

# 個人のポートフォリオ選択のための 2つのモデルについて

## —線形計画モデルと $\beta$ 値試行モデル—

渋谷綾子

### 1. 線形計画モデルの解の分析

本論で以下に示すのは渋谷 (2008)<sup>1)</sup>で2007年5月11日から2008年4月11日まで月に1度(毎月11日かそれに近い日)「トヨタ自動車」「三菱UFJフィナンシャル・グループ」「日本電信電話」の3銘柄への投資額を決定するのに使用した線形計画モデルの適用を2008年12月11日まで継続したものである。

表1 期間の定義

第1期間～第11期間	2007年5月11日～2008年4月11日	渋谷(2008)
第12期間	2008年4月11日～5月12日	本論で扱う範囲
第13期間	5月12日～6月11日	
第14期間	6月11日～7日11日	
第15期間	7月11日～8月11日	
第16期間	8月11日～9月11日	
第17期間	9月11日～10月10日	
第18期間	10月10日～11月11日	
第19期間	11月11日～12月11日	

以下に示す各期の意思決定に対して、株式の保有額、売却額、購入額の単位は万円である。

各期の初期保有状態は、その前の期の期首で線形計画モデルの意思決定にしたがって変化させた保有状態に、それぞれの株式銘柄のその間(約1ヵ月)

1) 渋谷綾子, 株式市場低迷局面での個人投資家向け線形計画モデルのパフォーマンスについて—バイアンドホールド戦略やインデックスとの比較を含めて—山口経済学雑誌第57巻第2号(pp.1～pp.22)。そこで使用したネットワーク図と定式化とシナリオツリーを本論の付録にあげた。

の当該株価の現実の伸び率を反映させ、現金にはゆうちょ銀行の通常貯金のその間の金利（の近似値）を適用した結果である。この投資家は現金は全額ゆうちょ銀行の通常貯金に預けるとする。ただし、現実のゆうちょ銀行の通常貯金の利子は1年を365日とする日割計算で、年2回、3月31日と9月30日を区切って4月1日と10月1日に元金に組み入れられる<sup>2)</sup>。このモデルでは公表されている年利を12で割った値をその間の金利とし、元金への組み入れはモデルの各期の終わり時点とした。ゆうちょ銀行通常貯金の年利率は2008年11月4日まで0.21%、11月5日から0.13%、2008年12月24日から0.05%と変化している。

また株式の売却と購入における手数料はインターネットの株式取引の標準的な手数料0.1%を適用している。

以下に示すシミュレーションの結果において本論で表示されている数値には丸め誤差が含まれている。Excel 実行上は表示桁数とは別に内部的にはなるべく丸め誤差を生じさせないようにしている。ただし、一部の手入力された数値には丸め誤差が含まれた。同じ原因によって「持ち越し（保有）・売却・購入」の値の間にも不整合が発生しているように見えるが、これも計算上は収束している値である。ただし、人為的な微調整が必要な場面では「保有」を表す変数の解を優先させている。投資計画そのものに対するこれらの見かけ上の誤差の影響は現在までの分析では許容できうる範囲のものであると考えられる。

なお、本論での投資額・売却額・購入額は連続量としての金額である。株式銘柄の取引単位を考慮すると、本来これらの値は離散値として扱われるべきであり、この点は今後の課題としたい。

表2から表9までで示すシミュレーションで使用した線形計画モデルは前述したとおり、渋谷（2008）に記した前提条件を踏襲しているが、ここでその要点のみを挙げると、3銘柄の株価がランダムウォークするとの前提のもと、1期中に各銘柄の株価が上がる確率と下がる確率をそれぞれ $\frac{1}{2}$ とした8

2) ゆうちょ銀行のホームページ（[http://www.jp-bank.japanpost.jp/kojin/tameru/tujo/kj\\_tm\\_tj\\_index.html](http://www.jp-bank.japanpost.jp/kojin/tameru/tujo/kj_tm_tj_index.html) 2008年1月4日現在）より

つのシナリオが作成される。これを2期間モデルとして定式化したので1つの計画期間(2つの期を含む)の意思決定のためには $8^2=64$ 個の等確率で生起するシナリオが作成される。各シナリオの第1期目の最適解の各変数の平均値を投資案(モデルの解)とした。同一銘柄を同時期に購入と売却を行なう等の不整合は人為的にその差額を一方の取引に割り当てた(調整後の解)。ここで各シナリオで各銘柄が上がったときの伸び率は過去1年間のその銘柄の月間データの第3四分位数を、下がったときの伸び率は過去1年間のその銘柄の月間データの第1四分位数をあててある。

表2は第12期間の解である。この期の初頭(2008年4月11日)には株式を一切保有せず、現金(ゆうちょ銀行通常貯金)で883.5保有している<sup>3)</sup>。この初期状態に対して線形計画モデルは「株式1と株式2を0.1(×0.999)ずつ購入して0.1ずつ保有、株式3は4.7(×0.999)購入して4.7保有、現金は差し引きで878.8保有」という解を導き出した。この解に第12期間の各株式の現実の伸び率(株式1は1.0606, 株式2は1.1111, 株式3は0.9436)、現金にはゆうちょ銀行通常貯金の金利(0.00018)を適用すると、1ヵ月後の資産総額は883.6になった。

表2 第12期間に対する線形計画モデルの解

初期状態 : 株式1→0 株式2→0 株式3→0 現金→883.5  
合計 883.5

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
調整後の解	0.1	0.0	0.1	0.1	0.0	0.1	4.7	0.0	4.7	878.8
	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18	X19	X20
調整後の解	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.0	5.0	0.0	0.4	878.8

表3は第13期間の解である。第12期間の解の株式保有にそれぞれの現実の株価の伸び率とゆうちょ銀行通常貯金の金利を適用させると、この期の初頭(5月12日)では株式1と株式2を0.1ずつ、株式3を4.4、現金で878.9保有  
3) 前の期(3月11日)にゆうちょ銀行に883.3万円保有しており、それに年利0.21%の1ヵ月分の金利(0.00018)を適用した。

