

刃形堰上流水位の評価について

羽田野袈裟義¹・狩野晋一²・多田羅謙治²

¹ 社会建設工学科

² (株) 建設技術研究所

堰を有する河川の洪水時の水面形計算では堰直上流の水位を境界条件として与えることが必要となる。本研究では、刃形堰を越える完全越流と潜り越流について流量と水位の関係を無次元形で定式化し、流量から上流水位を求める方法を提示している。完全越流では、無次元量として越流水深/堰高、限界水深/堰高、そして単位幅流量に基づくRe数の3つの量を取り、それらの関係の定式化を行った。潜り越流については、下流水位の上昇による上流水位の上昇量を定式化している。既往の実験データを用いた検証の結果、本研究で提案された評価法は従来式に比べて適合性が良好であることを確認した。

Key Words : sharp crested weir, upstream head to weir-height ratio, critical depth to weir-height ratio, downstream head to critical depth ratio

1. 緒言

刃形堰の水理についてはこれまで流量評価を主眼として多くの実験的研究がなされており、有用な結果が得られている。たとえば、完全越流に関する修正レーボックの式¹⁾はかなりの高精度で流量を与える。しかしながら、従来の完全越流の式は適用に際して種々の制限があり、特に越流水深が0.8mまたは0.5mを越えないとの条件が課される。また、修正レーボックの式は流量係数の表現の中に堰高効果の修正項を含んでいるが次元の不一致という大きな問題を残している。堰が存在する河川の洪水時の水面形計算では堰公式を用いることになるが、このようなケースでは広範囲の水理条件が生じるため上記の適用限界や不明点をもつ堰公式では十分とはいえない。

一方、潜り越流についても板谷・竹中の式²⁾をはじめいくつかの流量公式が提案されているが、そのほとんどは堰頂を基準とした上流水位を h_1 、下流水位を h_2 、流量係数を C として、単位幅流量を $q = C(g(h_1 - h_2))^{1/2} h_1$ の形で与えており、 C は潜り度 h_2/h_1 だけの関数としている。この形の流量公式は、潜り度 h_2/h_1 が1に近づくと流量誤差が大きくなり、板谷・竹中の式では適用限界として潜り度の上限値を0.85と与えている。この場合、 C が潜り度 h_2/h_1 だけの関数であるとするだけで十分か、についてはあまり検討されていない。完全越流の結果からの類推として

堰高の影響が出て不思議ではない³⁾。また、洪水時の流れでは堰が河床上の比較的大きな粗度という立場もなりうるから、フルード数の影響を検討することも必要であろう。

本研究は、完全越流について著者ら⁴⁾が与えた無次元量の間関係、すなわち越流水深/堰高と限界水深/堰高の間関係、を用いて堰高と流量から上流水位を算定する方法を提案する。また、潜り越流については、流量同一の条件で比較した場合、下流水位の上昇により上流水位がどのように上昇するかを無次元量の間関係として定式化し、この結果を用いて上流水位を算定する方法を提案する。

2. 完全越流

(1) 越流水深の計算式

著者ら⁴⁾は、刃形堰を越える完全越流の流れについて検討し、越流水深/堰高と限界水深/堰高の間に強い関数関係が存在することを見いだしている。これらの無次元量のうち、限界水深/堰高はフルード数とみなされる。その後広い範囲の水理条件のもとで行われたSchoder & Turner⁵⁾の実験データを用いて堰高と越流水深から流量を算定する方法を提案している⁶⁾。表-1は Schoder & Turnerの論文に掲載されている実験のうち本研究で後述の検証のためそのデータを用いた実験の条件である。表中のNoは、原論文のTable番

号に対応し、No12~24は Schoder & Turner、No25~27は Dawson、28は Martin、29~41は Meyer & See、そして42は Jones のデータである。上記の無次元量間の定式化は、厚さ1/4 インチの鉄板を2枚重ねて堰頂幅を3/32インチ、堰頂部の尖り角を30度にした堰を用いて行われた、No12~24 (Cシリーズ) の全実験データを用いて行なった。

その結果、越流水深8mm以上のデータから、限界水深/堰高と越流水深/堰高の間に図-1の関係を得た。そして、この関係を両対数紙上で2次曲線を接続させることにより最小自乗近似した。また、越流水深hが8mm未満のデータについては、両者がレイノルズ数 $Re_h = h(2gh)^{1/2}/\nu$ を唯一のパラメータとする関係にあることを見いだした。その結果のみを示すと、① $0.004 \leq h/h_d \leq 0.1$ 、② $0.1 \leq h/h_d \leq 1.0$ 、および③ $1.0 \leq h/h_d \leq 6.0$ の3つの領域に対し、 $X = \ln(h/h_d)$ として次のようである。

- ① $h_c/h_d = R_q \cdot \exp(0.008X^2 + 1.048X - 0.276)$
- ② $h_c/h_d = R_q \cdot \exp(0.017X^2 + 1.065X - 0.282)$ (1)
- ③ $h_c/h_d = R_q \cdot \exp(0.047X^2 + 1.070X - 0.282)$

ここで、 R_q はレイノルズ数 Re_h に依存する係数で、

$$R_q = 1 \text{ for } Re_h \geq 3000$$

$$R_q = -0.549(\ln(3000) - \ln(Re_h))^{1.6} + 1 \text{ for } Re_h \leq 3000$$
 (2)

である。以上により堰高と越流水深が与えられれば流量評価が可能となる。この評価式は従来式に比べて適合性が改善されている⁶⁾。

一方、流量から越流水深を評価するには上と逆の形で関数関係を導けばよい。まず、図-1の関係を上と逆に定式化する。その結果、① $0.005 \leq h_c/h_d \leq 0.1$ 、② $0.1 \leq h_c/h_d \leq 1.0$ 、および③ $1.0 \leq h_c/h_d \leq 4.0$ の3つの領域に対して、 $Y = \ln(h_c/h_d)$ として次のように与えられる。

- ① $h/h_d = \exp(-0.006Y^2 + 0.966Y + 0.302)$
- ② $h/h_d = \exp(-0.014Y^2 + 0.931Y + 0.263)$ (3a)
- ③ $h/h_d = \exp(-0.039Y^2 + 0.915Y + 0.263)$

