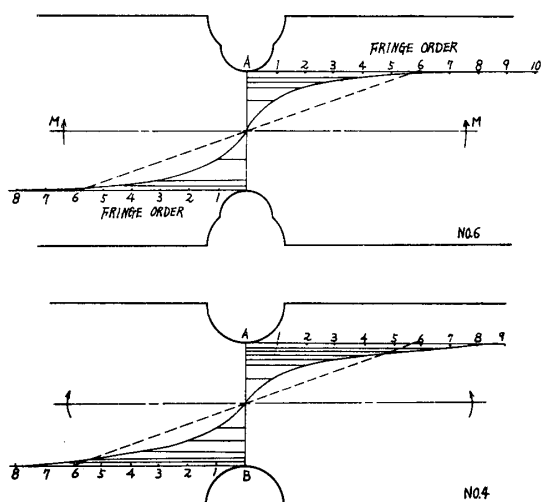


Fig. 3. Distribution of (P-Q) For No. 4 & No. 6.

外視して同表中の応力集中率が求められる。これより

形状係数の値を定めるに際しては引張側と圧縮側の応力集中率の平均をとることとする。その結果は二重切欠 No. 7 の1.64が最大で曲率の大きい半円弧切欠 No. 5の1.3が最低である。ノイバーの方式は双極線形切欠に対するもので直接この二重切欠には適用しがたいが仮に第2切欠のみの単一双極線形切欠として形状係数を算出してみると表中の値となり光弾性実験値より低くなる。表中に掲げた筆者の計算値は詳説を省き必要計算式のみを挙げておく。Fig. 4 参照

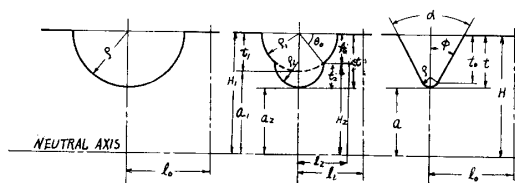


Fig. 4.

Table 1. Results of photo-elastic-experiments.

Notch Form	Fringe order		Nominal. stress kg/cm ²	Stress concentration			Calculated form factor. α_K	
	comp. side	ten. side		comp. side	ten. side	mean		
No. 4	9	8	120	1.53	1.35	1.44	1.2*	1.56**
No. 5	8	7	117.2	1.38	1.22	1.30	1.1	1.47
No. 6	10	9	117.5	1.72	1.46	1.60	1.3	2.30
No. 7	7	6	80.5	1.76	1.51	1.64	1.6	2.82

* Frnm neuber's nomograph.

** author's calculation.

i. 半円弧両外側切欠の単純曲げ

$$\alpha_K = 1 + \left(\frac{a}{H}\right)^2 \left[-\frac{\pi}{2} + \frac{2l_0}{\sqrt{l_0^2 - \rho^2}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{l_0 + \rho}{l_0 - \rho}} - \frac{l_0}{H} \log e \frac{l_0}{l_0 - \rho} + \frac{\rho}{H} \right] \dots (1)$$

$$l_0 = \left[1.35 + 0.1 \sqrt{\frac{t}{H}} \right] \rho \dots (1')$$

No. 4 切欠 $\dots l_0 = 1.41\rho \quad \alpha_K = 1.56$

No. 5 切欠 $\dots l_0 = 1.42\rho \quad \alpha_K = 1.47$

ii. 45°V 両外側切欠の単純曲げ

$$\alpha_K = 1 + \frac{a^2}{H^3} \left[\cot \phi \cdot \left\{ (H - t_0 + L) \log e \frac{L}{L - t_0 \tan \phi} - t_0 \tan \phi \right\} + (H - t + \rho) \times \left[-\frac{\pi}{2} + \phi + \frac{2l_0}{\sqrt{l_0^2 - \rho^2}} \left\{ \tan^{-1} \sqrt{\frac{l_0 + \rho}{l_0 - \rho}} - \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{l_0 + \rho}{l_0 - \rho}} \tan \frac{\phi}{2} \right) \right\} \right] - l_0 \log e \frac{l_0}{L} + \rho \cos \phi \right] \dots (2)$$