している状態になる（総額883.6）。この初期状態に対して線形計画モデルは「株式1と株式2を0.1（ $\times 0.999$ ）ずつ売却してともに保有せず，株式3は436.9（ $\times 0.999$ ）買い増して441.3保有，現金は差し引きで441.7保有」という解を導き出した。この解に第13期間の各株式の現実の伸び率（株式3は1.1609）とゆうちょ銀行通常貯金の金利を適用すると，1ヵ月後の資産総額は954.1になった。

**表3 第13期間に対する線形計画モデルの解**

初期状態 : 株式1  $\rightarrow$  0.1 株式2  $\rightarrow$  0.1 株式3  $\rightarrow$  4.4 現金  $\rightarrow$  883.6  
合計 883.6

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
調整後の解	0.0	0.1	0.0	0.0	0.1	0.0	441.3	0.0	436.9	441.7
	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18	X19	X20
調整後の解	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	445.8	4.2	0.0	445.8

表4は第14期間の解である。第13期間の株式保有にそれぞれの現実の株価の伸び率，現金にはゆうちょ銀行通常貯金の金利を適用させると，この期の初頭（6月11日）では株式1と株式2は保有せず，株式3を512.3，現金を441.8保有している状態になる（総額954.1）。この初期状態に対して線形計画モデルは「株式1と株式2は引き続き保有せず，株式3は35.3売却して476.8保有，現金は差し引きで476.8保有」という解を導き出した。この解に第14期間の各株式の現実の伸び率（株式3は1.0317）とゆうちょ銀行通常貯金の金利を適用すると，1ヵ月後の資産総額は968.8になった。

**表4 第14期間に対する線形計画モデルの解**

初期状態 : 株式1  $\rightarrow$  0 株式2  $\rightarrow$  0 株式3  $\rightarrow$  512.3 現金  $\rightarrow$  441.8  
合計 954.1

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
調整後の解	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	476.8	35.3	0.0	476.8
	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18	X19	X20
調整後の解	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	486.9	10.3	0.0	486.9

表5は第15期間の解である。第14期間の株式保有にそれぞれの現実の株価の伸び率、現金にはゆうちょ銀行通常貯金の金利を適用させると、この期の初頭(7月11日)では株式1と株式2は保有せず、株式3を491.9、現金を476.9保有している状態になる(総額968.8)。この初期状態に対して線形計画モデルは「株式1と株式2は引き続き保有せず、株式3は7.5売却して484.4保有、現金は差し引きで484.2保有」という解を導き出した。この解に第15期間の各株式の現実の伸び率(株式3は1.0019)とゆうちょ銀行通常貯金の金利を適用すると、1ヵ月後の資産総額は969.4になった。

表5 第15期間に対する線形計画モデルの解

初期状態 : 株式1 → 0 株式2 → 0 株式3 → 491.9 現金 → 476.9  
合計 968.8

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
調整後の解	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	484.2	7.5	0.0	484.2
	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18	X19	X20
調整後の解	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	494.4	10.4	0.0	494.4

表6は第16期間の解である。第15期間の株式保有にそれぞれの現実の株価の伸び率、現金にはゆうちょ銀行通常貯金の金利を適用させると、この期の初頭(8月11日)では、株式1と株式2は保有せず、株式3を485.1、現金を484.3保有している状態になる(総額969.4)。この初期状態に対して線形計画モデルは「株式1は引き続き保有せず、株式2は242.2( $\times 0.999$ )購入して242.0保有、株式3は0.4売却して484.5保有、現金は差し引きで242.4保有」という解を導き出した。この解に第16期間の各株式の現実の伸び率(株式2は0.9395、株式3は0.9502)とゆうちょ銀行通常貯金の金利を適用すると、1ヵ月後の資産総額は930.2になった。

**表6 第16期間に対する線形計画モデルの解**

初期状態 : 株式1 → 0 株式2 → 0 株式3 → 485.1 現金 → 484.3  
合計 969.4

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
調整後の解	0.0	0.0	0.0	242.0	0.0	242.2	484.5	0.4	0.0	242.4
	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18	X19	X20
調整後の解	0.0	0.0	0.0	243.5	0.5	0.0	497.9	11.9	0.0	254.2

表7は第17期間の解である。第16期間の株式保有にそれぞれの現実の株価の伸び率、現金にはゆうちょ銀行通常貯金の金利を適用させると、この期の初頭（9月11日）では株式1は保有せず、株式2は227.4、株式3は460.4、現金は242.4保有している状態になる（総額930.2）。この初期状態に対して線形計画モデルは「株式1は116.2（×0.999）購入して116.1保有、株式2は5.0（×0.999）買い増して232.3保有、株式3は4.6（×0.999）買い増して464.8保有、現金は差し引きで116.2保有」という解を導き出した。この解に第17期間の各株式の現実の伸び率（株式1は0.6667、株式2は0.8630、株式3は0.7762）とゆうちょ銀行通常貯金の金利を適用すると1ヵ月後の資産総額は754.8になった。

**表7 第17期間に対する線形計画モデルの解**

初期状態 : 株式1 → 0 株式2 → 227.4 株式3 → 460.4 現金 → 242.4  
合計 930.2

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
調整後の解	116.1	0.0	116.2	232.3	0.0	5.0	464.8	0.0	4.6	116.2
	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18	X19	X20
調整後の解	119.3	0.0	3.0	238.7	0.0	4.5	477.8	11.2	0.0	119.4

表8は第18期間の解である。第17期間の株式保有にそれぞれの現実の株価の伸び率、現金にはゆうちょ銀行通常貯金の金利を適用させると、この期の初頭（10月10日）では株式1は77.4、株式2は200.4、株式3は360.8、現金は116.2保有している状態になる（総額754.8）。この初期状態に対して線形計画モデルは「株式1は16.9（×0.999）買い増して94.2保有、株式2は11.8売

却して188.5保有, 株式3は16.5 (×0.999) 買い増して377.1保有, 現金は差し引きで94.3保有」という解を導き出した。この解に第18期間の各株式の現実の伸び率 (株式1は1.0248, 株式2は0.8915, 株式3は1.1351) とゆうちょ銀行通常貯金の金利を適用すると1ヵ月後の資産総額は786.9になった。