次に、 h/h_d の実験値を上式右辺で除した値を R_h とし、これを Schoder & Turner の実験で越流水深が8mm未満まで行われた堰について示したのが図-2である。図中の線は、第2のレイノルズ数 $Re_q = q/\nu$ を用いて、 $Re_q > Re_c$ で $R_h = 1$ 、 $Re_q < Re_c$ で次式

$$R_h = A(\ln(Rec) - \ln(Re_q))^B + 1$$
 (4a)

を仮定し、パラメータA、BおよびRecを同定した結果であり、 $A=0.267$ 、 $B=2$ 、 $Rec=2000$ である。

以上を整理すると、① $0.005 \leq h_c/h_d \leq 0.1$ 、② $0.1 \leq h_c/h_d \leq 1.0$ 、および③ $1.0 \leq h_c/h_d \leq 4.0$ の3つの領域に対し、 $Y = \ln(h_c/h_d)$ を用いて、

表-1 実験条件

No	hd(m)	B(m)	h1(m)	Q(m ² /s)
12	2.286	1.286	0.009~0.838	0.0016~1.5244
13	0.152	1.286	0.009~0.610	0.0017~1.3508
14	0.305	1.286	0.009~0.720	0.0017~1.5056
15	0.457	1.286	0.005~0.735	0.0007~1.4070
16	0.610	1.286	0.007~0.754	0.0011~1.3991
17	0.914	1.286	0.007~0.814	0.0011~1.5066
18	1.219	1.286	0.005~0.823	0.0005~1.4992
19	1.676	1.286	0.004~0.809	0.0003~1.4468
20	2.286	1.286	0.006~0.684	0.0008~1.1108
21	2.286	1.286	0.004~0.770	0.0004~1.3174
22	0.229	1.286	0.004~0.710	0.0001~1.4961
23	1.676	1.286	0.016~0.826	0.0037~1.5176
24	0.762	1.286	0.307~0.622	0.3128~0.9955
25	1.679	1.286	0.029~0.776	0.0098~1.3644
26	1.673	1.286	0.034~0.808	0.0118~1.4406
27	1.673	1.286	0.035~0.635	0.0126~0.9699
28	0.366	0.617	0.029~0.324	0.0094~0.3684
29	0.762	0.616	0.015~1.680	0.0039~0.5131
30	0.697	0.616	0.013~0.404	0.0033~0.5088
31	0.630	0.616	0.016~0.405	0.0046~0.5084
32	0.531	0.616	0.015~0.370	0.0041~0.5080
33	0.429	0.616	0.015~0.398	0.0039~0.5135
34	0.297	0.616	0.012~0.392	0.0031~0.5152
35	0.230	0.616	0.015~0.381	0.0039~0.5143
37	0.060	0.616	0.013~0.359	0.0033~0.4997
38	0.124	0.616	0.016~0.384	0.0042~0.5125
39	0.220	0.616	0.014~0.394	0.0036~0.5140
40	0.306	0.616	0.014~0.401	0.0033~0.5155
41	0.429	0.616	0.016~0.398	0.0041~0.5094
42	0.551	0.616	0.005~0.414	0.0008~0.5173

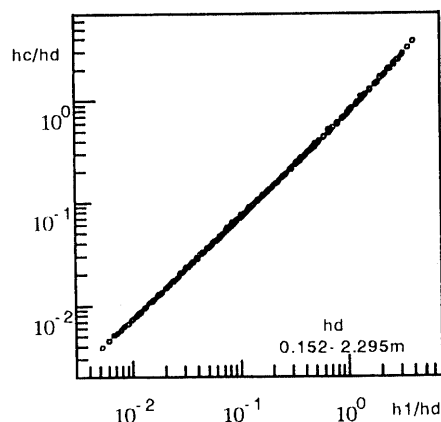


図-1 h_c/h_d と h_1/h_d の関係

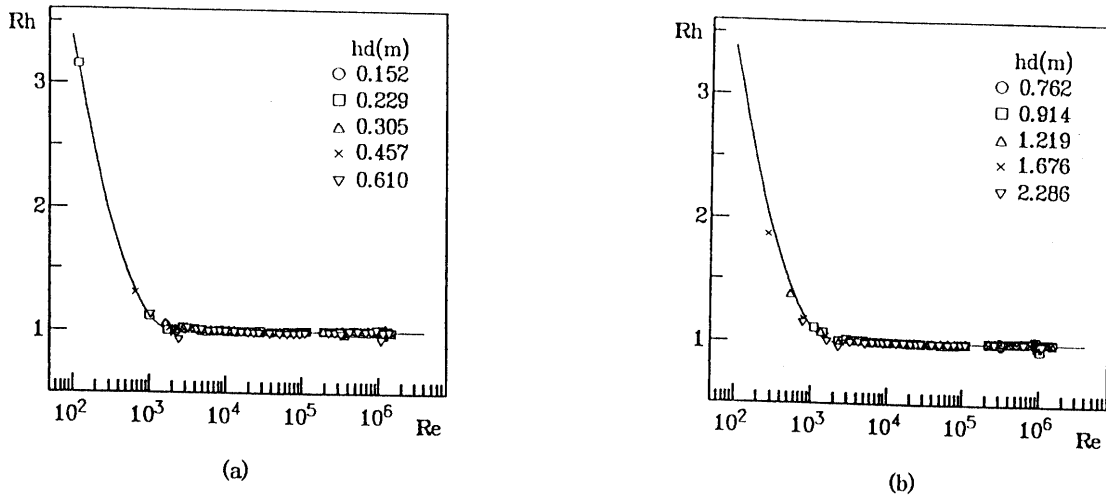


図-2 RhとReの関係

- ① $h/h_d = R_h \cdot \exp(-0.006Y^2 + 0.966Y + 0.302)$
- ② $h/h_d = R_h \cdot \exp(-0.014Y^2 + 0.931Y + 0.263)$ (3)
- ③ $h/h_d = R_h \cdot \exp(-0.039Y^2 + 0.915Y + 0.263)$

となる。ここで、 R_h は、

$$R_h = 1 \quad \text{for } Re_q \geq 2000$$

$$R_h = 0.267(\ln(2000) - \ln(Re_q))^2 + 1 \quad \text{for } Re_q \leq 2000$$
 (4)