但し $L = l_0 - \rho \cos \phi \quad \phi = \frac{\alpha}{2} \quad t_0 = t - \rho(1 - \sin \phi)$

$$l_0 = \left[1.35 + 0.1 \sqrt{\frac{t}{H}} + 5 \frac{a}{H} \left(\frac{t_0}{t} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - \phi \right) \right] \rho + t_0 \tan \phi \dots (2')$$

45°V 切欠 (疲労試験用) $\dots l_0 = 8.67\rho \quad \alpha_K = 3.25$

iii. 二重切欠 (上方半円弧, 下方半円弧) の単純曲げ

$$\sigma_1 = \sigma_{bn} \left(\frac{a_2}{H_1} \right)^2 \left[-\theta_0 + \frac{2l_1}{\sqrt{l_1^2 - \rho_1^2}} \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{l_1 + \rho_1}{l_1 - \rho_1}} \tan \frac{\theta_0}{2} \right) - \frac{l_1}{H_1} \log e \frac{l_1 - \rho_1 \cos \theta_0}{l_1 - \rho_1} - \frac{\rho_1 \cos \theta_0}{H_1} \right] \dots (3)$$

$$l_1 = \left[1.35 + 0.1 \sqrt{\frac{t_1}{H_1}} \right] \rho_1 \dots (3')$$

$$\sigma_2 = \sigma_{bn} \left(\frac{a_2}{H_2} \right)^2 \left[-\frac{\pi}{2} + \frac{2l_2}{\sqrt{l_2^2 - \rho_2^2}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{l_2 + \rho_2}{l_2 - \rho_2}} - \frac{l_2}{H_2} \log e \frac{l_2}{l_2 - \rho_2} + \frac{\rho_2}{H_2} \right] \dots (4)$$

$$l_2 = \left[1.35 + 0.1 \sqrt{\frac{t_2}{H_2}} \right] \rho_2 \dots (4')$$

$$\alpha_K = 1 + (\sigma_1 + \sigma_2) / \sigma_{bn} \dots (5)$$

No. 6 切欠 $\dots \sigma_1 = 0.33\sigma_{bn} \quad \sigma_2 = 0.97\sigma_{bn} \quad \alpha_K = 2.30$

No. 7 切欠 $\dots \sigma_1 = 1.18\sigma_{bn} \quad \sigma_2 = 0.64\sigma_{bn} \quad \alpha_K = 2.82$

DOUBLE FORM(2) $\dots \sigma_1 = 0.59\sigma_{bn} \quad \sigma_2 = 1.18\sigma_{bn}$

$\alpha_K = 2.78$

iv. 二重切欠 (上方円弧, 下方V) の単純曲げ

第1 (上方) 切欠

$$\sigma_1 = \sigma_{bn} \left(\frac{a_2}{H_1} \right)^2 \frac{t_1}{c_1} \left[-\theta_0 + \frac{2l_1}{\sqrt{l_1^2 - \rho^2}} \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{l_1 + \rho_1}{l_1 - \rho_1}} \tan \theta_0 \right) - \frac{l_1}{H_1} \log e \frac{l_1 - \rho \cos \theta_0}{l_1 - \rho} + \frac{\rho}{H_1} (1 - \cos \theta_0) \right] \dots \dots \dots (6)$$

但し $\frac{t_1}{c_1} = \sqrt{\frac{t_1}{\rho}}$

$$l_1 = \left[1.35 + 0.1 \sqrt{\frac{t_1}{H_1}} \right] c_1 \dots \dots \dots (6')$$

第2 (下方) 切欠,

(2), (2)' によって求めた α_K を α_K' とする.

$$\alpha_K = 1 + \frac{\sigma_1}{\sigma_{bn}} + (\alpha_K' - 1) = \alpha_K' + \frac{\sigma_1}{\sigma_{bn}} \dots \dots \dots (7)$$

DOUBLE-FORM(1) $\dots \dots \dots \alpha_K = 4.68$

これらの式では先ず l_0, l_1, l_2 を算出して α_K を求める. l_0, l_1, l_2 は有限位置に仮定した相当距離を表わす.

Table 2. Tespiece-material

Division	Material	Chemical composition %					Mechanical Properties					Remarks
		C	Si	Mn	P	S	σ_B	σ_S	ϵ	ϕ	$H_{R \cdot B}$	
N	Steel	0.16	0.29	0.47	0.033	0.032	52.2	34.5	28.5	52	70	19 ϕ material

Note σ_B = Tensile strength kg/mm² ϵ = Eelongation %
 σ_S = Lower yielding point kg/mm².