**表8 第18期間に対する線形計画モデルの解**

初期状態 : 株式1→77.4 株式2→200.4 株式3→360.8 現金→116.2  
合計 754.8

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
調整後の解	94.2	0.0	16.9	188.5	11.8	0.0	377.1	0.0	16.5	94.3
	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18	X19	X20
調整後の解	96.8	0.0	2.4	193.7	0.0	3.7	387.6	9.1	0.0	96.9

表9は第19期間の解である。第18期間の株式保有にそれぞれの現実の株価の伸び率, 現金にはゆうちょ銀行通常貯金の金利を適用させると, この期の初頭 (11月11日) では株式1は96.5, 株式2は168.1, 株式3は428.0, 現金は94.3保有している状態になる (総額786.9)。この初期状態に対して線形計画モデルは「株式1は1.8 (×0.999) 買い増して98.2保有, 株式2は28.5買い増して196.4保有, 株式3は34.7 (×0.999) 売却して393.1保有, 現金は差し引きで98.7保有」という解を導き出した。この解に第19期間の各株式の現実の伸び率 (株式1は0.9303, 株式2は0.7899, 株式3は1.0389) とゆうちょ銀行通常貯金の金利を適用すると1ヵ月後の資産総額は753.2になった。

**表9 第19期間に対する線形計画モデルの解**

初期状態 : 株式1→96.5 株式2→168.1 株式3→428.0 現金→94.3  
合計 786.9

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
調整後の解	98.2	0.0	1.8	196.4	0.0	28.5	393.1	34.7	0.0	98.3
	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18	X19	X20
調整後の解	101.0	0.0	2.5	202.0	0.0	3.8	404.1	9.5	0.0	101.0

渋谷 (2008) で示された線形計画モデルの結果と上述のシミュレーション

による2007年5月11日から2008年12月11日までの運用結果を図1と表10に示す。これらの図や表では線形計画モデルの運用パフォーマンスを「日経平均株価」や株式銘柄の売買を一切行わない「バイアンドホールド戦略」の運用パフォーマンスと比較している。線形計画モデルを用いた投資意思決定はそのどちらよりも良いパフォーマンスを実現している。

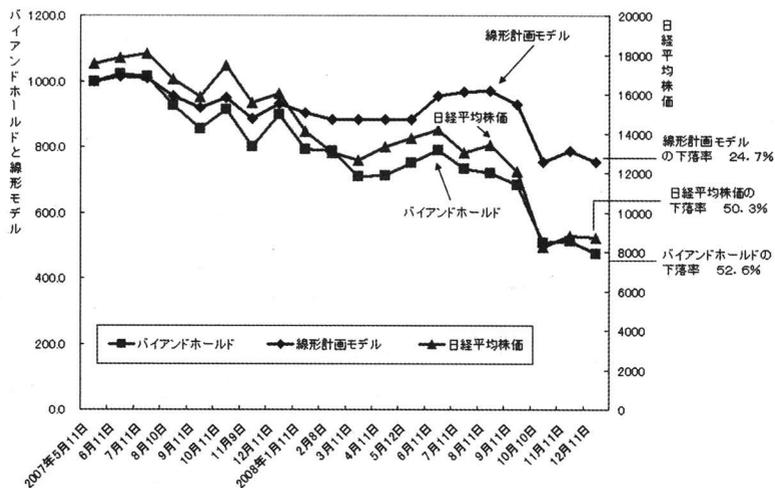


図1 線形計画モデルと日経平均株価とバイアンドホールド戦略の資産総額の変化

2007年7月までは、線形計画モデルの運用パフォーマンスは日経平均株価やバイアンドホールド戦略と比して優位とはいえない。しかし、株価が全体的に下がり始める2007年8月からバイアンドホールド戦略を上回り、その次の下落傾向は2007年12月頃から始まるが、2008年1月からは日経平均株価の運用パフォーマンスをも上回っている。2007年8月はサブプライムローン問題が表面化した時期である。このようなある程度株価低落傾向が継続する時期においては線形計画モデルの適用は有効であることが示された。

また日経平均株価を上回るようになる時期は図2に示されるように株式を売却して現金保有を増加させていった時期と重なる。特に2008年2月から5

表10 線形計画モデルと日経平均株価とバイアンドホールド戦略の資産総額の変化

	日経平均株価	バイアンドホールド戦略				線形計画モデル				
		トヨタ自動車	三菱フィナンシャルグループ	日本電信電話	合計	トヨタ自動車	三菱フィナンシャルグループ	日本電信電話	現金	合計
2007年5月11日	17,553.72	517.0	292.0	191.0	1000.0	517.0	292.0	191.0	0.0	1000.0
6月11日	17,834.48	545.2	305.1	172.7	1023.0	745.6	44.4	225.2	0.0	1015.1
7月11日	18,049.51	553.9	292.0	167.0	1012.9	515.4	121.2	245.1	126.8	1008.5
8月10日	16,764.09	512.7	257.1	156.3	926.1	466.3	0.0	235.6	252.0	954.0
9月11日	15,877.67	464.9	226.6	162.3	853.9	432.2	0.0	247.3	238.3	917.9
10月11日	17,458.98	483.7	256.7	173.3	913.8	482.2	0.1	234.8	233.6	950.8
11月9日	15,583.42	444.7	200.5	155.7	800.9	253.0	0.0	384.7	246.4	884.1
12月11日	16,044.72	459.9	267.6	170.2	897.7	228.3	0.0	482.8	220.9	932.1
2008年1月11日	14,110.79	407.1	220.5	164.8	792.5	97.9	0.6	441.2	364.7	904.3
2月8日	13,017.24	425.2	204.0	157.3	786.4	6.4	0.0	431.2	445.9	883.4
3月11日	12,658.28	384.0	188.5	136.2	708.6	0.0	0.0	0.0	883.3	883.3
4月11日	13,323.73	357.9	209.8	145.3	713.1	0.0	0.0	0.0	883.7	883.7
5月12日	13,743.36	379.6	233.2	137.1	749.9	0.1	0.1	4.4	878.9	883.6
6月11日	14,183.48	401.3	230.1	159.2	790.6	0.0	0.0	512.3	441.8	954.1
7月11日	13,039.69	353.6	216.2	164.2	734.0	0.0	0.0	491.9	476.9	968.8
8月11日	13,430.91	363.7	190.9	164.5	719.1	0.0	0.0	485.1	484.3	969.4
9月11日	12,102.50	349.2	179.3	156.3	684.9	0.0	227.4	460.4	242.4	930.2
10月10日	8,276.43	232.8	154.7	121.3	508.9	77.4	200.4	360.8	116.2	754.8
11月11日	8,809.30	238.6	137.9	137.7	514.3	96.5	168.1	428.0	94.3	786.9
12月11日	8,720.55	222.0	109.0	143.1	474.0	91.4	155.1	408.4	98.3	753.2