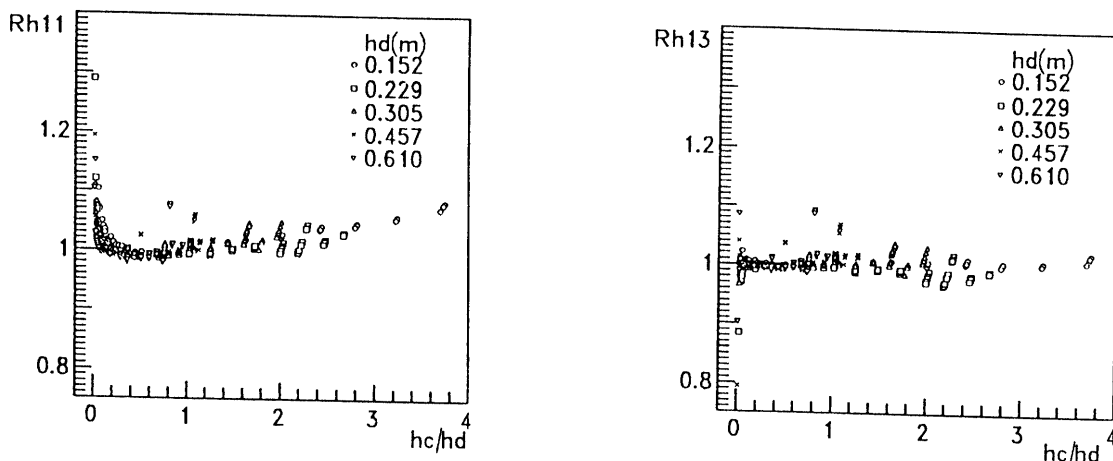
である。堰高と流量が与えられた場合には上式により越流水深を算定することができる。

(2) 適合性の検討

上で得られた越流水深 h の評価式の適合性を検討した。これは、表-1のデータのうち、前述のように堰頂部を注意深く刃形に成形した種々の高さの堰を用いて系統的に行われたSchoder & TurnerのNo12~24の実験とMeyer and SeeのNo29~41の実験データについて行った。比較のため、修正レーボック式とフランシスの第2近似式による計算も行った。その結果、フランシスの第2近似式は h_c/h_d が0.2程度で程

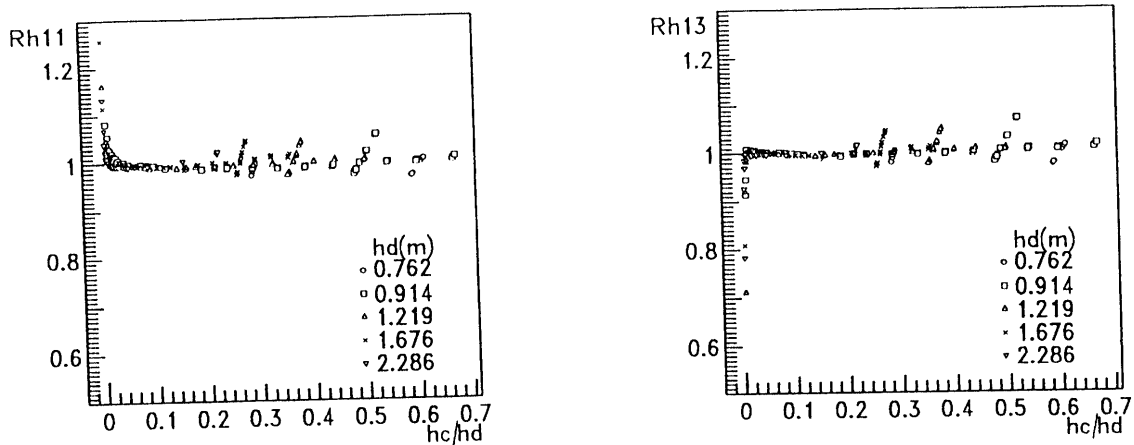
よい適合性を示すものの h_c/h_d が0.2から離れるにつれて大きな誤差を与え、これら3つの評価式の中では適合性が1ランク劣っていた。図-3は本提案式と修正レーボック式の適合性の検討結果を示す。図中 R_{h11} および R_{h13} はそれぞれ本提案および修正レーボック式による h_1 の計算値を実験値で除したものである。

これら2つの評価式の結果を比べると、修正レーボック式の適用範囲である $h_1/h_d < 1$ にほぼ匹敵する $h_c/h_d < 1$ の範囲では両者の適合性は同程度であるが、 $h_c/h_d > 1$ の範囲では検証データにより評価が分かれる。Schoder & Turnerのデータでは修正レーボックの方が優れているようであるが、Meyer & Seeのデータでは修正レーボック式の方が大きな誤差を与える。この領域での相対誤差の絶対値の大きさ、流量係数の次元の問題、図-1とC~ h_1/h_d 図³⁾の統一性の程度の差異などを総合すると、本提案式の方が適切といえよう。



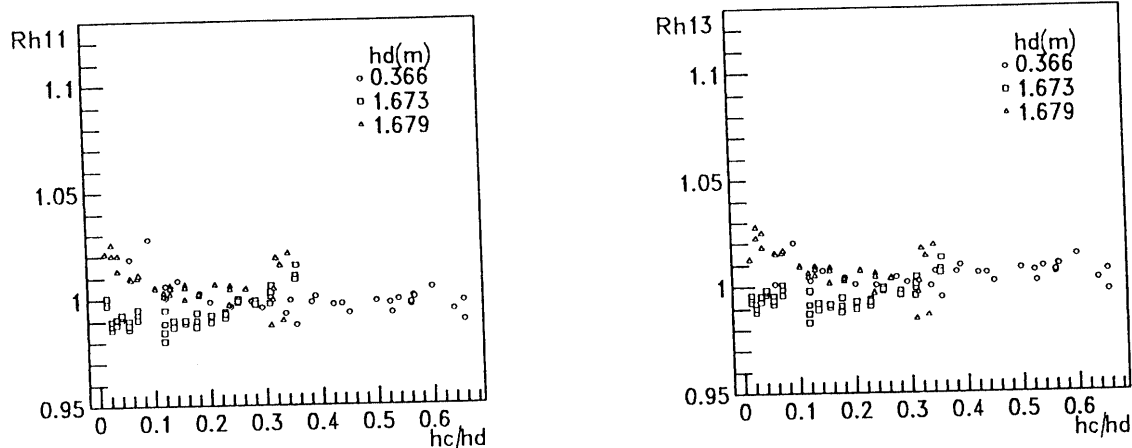
(a) Schoder & Turnerの実験1

図-3-1 越流水深の計算結果(1) (本研究, 修正レーボック式)