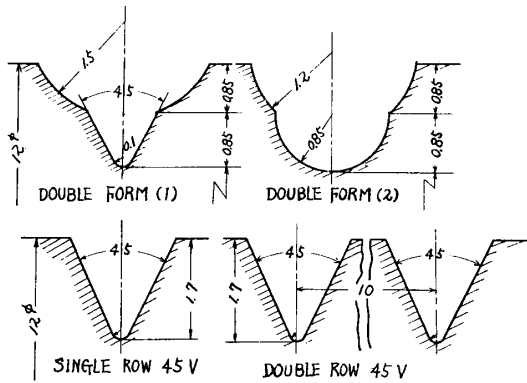


Fig. 5. Notch forms of fatigue test pieces.

3. 疲労実験

実験に供した材料は前報 TABLE. 1 の N 系列の低炭素鋼でその化学的成分, 機械的性質は同表中に記してあるが本報 TABLE. 2 に再録しておく. 切欠形状は FIG. 5 に示す四種類で軸外径はいずれも 12m・m で谷底直径 (最小断面径) は 8.6m・m を基準としているが実測によると TABLE. 3 に示すように少し大きくできている. DOUBLE FORM (1) は第 2 切欠が V の尖鋭切欠であるから応力集中率は最高で筆者の計算式によると 4.68 である. 45° V 単列, 複列のものは上記の第 2 切欠 45° V の単一形で複列のものとの中心距離は前報 N 系列では 20m・m であったが今回は 10m・m で実験した. この 45° V 単一切欠の応力集中率の計算値は 3.25

である (ノイバーのノモグラフによるものとはほぼ一致する). DOUBLE-FORM (2) は円弧二重切欠で前項の光弾性試験片 No. 7 の半円弧重畳形と形はいくぶん異なっているが応力集中率は計算値で 2.78 および 2.82 のほぼ同一値をもつものである.

疲労実験は小野式回転曲げ疲労試験機 (1760r・p・m) によった. 実験結果は TABLE. 3 に掲げた. 表中谷底径 d_0 また外径 d などの測定は拡大投影によった. 切欠材の試験片の中で 10⁷ 回転しても破断しなかったものについては引張試験を行ない疲労破断を生じたものについては急進破面の偏心を測った.

FIG. 6 は耐久線図で平滑材の試験片数が少なかったうらみがあるが前報各系列の実験結果とも照合のうえ耐久限度を 20kg/mm² と定めた. 45° V の耐久限度は一

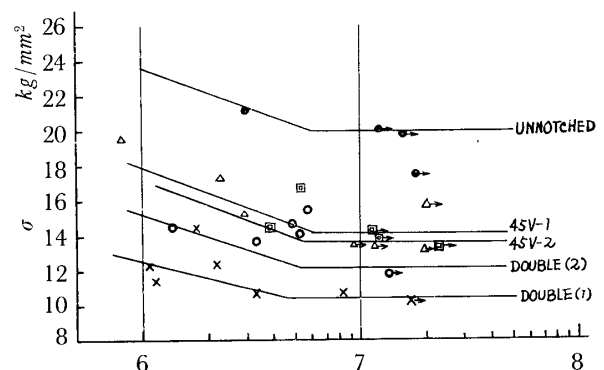


















Fig. 6. Comparison of endurance limits.