月までは株式保有0（すべて現金化）の状態が継続している。この時点では、株価が低い状態がしばらく継続するという見込みから、このモデルのままでは株式保有のインセンティブが生じず、全額現金保有状態を長期間継続させるのではないかと危惧したが、モデルに変更を加えずとも図2に示すように、2008年6月から日本電信電話株を買いはじめ、日経平均株価がバブル崩壊後の最安値を更新した10月頃からは3銘柄をしかるべき比率で保有するようになり、現金保有だけを継続していた時期に検討した株式保有額の下限值や各銘柄への最低保有額の設定は不必要であったことが示された。これはこの線形計画モデルが過去1年間の月間データの前月と比した伸び率をみているため、全体的に低株価状態が継続している時期でも前月と比較して値上がりしていればその株を保有するインセンティブが生じるためである。

また、図2の2008年になってからの保有状況を見ると、線形計画モデルによる意思決定は日経新聞2008年12月19日の「今年の日本株売買 個人18年ぶり買い越しへ」の状況とも符合する。本論における線形計画モデルの2008年

1月11日～11月11日の意思決定における株式購入総額は884.5、売却総額は619.9であり、買い越している。

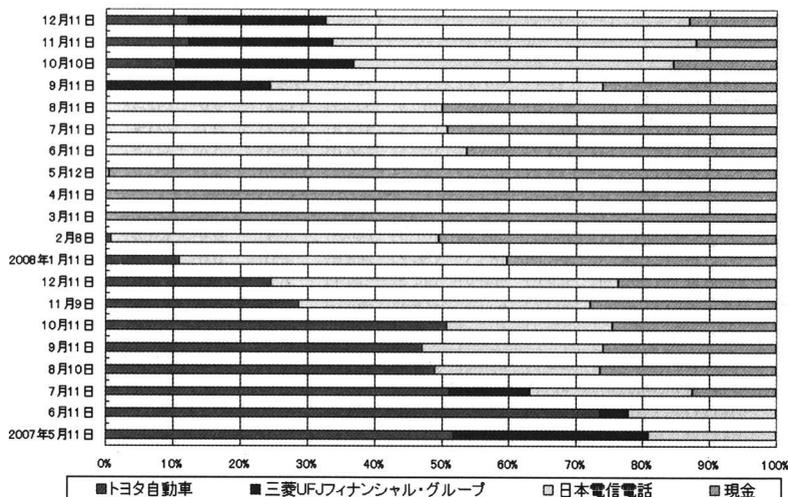


図2 線形計画モデルの株式および現金保有状況の変遷

また、2007年5月11日から2008年12月11日までの運用パフォーマンスをみると、日経平均株価、バイアンドホールド戦略、線形計画モデルのどの方法でも“下落”していることには変わりがない。しかし、これまでの分析により、この投資家が株式投資を2008年3月11日から1000万円の予算で開始したとしたら、10%以上の収益率を実現する可能性があったことがわかる。表11に2008年3月11日に1000万円の予算で株式投資を開始した場合のバイアンドホールド戦略と線形計画モデルの収益率、および日経平均株価の収益率を示す。なお、表11と図3で分析されたバイアンドホールドは2008年3月11日にトヨタ自動車株に541.8万円、三菱UFJフィナンシャル・グループ株に266.0万円、日本電信電話株に192.2万円投資してから株式の売買を一切行わなかった場合のシミュレーションである。なお、この投資比率は、2007年5月11日に各銘柄の時価総額に比例配分して投資を開始したとき、2008年3月11日ま

で株式の売買を一切行わなかったときの2008年3月11日時点の各銘柄の保有比率を1000万円に適用して算出した。

表11と図3から、3月11日に投資を開始した投資家は、バイアンドホールド戦略をとっていたならば6月時点の収益率は11.6%、線形計画モデルを使っていたならば、7月か8月時点で9.7~9.8%の収益率が実現していたこと、また、バイアンドホールド戦略であれば8月まで、線形計画モデルであれば9月までは収益率がプラスであることがわかる。

表11 2008年3月11日に投資を開始した場合の収益率

	2008年3月11日に開始した場合			2008年3月11日からの収益率		
	バイアンド ホールド	線形計画 モデル	日経平均 株価	バイアンド ホールド	線形計画 モデル	日経平均 株価
2008年3月11日	1000.0	1000.0	12658.3			
4月11日	1006.3	1000.5	13323.7	0.6%	0.0%	5.3%
5月12日	1058.3	1000.4	13743.4	5.8%	0.0%	8.6%
6月11日	1115.7	1080.3	14183.5	11.6%	8.0%	12.0%
7月11日	1035.8	1096.8	13039.7	3.6%	9.7%	3.0%
8月11日	1014.8	1097.5	13430.9	1.5%	9.8%	6.1%
9月11日	966.6	1053.1	12102.5	-3.3%	5.3%	-4.4%
10月10日	718.2	854.6	8276.4	-28.2%	-14.5%	-34.6%
11月11日	725.8	891.0	8809.3	-27.4%	-10.9%	-30.4%
12月11日	669.0	852.7	8720.6	-33.1%	-14.7%	-31.1%