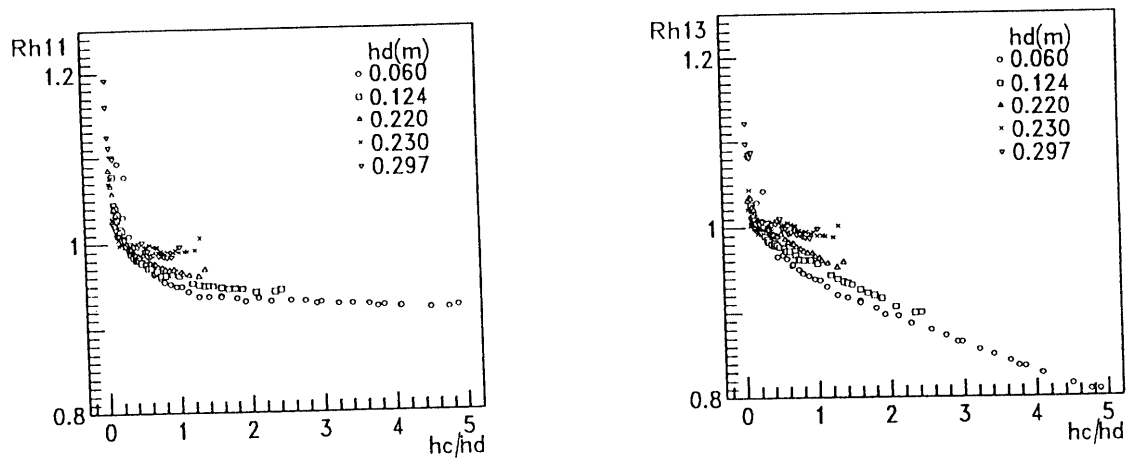
(b) Schoder & Turnerの実験(その2)

図-3-2 越流水深の計算結果(2) (本研究, 修正レーボックス式)



(c) Meyer & Seeの実験(その1)

図-3-3 越流水深の計算結果(3) (本研究, 修正レーボックス式)



(d) Meyer & Seeの実験(その2)

図-3-4 越流水深の計算結果(4) (本研究, 修正レーボックス式)

3. 潜り越流

(1) 無次元量間の関係

前述のように、従来の潜り堰の公式は流量評価を主眼として定式化されている。著者ら⁴⁾は、刃形堰上の潜り越流について既存の実験データを解析し、この流れは3つの無次元量 h_c/h_d 、 h_2/h_1 および h_1/h_d の間の関係として表現されることを示した。しかしながら、その定式化は必ずしも成功していなかった。

ここで無次元量の組み合わせの変更を検討する。完全越流状態で単位幅あたり流量 q で水が流れるときの越流水深を h とすると、レイノルズ数が小さい領域を除いて $h/h_d = f(h_c/h_d)$ となる(図-1)。また、上記3つの無次元量のうち h_1/h_d と h_2/h_1 は次のように表現される。

$$\frac{h_1}{h_d} = \frac{h_1}{h} \cdot \frac{h}{h_d} = \frac{h_1}{h} f_1(h_c/h_d)$$

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{h_2}{h_c} \cdot \frac{h_c}{h_d} \cdot \frac{h_d}{h} \cdot \frac{h}{h_1} = \frac{h_2}{h_c} \cdot \frac{h}{h_1} \cdot f_2(h_c/h_d)$$

ここで、 $f_1(h_c/h_d)$ と $f_2(h_c/h_d)$ はともに h_c/h_d の関数である。以上により上記3つの無次元量の組み合わせは、 h_1/h 、 h_2/h_c 、 h_c/h_d 、または h_1/h 、 h_2/h_1 、 h_c/h_d の組み合わせに変換される。問題は潜り度として h_2/h_c と h_2/h_1 のいずれを用いたときに上流の水位上昇量の表現 h_1/h

を都合よく定式化できるかである。そこで、表-2に示す条件で行われたGlen Cox⁷⁾の刃形堰実験の全データを用いて上記2つの方法により整理を試みた。その結果を図-4に示す。 h は個々の堰の越流量と越流水深の関係の検定結果より求めている。図より、潜り度に h_2/h_c を用いた場合の方が h_2/h_1 を用いた場

合よりもデータの縦軸方向の散乱が小さく、しかも他の要因の影響が小さいので h_1/h を定式化するのにより適切であることがわかる。

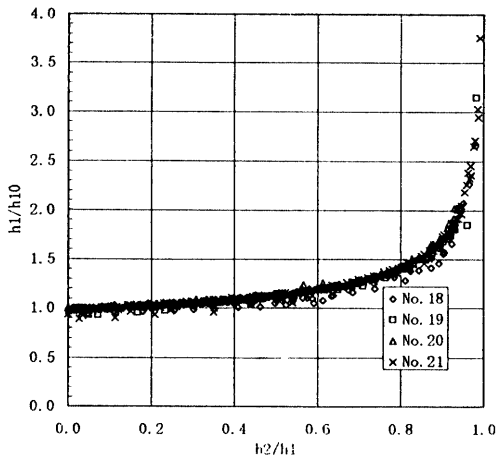
つぎに図-4(b)の関係を最小自乗法により定式化した。定式化は、図のプロット群を2次曲線で接続させることにより行った。その結果、① $0 \leq h_2/h_c \leq 1.5$ 、② $1.5 \leq h_2/h_c \leq 2.5$ 、および③ $2.5 \leq h_2/h_c \leq 5.5$ の3つの領域に対応し、次の関係式(5)を得た。

- ① $h_1/h = 0.135(h_2/h_c)^2 + 0.047(h_2/h_c) + 1$
 - ② $h_1/h = 0.131(h_2/h_c)^2 + 0.006(h_2/h_c) + 1.072$
 - ③ $h_1/h = 0.014(h_2/h_c)^2 + 0.542(h_2/h_c) + 0.460$
- (5)