Notch-form	no	outer dia.	minim. dia.	bending stress	repeated cycles	ruptured x, un- ruptured	tention tes,t	eccent. e	
		d_1 mm	d_0 mm	σ kg/mm ²	$N \times 10^6$		$\sigma' B$ kg/mm ²	m•m	
unnotched	1	12.000		17.68	10.7824		52.8		
	2	12.000		20.00	2.9908		52.8		
	3	11.900		19.94	15.3641		55.1		
	4	11.885		21.21	2.9875	×			
	5	12.000		20.05	10.2536		54.9		
double form (1) ($\alpha_K=3.68$)	10	12.000	8.597	14.50	1.7699	×		2.15	
	11	〃	8.929	12.15	1.0130	×		2.45	
	12	11.984	8.703	12.36	2.0434	×		2.15	
	14	11.983	8.920	10.75	3.3246	×		2.40	
	16	11.995	8.607	11.18	1.1475	×		2.35	
	17	12.002	8.638	10.72	8.1749	×		2.50	
19	11.987	8.848	10.29	10.7730		61.3			
double form (2) ($\alpha_K=2.78$)	21	12.005	8.675	15.58	5.8372	×			
	23	11.984	8.677	14.75	4.8774	×			
	24	12.000	8.811	11.99	13.4809		70.2	1.50	
	27	11.986	8.605	14.45	10.3942		75.0	1.92	
	28	11.992	8.842	13.72	2.3111	×			
	30	12.000	8.575	14.12	4.1775	×			
45V-1 ($\alpha_K=3.25$)	6	11.992	8.737	15.28	2.9098	×		2.2	
	7	12.000	8.800	13.51	10.7663		65.7		
	8	12.000	8.978	13.35	11.5391		61.8		
	9	12.000	9.000	13.62	9.9152		66.4		
	15	11.980	8.765	15.87	11.2145		66.2		
	31	12.000	8.618	19.58	0.3183	×		1.40	
32	12.000	8.576	17.40	1.2364	×		1.75		
45V-2 ($\alpha_K=3.25$)	18	11.980	8.600	8.712	16.83	5.0323	×		1.40
	20	11.987	9.083	9.134	13.55	10.7030		70.6	
	22	11.989	8.812	8.910	13.41	12.2609		69.4	
	25	11.995	8.779	8.870	14.40	3.8854	×		2.10
	26	12.006	8.797	8.891	13.92	10.3932		64.5	
	29	12.002	8.750	8.822	14.31	10.0890		64.1	

note. tention test=tensile strength of fatigue tested specimen.

eccent=eccentricity of braked sectional area.

α_K =form factor calculated from author's formlas

列, 二列ともに予想したものよりも高く出ている, すなわちこの結果から求められる切欠係数は1.41~1.47で前報60°V ($\rho=0.1$) の実験値1.64に比べて著しく低くなる, また形状係数の計算値から判断しても耐久限度が高すぎるように思われるので, これを確かめるためさらに実験を続行している. 一列と二列の相互的比較をすると二列のものが耐久限がわずかに低く切欠中心

距離 10m•m では切欠の干渉による緩和現象は現われずかえって切欠効果が増大していることが知られる.

二重切欠の切欠効果はかなり著しく現われており, DOUBLE-FORM (1)の切欠係数は1.94, DOUBLE-FORM(2)では1.66である. これらの値は前記の形状係数の計算値や前報B系列の60°V($\rho=0.1$)やA, J, M系列のU形の β_K と対照すればほぼ適当な値を示して