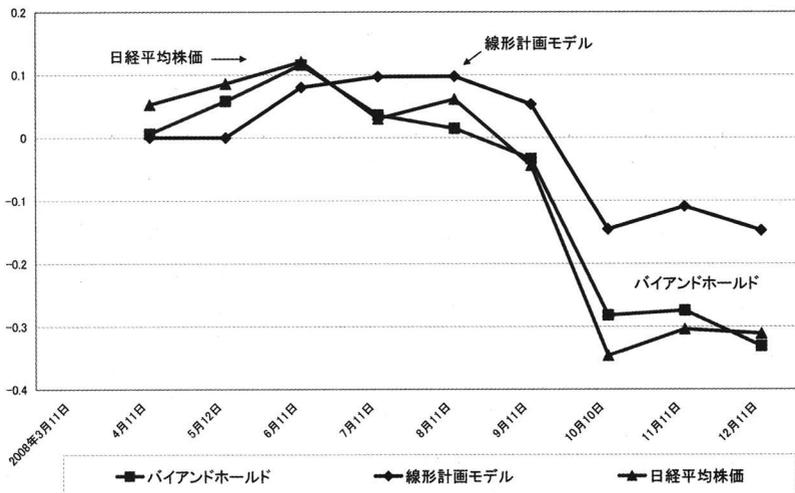


図3 2008年3月11日に投資を開始した場合の収益率

## 2. $\beta$ 値利用の試行モデルについて

### 2.1 CAPM と $\beta$ 値について<sup>4)</sup>

1960~70年代にシャープ (W. Sharpe), リントナー (J. Lintner), モッシン (J. Mossin) らによって提唱された資本資産価格付けモデル (CAPM) は,

- (1) 資産の取引にコスト (手数料と税金など) はかからない
- (2) 資産は無限に分割可能である
- (3) 投資家は資産売買によって, 資産価格に影響を及ぼすことはできない
- (4) 投資家は無制限に空売りを行なうことができる
- (5) 投資家は無危険資産の利率で, 資金を無制限に貸し借りすることができる
- (6) 投資家は危険回避的であって, ポートフォリオの収益率の期待値と分散のみを指標として意思決定を行なう
- (7) すべての投資家は, 同一の期間を対象として投資を行なう。また各資産の収益率分布 (中でも期待値と共分散) に関する完全な情報を共有する

といった効率的な市場を仮定すると, 均衡状態における個別証券の期待収益率  $E[R_i]$  は

$$E[R_i] - R_f = \beta_i (E[R_M] - R_f)$$

と表せる, というもので, ここで  $R_f$  は安全資産利回り,  $E[R_M]$  は市場平均ポートフォリオ  $M$  の期待収益率,  $\beta_i$  は証券  $i$  の市場平均ポートフォリオに対する感応度であり, 次の計算によって求められる。

$$\beta_i = \frac{\text{Cov}(R_i, R_M)}{V(R_M)}$$

4) 本節での CAPM と  $\beta$  値についての説明は「理財工学 I」(今野浩著, 1995年) に準拠している。

ここで  $Cov(R_i, R_M)$  は証券  $i$  と市場平均ポートフォリオ  $M$  との共分散、 $V(R_M)$  は市場平均ポートフォリオの分散である。

## 2.2 本論での $\beta$ 値利用について

本論における  $\beta$  値の利用とは、基本的にはこれまでの線形計画モデルの構造を維持しつつ、3つの銘柄の予想伸び率を、ランダムウォークする株価の過去1年間の月間データの四分位数から算出するのではなく、CAPMの $\beta$ 値を使用して算出した期待収益率に1を加えた値を充当するというものである。このとき、 $\beta$ 値を使用した期待収益率は一意に決定するのでシナリオを作成する必要がない。したがって株価のランダムウォークの前提も必要なくなる。ただし、CAPMでは $\beta$ 値算出に効率的市場を想定して取引コストの無存在を条件としているのに対して、本論ではインターネット取引のコストを0.1%としてモデルに組み込んでいる。このことは上記の仮定の(1)(取引コストの無存在)と矛盾しているようにみえるが、本論で取引コスト0.1%を適用するのは $\beta$ 値の算出段階ではなく、確定した $\beta$ 値によって各銘柄への投資比率が決定した以降の手順においてであり、上記(1)の仮定には相反しない。しかし、各銘柄の収益率の算出にあたって、同時期の市場平均ポートフォリオの期待収益率を使用している、というCAPM理論そのものに由来する不自然さは解消できていない。

本論での $\beta$ 値による期待収益率の算出においては、市場平均ポートフォリオ  $M$  を日経平均株価で代用し、安全資産利回りを個人向け国債(変動10年)の適用利率<sup>5)</sup>で代用する。モデルで使用する具体的な  $R_i$  の値は、財務省のホームページ<sup>6)</sup>での次の記述「個人向け国債変動10年に適用される利率(年率)は、基準金利-0.80%」にもとづいて、基準金利から0.008を差し引いた値を

5) 財務省のホームページ ([http://www.mof.go.jp/jouhou/kokusai/kojinmuke/contents/list\\_hendo\\_u/kojinrishi.pdf](http://www.mof.go.jp/jouhou/kokusai/kojinmuke/contents/list_hendo_u/kojinrishi.pdf) 2008年1月4日現在)

6) 財務省のホームページ (<http://www.mof.go.jp/jouhou/kokusai/kojinmuke/contents/kokusaifamily/index.html> 2008年1月7日現在)

12で割ったものとする。財務省のホームページに掲載されている基準金利は2007年5月11日と6月11日は0.0165, 7月11日と8月10日と9月11日は0.0190, 10月11日と11月9日と12月11日は0.0172, 2008年1月11日と2月8日と8月11日は0.0164, 4月11日と5月12日と6月11日は0.0167, 7月11日と8月11日と9月11日は0.0181, 10月10日と11月11日と12月11日は0.0165である。

また、分散や共分散を計算するために使用したデータは、「日経平均株価」「トヨタ自動車」「三菱UFJフィナンシャル・グループ」「日本電信電話」の、投資意思決定を行なう日（各月11日前後）からさかのぼって過去半年間の週間データである。