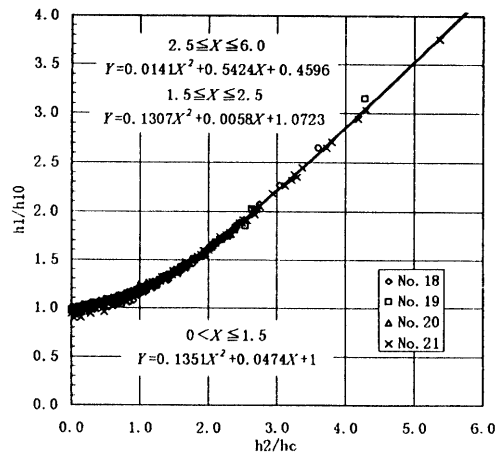
これが、刃形堰上の潜り越流の流量と水位の関係である。これと2章で求めた式(3)、(4)および(5)を組み合わせると、堰高、流量、および下流水位が与えられた場合に上流水位が算定される。なお、式(5)では $h_2=0$ のとき h_1 が完全越流の越流水深に等しくなっているが、実際には $h_2=0$ では h_1 は下流水面の影響を受けて完全越流のときの越流水深より少し大きくなる。刃形堰ではこの相対差は4%程度とみなされるが、図-4より h_2/h_c がある程度大きくなるとこの影響は小さく見られる。

表-2 潜り越流の実験条件

No	h_d (m)	q (m^2/s)	h_c/h_d
18	0.347	0.049~0.348	0.184~0.665
19	0.610	0.112~0.451	0.041~0.450
20	0.991	0.026~0.208	0.042~0.165
21	1.087	0.027~0.654	0.023~0.172



(a) h_1/h と h_2/h_1 の関係



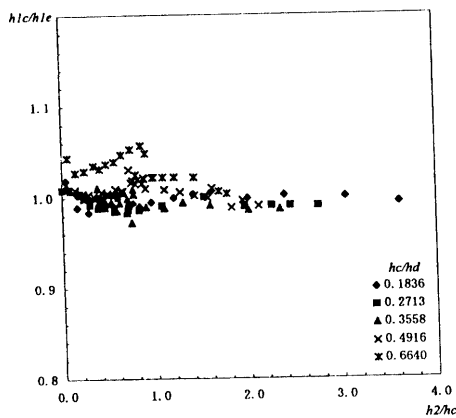
(b) h_1/h と h_2/h_c の関係

図-4 h_1/h と潜り度との関係

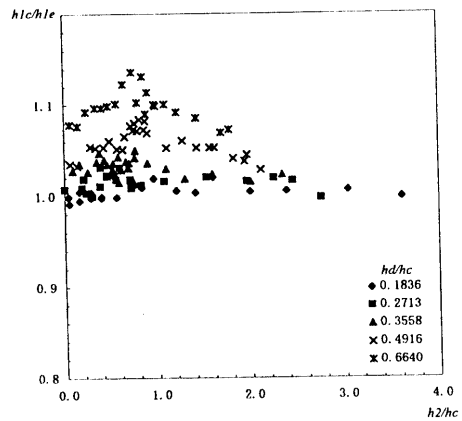
(2) 適合性の検討

上で得られた上流水位の評価式の適合性を検討するため、潜り度を系統的に変化させて行ったGlen Coxの実験データ、および原論文に掲載されているFrancisおよびFteley & Stearnsの実験データを用いて h_1 の計算を行った。比較のため、既往の板谷・竹中の式、フランシスの式、およびウイスコンシン大学の式²⁾による計算を行った。図-5は以上の諸式による h_1 の計算値 h_{1c} と実験値 h_{1e} の比を h_2/h_c に対してプロットしたものである。なお、1950年頃行われた板谷・竹中の実験では堰下流の水表面に整流板を設けて水面の波立ちを抑制しているが、図-5に示す実験ではこのような措置を講じていない。また、Coxの実験では堰下流 $2.54h_d$ の位置で下流水位を測定してい

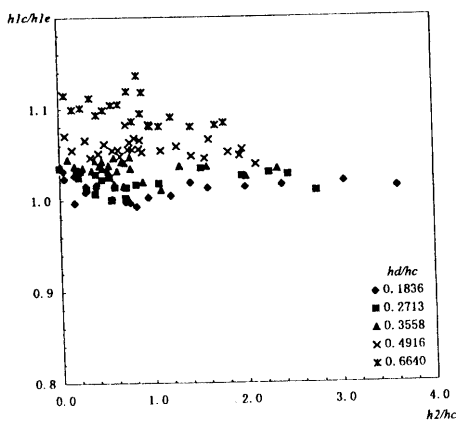
る。図より、 h_c/h_d が極端に小さいデータを除けば本研究の結果は全般的に従来式の結果に比べて誤差が小さい。特に h_2/h_c が2以下の領域で適合性が良くなっていることがうかがえる。河川断面が適当な確率流量に見合うものとして設計されること、および大出水については h_2/h_c があまり大きくならないことを考慮すれば、洪水時の水面計算に利用する資料としては改善されたと考えて良い。従来式の式形では流量の表現式の中に流速と直接結びつく因子 $(2g(h_1-h_2))^{1/2}$ や $(2gh)^{1/2}$ が含まれるため、その精度を上げようとするれば堰周辺、とくに堰頂周辺の流速分布が水理条件により変化することを流量係数に反映させることが必要であるが、本研究の方法ではそのことに深く立ち入る必要がない。