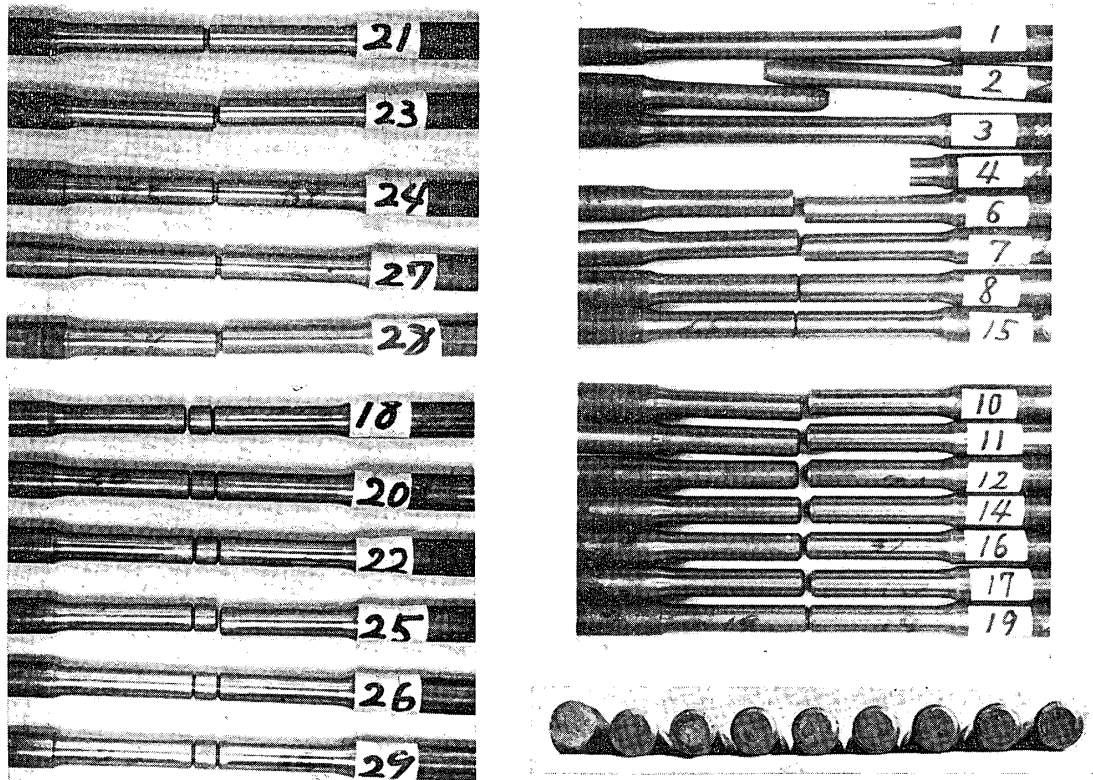


Fig. 7. Fatigue Test Pieces.

いるものと思われる。DOUBLE-FORM (2)は前記のように光弾性試験片 No. 7 と応力集中率の計算値がほぼ等しいので、切欠係数1.66が No. 7 の光弾性実験値1.60よりも大きいことは不合理で、これは光弾性実験値の方が低すぎるためである。

FIG. 7 は疲労実験後の試験片で番号は TABLE-3 のNo. に対応している。

Table 4. form factor & notch factor

	double (1)	double (2)	45V-1	45V-2
α_K	4.68	2.78	3.25	3.25
β_K	1.94	1.66	1.41	1.47

4. 結論

光弾性実験に供した二重切欠 No. 6, No. 7 はいずれも第1, 第2切欠ともに半円弧切欠で応力集中率は疲労試験に用いたV形($\rho=0.1\text{mm}$)やDOUBLE-FORM(1)などの形状のものに比べて小さいのであるが、それらの測定値は TABLE (1) の筆者の計算値に比べてみると少し低すぎるうらみがあり、この値を形状係数とするには不適當である。しかし単一円弧切欠 No. 4, No. 5 を含めて測定値相互間の比率、大小の順序などは両

者ともほぼ同等である。また二重切欠の効果がかなり顕著に現われているようであり、単一切欠のものよりも相当大きくなっている。ただし二重切欠を構成する第1, 第2切欠を各単一切欠とする応力集中率の相乗積になるか否かについては実験の範囲内では判定しがたいため後報に譲る。二重切欠のような特種形状に対する応力集中率を算定することは比較的困難で適當な計算方式が見当たらないので便宜上筆者の立案した計算式を用いたが本報では実験値の方を主にした関係から式の誘導方法などの記述を省略したのでここでは参考値に止めておく。

疲労実験に供した切欠形状は光弾性実験のものとは全く同形でないので直接の比較が困難であるが、しかしDOUBLE-FORM (2) の応力集中率と光弾性試験片 No. 7 の応力集中率(計算値)とはいずれも約2.8で同等である関係からこの両者を対照してみると No. 7 の光弾性実験値1.60はDOUBLE-FORM (2) の切欠係数値1.66よりも低く不合理である。これは先に述べたように光弾性実験値が全体的に低く現われているためである。全般的に見て筆者の計算した形状係数を基準にとって検討すれば切欠係数の実験値も大体において妥當な比率を与えているように思う。

前報および本報の実験値、計算値などを通覧すると

U, V, 矩形, 二重切欠をもつ軸の回転曲げに対する切欠係数, またその形状係数の相互関係がある程度明らかになったように思うが, 今なお引続き実験を行なっているものもあるので総合的な結論は後に譲る.

文 献

- 1) 大野, 山口大学工学部研究報告, 15, 137 (昭和40.4)
- 2) 平野, 日本機械学会論文集 17, 61 (昭和26-11), 16p.
- 3) 河本, 関, 材料試験 5, 34(昭和31-7), 414p.
- 4) 村上, 日本機械学会論文集26, 170 (昭和35-10), 1387p.
(昭和40年6月15日受理)