表12 計算に使用した分散・共分散と $\beta$ 値

	日経平均 株価の収 益率の過 去半年間 の分散	日経平均 株価の収 益率とト ヨタ自動 車の収 益率の過 去半年間 の共分散	日経平均 株価の収 益率と三 菱UFJ フィナン シャル・グ ループの 収益率の 過去半年 間の共分散	日経平均 株価の収 益率と日 本電信電 話の収 益率の過 去半年間 の共分散	トヨタ自 動車の $\beta$ 値	三菱UFJ フィナン シャル・グ ループの $\beta$ 値	日本電信 電話の $\beta$ 値
2007年5月11日	0.000371	0.000401	0.000510	0.000213	1.082230	1.376041	0.574078
6月11日	0.000335	0.000346	0.000425	0.000227	1.032874	1.266672	0.676047
7月11日	0.000305	0.000275	0.000409	0.000223	0.901695	1.338509	0.731781
8月10日	0.000406	0.000350	0.000492	0.000276	0.862349	1.211625	0.679748
9月11日	0.000741	0.000829	0.000815	0.000492	1.118520	1.100388	0.663721
10月11日	0.000722	0.000797	0.000825	0.000515	1.104737	1.142779	0.713887
11月9日	0.000870	0.000939	0.001151	0.000635	1.079122	1.322741	0.729469
12月11日	0.000983	0.001087	0.001595	0.000702	1.105497	1.622914	0.714349
2008年1月11日	0.001078	0.001163	0.001678	0.000809	1.078564	1.564556	0.750582
2月8日	0.001047	0.001085	0.001691	0.000782	1.036245	1.614956	0.746934
3月11日	0.000822	0.000678	0.001431	0.000561	0.824714	1.741522	0.683028
4月11日	0.000870	0.000605	0.001529	0.000614	0.695218	1.757551	0.705558
5月12日	0.000845	0.000605	0.001354	0.000565	0.715643	1.603183	0.668925
6月11日	0.000810	0.000519	0.000998	0.000802	0.640883	1.231793	0.990248
7月11日	0.000742	0.000504	0.000971	0.000645	0.679406	1.308393	0.869474
8月11日	0.000766	0.000743	0.000976	0.000557	0.970167	1.274743	0.726688
9月11日	0.000709	0.000625	0.001072	0.000534	0.881159	1.511802	0.753668
10月10日	0.002889	0.002847	0.002722	0.002397	0.985204	0.942056	0.829441
11月11日	0.003917	0.003819	0.002394	0.002588	0.974967	0.611252	0.660797
12月11日	0.005774	0.005555	0.004547	0.002341	0.962124	0.787515	0.405418
				$\beta$ 値の平均→	0.936566	1.316144	0.713692

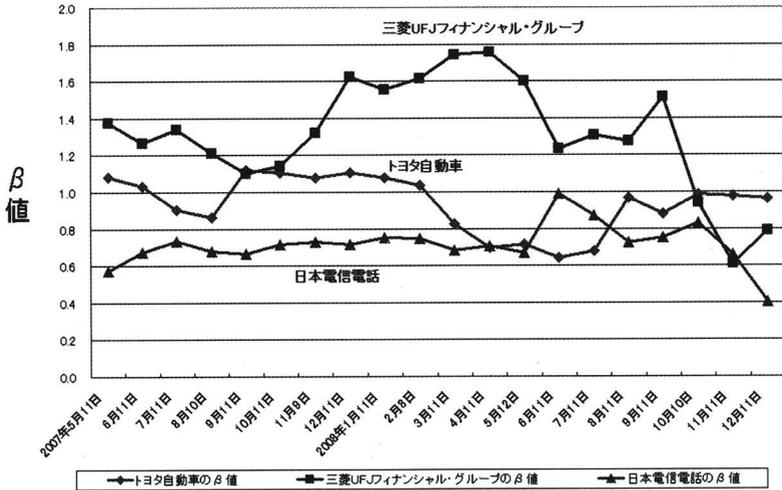


図4 3銘柄のβ値の変動

以上の条件で算出した3銘柄のβ値を、計算に使用した分散・共分散の値とともに表12に、各銘柄のβ値の変動を図4に示す。

各銘柄のβ値は2008年6月までは表12に示すβ値の平均のとおりおおむね「三菱UFJフィナンシャル・グループ」「トヨタ自動車」「日本電信電話」の順で、三菱UFJフィナンシャル・グループ株の期待収益率は市場平均ポートフォリオ（日経平均株価で代用）の収益率の変動率を拡大して連動し、トヨタ自動車株はほぼ同じ比率で変動し、日本電信電話株は変動率が縮小されて連動する傾向をもっていたようである。しかし、それ以降については各銘柄のβ値の安定性が失われ、β値の大きさの順位も数ヶ月おきに変化するようになっている。さらに、ここでマイナスのβ値をもつ銘柄がないことは、株価変動の影響を相殺しあう銘柄の組合せを構成できないため、分散投資の“リスク軽減効果”が発揮されづらいことにつながる。多数の銘柄のβ値の検証を含んだモデル化ができれば、モデルの有効性が向上する可能性がある。マイナスのβ値をもつ銘柄がどのくらい存在するか、その銘柄の流動性は十分であるか、投資対象資産数（β値を計算する資産数）の増加がどのように

投資効果に結びつくか等を含めて、今後の研究で検証していきたい。

表13では各銘柄の対前月比の期待収益率を、表12で示された $\beta$ 値を用いて算出し、その値と現実の株価データの収益率との比較を行なっている。また、投資対象としてゆうちょ銀行の通常貯金を追加し、その収益率は、ゆうちょ銀行通常貯金の金利が年利0.21%の期間は0.000175、0.13%に変更されてからは0.000108とした。本論で扱う株式銘柄・期間ではマイナスの $\beta$ 値が存在しないため、安全資産の利回りの影響が小さいときはどの銘柄の収益率も市場平均ポートフォリオの収益率と正負の符号が一致してしまう。投資対象の3銘柄の期待収益率がそろってマイナスのときに現金に投資する（すべての株式を売却する）ことができるようにするため、ゆうちょ銀行の通常貯金を投資対象として追加した。本論で以後使用される（投資対象）“資産”とは、投資対象の3銘柄とゆうちょ銀行通常貯金を合わせた概念である。

なお、 $\beta$ 値を用いて算出された期待収益率と現実の収益率の相関係数はトヨタ自動車が0.837、三菱UFJフィナンシャル・グループが0.648、日本電信電話が0.700であった。

表13  $\beta$  値を用いて算出された収益率と現実の収益率 (対前月)