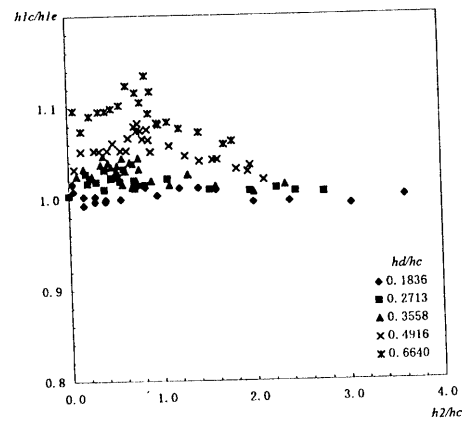
(a) 本研究



(b) 板谷・竹中の式



(c) フランシスの式



(d) ウイスコンシン大学の式

図-5-1 潜り越流の上流水位の計算結果, Glen Coxの実験 No. 18, $h_d=0.347m$

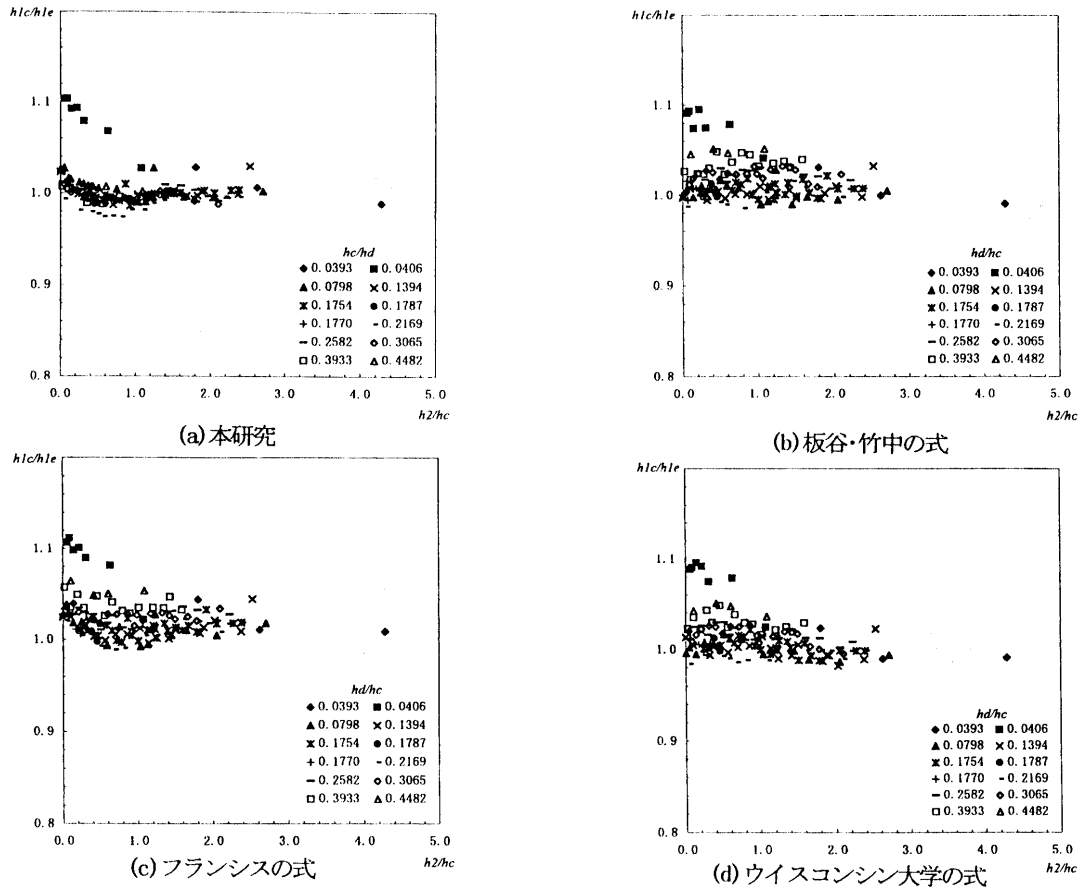


図-5-2 潜り越流の上流水位の計算結果, Glen Coxの実験 No. 19, $h_d=0.610\text{m}$

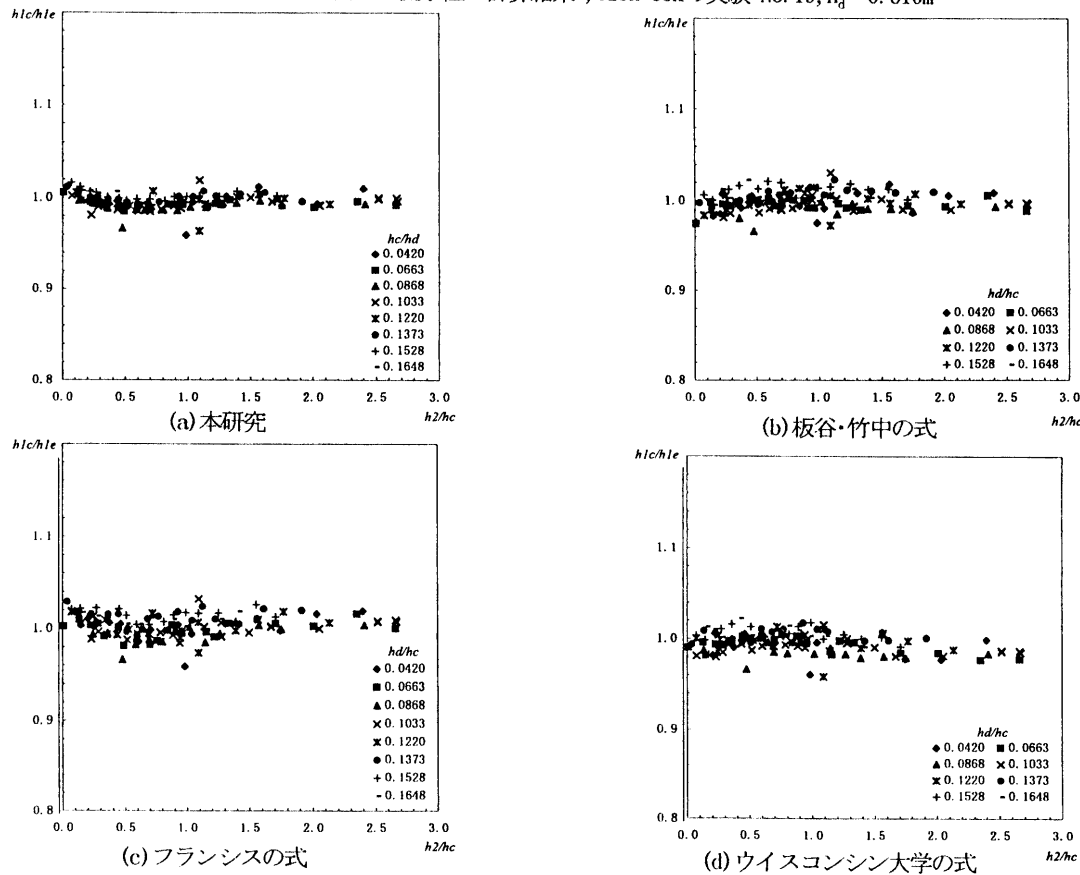
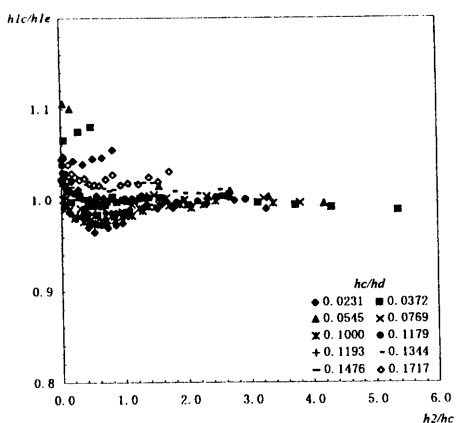
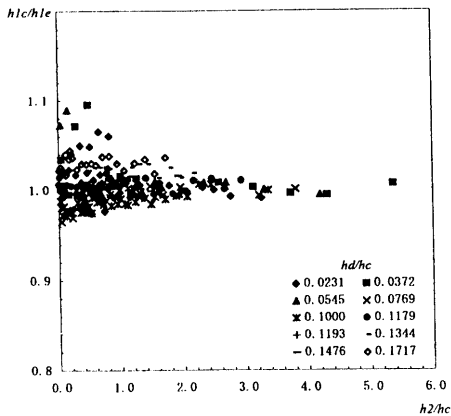