日経平均 株価	市場平均ポ ートフォリオ の収益率 $R_m$	安全資産の 利回り $R_f$	三菱UFJフ ィナンシャル・ グループの $\beta$ 値	三菱UFJフ ィナンシャル・ グループの 日本電信電 話の $\beta$ 値	トヨタ自動 車の $\beta$ 値	$\beta$ 値を用いて算出した期待収益率			現実の株価から算出された収益率					
						三菱UFJフ ィナンシャル・ グループ	日本電信電 話	銀行通情 貯金の 収益率	三菱UFJフ ィナンシャル・ グループ	トヨタ 自動車	日本電信 電話			
2007年4月11日	17670.07													
2007年5月11日	17553.72	-0.006585	0.000708	0.000708	1.082230	1.376041	0.574078	-0.007184	-0.009327	-0.003478	0.000175	-0.042838	-0.028986	-0.016234
6月11日	17834.48	0.015994	0.000708	0.000708	1.032874	1.266672	0.676047	0.016497	0.020071	0.011042	0.000175	0.054545	0.044776	-0.095710
7月11日	18049.51	0.012057	0.000917	0.000917	0.901695	1.338509	0.731781	0.010962	0.015828	0.009069	0.000175	0.015915	-0.042857	-0.032847
8月10日	16764.09	-0.071216	0.000917	0.000917	0.862349	1.211625	0.679748	-0.061287	-0.086481	-0.048116	0.000175	-0.074413	-0.111940	-0.064151
9月11日	15877.67	-0.052876	0.000917	0.000917	1.118520	1.100388	0.663721	-0.059252	-0.058276	-0.034787	0.000175	-0.093089	-0.111864	0.038306
10月11日	17458.98	0.099593	0.000767	0.000767	1.104737	1.142779	0.713887	0.109944	0.113704	0.071318	0.000175	0.040435	0.132692	0.067961
11月9日	15583.42	-0.107427	0.000767	0.000767	1.079122	1.322741	0.729469	-0.115987	-0.142345	-0.078157	0.000175	-0.080717	-0.219015	-0.101818
12月11日	16044.72	0.029602	0.000767	0.000767	1.105497	1.622914	0.714349	0.032644	0.047564	0.021365	0.000175	0.034146	0.334783	0.093117
2008年1月11日	14110.79	-0.120534	0.000700	0.000700	1.078564	1.556456	0.750582	-0.130058	-0.187995	-0.090296	0.000175	-0.114780	-0.175896	-0.031481
2月8日	13017.24	-0.077497	0.000700	0.000700	1.036245	1.614956	0.746934	-0.080332	-0.125585	-0.057708	0.000175	0.044405	-0.075099	-0.045889
3月11日	12658.28	-0.027576	0.000700	0.000700	0.824714	1.741522	0.683028	-0.022619	-0.048543	-0.018613	0.000175	-0.096939	-0.075855	-0.134269
4月11日	13323.73	0.052570	0.000725	0.000725	0.695218	1.757551	0.705558	0.036769	0.091846	0.037305	0.000175	-0.067797	0.113295	0.067130
5月12日	13743.36	0.031495	0.000725	0.000725	0.715643	1.603183	0.688925	0.022745	0.050055	0.021308	0.000175	0.060606	0.111111	-0.056399
6月11日	14183.48	0.032024	0.000725	0.000725	0.640883	1.231793	0.990248	0.020784	0.039279	0.031719	0.000175	0.057143	-0.013084	0.160920
7月11日	13039.69	-0.080642	0.000842	0.000842	0.679406	1.308393	0.869474	-0.054519	-0.105772	-0.070007	0.000175	-0.118919	-0.060606	0.031683
8月11日	13430.91	0.030002	0.000842	0.000842	0.970167	1.274743	0.726688	0.029132	0.038014	0.022032	0.000175	0.028630	-0.111693	0.001919
9月11日	12102.50	-0.098907	0.000842	0.000842	0.881159	1.511802	0.753668	-0.087053	-0.149958	-0.074336	0.000175	-0.039761	-0.060502	-0.049808
10月10日	8276.43	-0.316139	0.000708	0.000708	0.985204	0.942056	0.829441	-0.311451	-0.297779	-0.262098	0.000175	-0.333333	-0.137303	-0.223790
11月11日	8809.30	0.064384	0.000708	0.000708	0.974967	0.611252	0.660797	0.062790	0.039630	0.042785	0.000108	0.024845	-0.108451	0.135065
12月11日												0.837	0.648	0.700

$\beta$  値による収益率と現実の収益率の相関係数

### 2.3 $\beta$ 値による収益率を利用した分散投資について

本論における  $\beta$  値試行モデルは、以上の過程で算出された3銘柄の  $\beta$  値による期待収益率とゆうちょ銀行通常貯金の収益率に各資産への投資額を比例させる分散投資を試行的に構築したものである。

このモデルでは、各期の期首に、その日の日経平均株価の前月比収益率を市場平均ポートフォリオの期待収益率として、 $\beta$  値（過去半年間の週間データから算出されたもの）と前述の安全資産利回りを用いて算出する。この際、市場平均ポートフォリオの期待収益率を“予測”あるいは“推計”するのではなく、ここで求めたい各銘柄の期待収益率と同時期の確定値を用いることの不自然さは否めない。この不自然さを解消するには、市場平均ポートフォリオの期待収益率を前日までのデータから求める方法を開発しなければならない。

表13に示されている、 $\beta$  値を用いて算出した各銘柄の期待収益率、およびゆうちょ銀行通常貯金の収益率に比例した投資比率を表14に示す。このモデルでは、期待収益率がマイナスとなったときは株式投資を行わない（すべて現金化する）ようにしている。

表14  $\beta$  値を用いて算出された期待収益率に比例した投資比率

	(期待) 収益率に比例した投資比率			
	トヨタ自動車	三菱UFJフィナンシャル・グループ	日本電信電話	ゆうちょ銀行通常貯金
2007年5月11日	0	0	0	100%
6月11日	34.52%	42.00%	23.11%	0.37%
7月11日	30.42%	43.93%	25.17%	0.49%
8月10日	0	0	0	100%
9月11日	0	0	0	100%
10月11日	37.25%	38.53%	24.16%	0.06%
11月9日	0	0	0	100%
12月11日	32.08%	46.75%	21.00%	0.17%
2008年1月11日	0	0	0	100%
2月8日	0	0	0	100%
3月11日	0	0	0	100%
4月11日	22.14%	55.30%	22.46%	0.11%
5月12日	24.12%	53.09%	22.60%	0.19%
6月11日	22.60%	42.71%	34.49%	0.19%
7月11日	0	0	0	100%
8月11日	32.60%	42.54%	24.66%	0.20%
9月11日	0	0	0	100%
10月10日	0	0	0	100%
11月11日	43.21%	27.27%	29.44%	0.07%