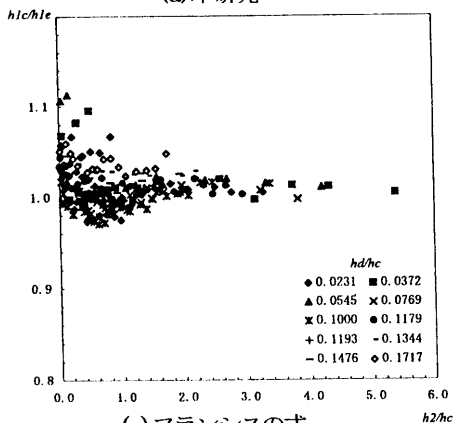
図-5-3 潜り越流の上流水位の計算結果, Glen Coxの実験 No. 20, $h_d=0.991\text{m}$



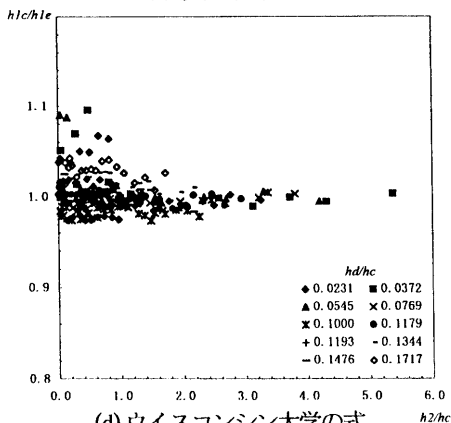
(a) 本研究



(b) 板谷・竹中の式

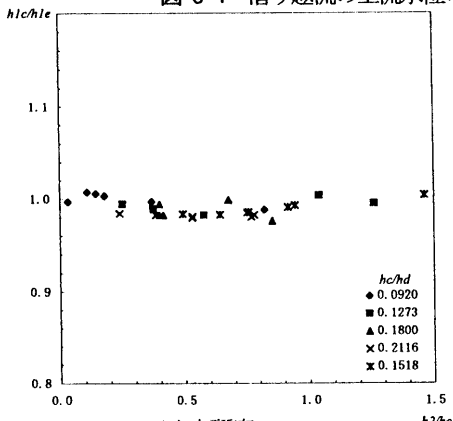


(c) フランシスの式

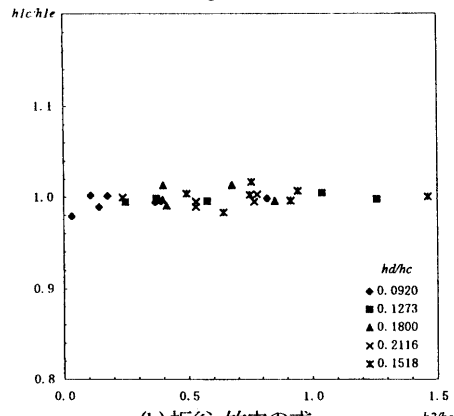


(d) ウィスコンシン大学の式

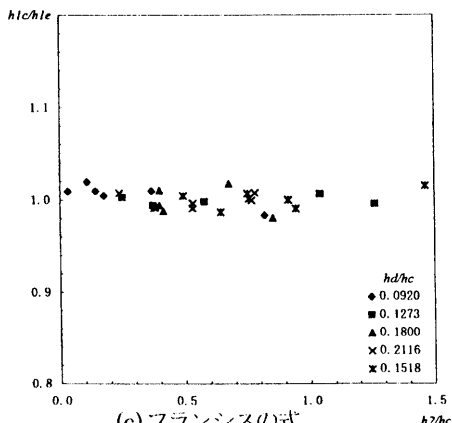
図-5-4 潜り越流の上流水位の計算結果, Glen Coxの実験 No. 21, $h_d=1.807\text{m}$



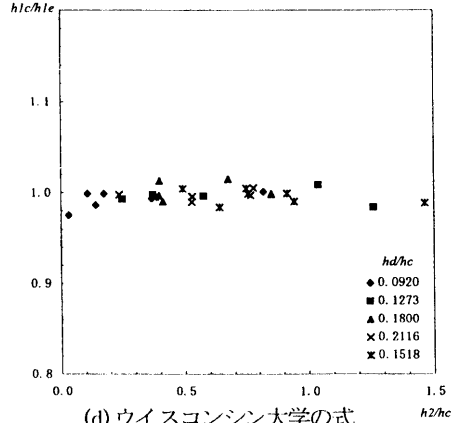
(a) 本研究



(b) 板谷・竹中の式



(c) フランシスの式



(d) ウィスコンシン大学の式

図-5-5 潜り越流の上流水位の計算結果, Francisの実験, $h_d=1.981\text{m}$

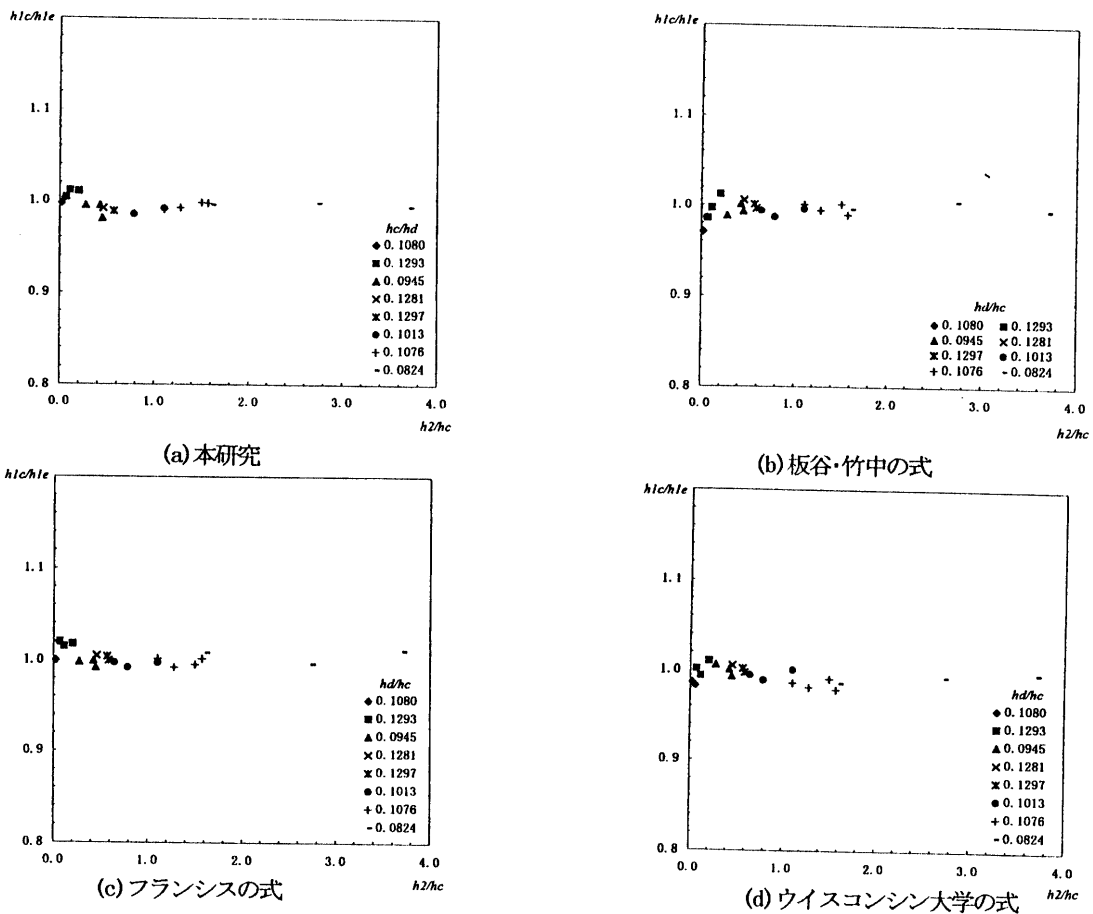


図-5-6 潜り越流の上流水位の計算結果, Fteley・Stearnsの実験, $h_d=0.966\text{m}$

4. 結語

以上、流量と水位に関与する無次元量の間関係の定式化することにより、刃形堰を越える完全越流と潜り越流の堰上流水位を算定する方法を検討した。その結果、完全越流については式(3)および(4)、そして潜り越流については式(3)、(4)および(5)を組み合わせればよいことを示した。実験データにより適合性を検討した結果、本研究による提案式は完全越流、潜り越流のいずれについても従来式に比べて上流水位をよりよく推定することを確認した。

謝辞：本研究に際して、土木学会水理委員会基礎水理部会研究分科会「種々の流れにおける流体力」のご援助を賜った。また、データ整理にあたり山口大学工学部河元信幸技官のご協力を頂いた。記して謝意を表す次第である。

参考文献

- 1) 土木学会：水理公式集、p. 254、1971.
- 2) 板谷松樹・竹中利夫：薄刃もぐりぜきの流量係数、機械学会論文集、第19巻、第81号、pp. 41-43、1953.
- 3) 中川博次・中川修：鋭縁ぜきの越流係数に及ぼすせき高影響、土木学会関西支部年次学術講演会講演集、pp. 79-80、1966.
- 4) 羽田野袈裟義・狩野晋一：無次元パラメータに着目した刃形堰の一考察、土木学会第51回年次学術講演会概要集、pp. 349-349、1996.
- 5) Schoder, E. W. & K. B., Turner: Precise weir measurements, Trans. of ASCE, Vol. 93, pp. 999-1190、1929.
- 6) 羽田野袈裟義ら：無次元パラメータに着目した刃形堰の一考察(第2報)、土木学会第52回年次学術講演会講演集、1997(投稿中).
- 7) Cox, G. N.: The submerged weir as a measuring device, Bulletin of the University of Wisconsin, 1928.

(1998. 5. 15 受理)

EVALUATION OF THE UPSTREAM HEAD OF FLOW OVER A SHARP CRESTED WEIR

Kesayoshi HADANO, Shinichi KARINO and Kenji TATARA

When we calculate the water surface elevation of swollen rivers in which weirs are constructed, water level just upstream the weirs should be given as the boundary condition. In this paper a method of evaluating the upstream head of a sharp crested weir is studied for both free fall type flow and submerged weir case. For free fall type flow, a relationship between the upstream head to weir height ratio, the critical depth to weir height ratio and the Reynolds number based on the discharge per unit length has been formulated. As for the submerged weir case, the rise of the upstream head due to the rise of the downstream head has been formulated in dimensionless form. The evaluation of the upstream head employing the above relations has shown better applicability than the one using other known formulae.