この投資比率に応じた投資額を求めるにあたり、 $\beta$  値を用いて算出された期待収益率に整合する投資配分割合を実現するために資産の一部売りや買い増しなどが発生すると、取引コストの0.1%を適用する額が変数となり、問題が複雑になる。そこで、簡易ながら以下に示す数理計画問題を用いて解を導出することにした。

本論では、Mulvey の確率ネットワークの定式化方法に準じて、図 5 に示すネットワーク図の各節点における流入量と流出量の均衡と各変数の非負条件を制約条件に設定した線形計画問題を作成した。各銘柄の最初の節点への流入量は前の期のその資産への投資額に前の期のその資産の伸び率を乗じた額である。このモデルは標準的な線形計画問題と異なり、基本的に目的関数を設定しなくても解ける。このことは、本論での Excel のソルバーによる解法の他に、ゴールシーク等の別のツールでも解ける可能性を示唆している。

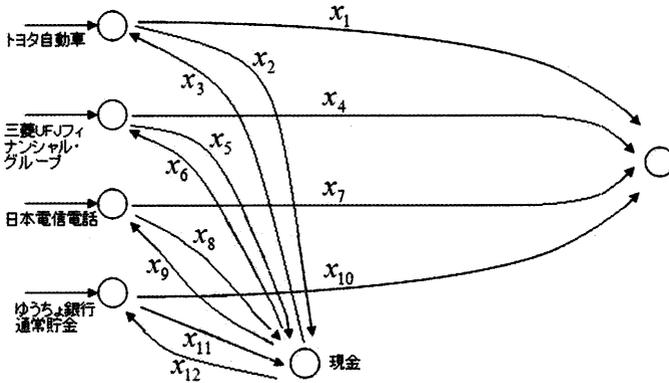


図 5  $\beta$  値を用いた分散投資問題の定式化のためのネットワーク図

$x_1$  はトヨタ自動車株への投資額、 $x_2$  はトヨタ乗車株の売却額、 $x_3$  はトヨタ自動車株の購入額、 $x_4$  は三菱 UFJ フィナンシャル・グループ株への投資額、 $x_5$  は三菱 UFJ フィナンシャル・グループ株の売却額、 $x_6$  は三菱 UFJ フィナンシャル・グループ株の購入額、 $x_7$  は日本電信電話株への投資額、 $x_8$  は日本電信電話株の売却額、 $x_9$  は日本電信電話株の購入額、 $x_{10}$  はゆうちょ銀行通

常貯金の口座に保有される現金額,  $x_{11}$  はゆうちょ銀行通常貯金の口座からの現金の引き出し額,  $x_{12}$  はゆうちょ銀行通常貯金の口座への入金額に対応する。これらの変数に付される乗数は, 株式売買に関わる変数 ( $x_2, x_3, x_5, x_6, x_8, x_9$ ) にはインターネットでの取引にかかるコストを0.1%として0.999 (その変数に対応する枝の始点での額が終点では0.999倍になっている),  $x_1$  には1+トヨタ自動車株の期待収益率,  $x_4$  には1+三菱UFJフィナンシャル・グループ株の期待収益率,  $x_7$  には1+日本電信電話株の期待収益率,  $x_{10}$  には1+ゆうちょ銀行通常貯金の収益率, ゆうちょ銀行通常貯金と現金とを結ぶ変数 ( $x_{11}$ と $x_{12}$ ) には1が適用される。

このネットワーク図にしたがって定式化した線形計画問題を以下に示す。

目的関数	$x_4 \rightarrow \max$
制約条件	$x_1 + x_2 - 0.999x_3 - \text{トヨタ自動車株の期首の保有額} = 0$ $x_4 + x_5 - 0.999x_6 - \text{三菱UFJフィナンシャル・グループ株の期首の保有額} = 0$ $x_7 + x_8 - 0.999x_9 - \text{日本電信電話株の期首の保有額} = 0$ $x_{10} + x_{11} - x_{12} - \text{ゆうちょ銀行の期首の保有額} = 0$ $0.999x_2 + 0.999x_5 + 0.999x_8 + x_{11} - x_3 - x_6 - x_9 - x_{12} = 0$ $\frac{1 \text{ 番目の投資割合}}{2 \text{ 番目の投資割合}} \times 2 \text{ 番目の投資額} - 1 \text{ 番目の投資額} = 0$ $\frac{2 \text{ 番目の投資割合}}{3 \text{ 番目の投資割合}} \times 3 \text{ 番目の投資額} - 2 \text{ 番目の投資額} = 0$ $\frac{3 \text{ 番目の投資割合}}{4 \text{ 番目の投資割合}} \times 4 \text{ 番目の投資額} - 3 \text{ 番目の投資額} = 0$ $x_1 \sim x_{12} \geq 0$

この問題の目的関数は解法上の意味を持っていないので, ここでは投資割合が最大の資産額の最大化をダミーで設定している。制約条件は1番目から5番目までは各銘柄とゆうちょ銀行通常貯金と, 株式売買において瞬間的に発生する“現金”の節点における均衡式である。6番目から8番目までは各資産への投資額を $\beta$ 値によって算出されたの投資割合と整合させるための制約式である。最後の制約式は全変数の非負条件である。ここで, 変数の非負

条件はCAPMの「投資家は無制限に空売りができる」という仮定と矛盾するが、問題を収束させるためにはこの条件を除外することができない。

このモデルは資産の伸び率に期待収益率という確定値+1の値を適用できるため、各期の期首に1つの数理計画問題を解けばよい。個々の問題は12変数×18制約条件式という規模である。これは1回の意味決定に20変数×28制約条件式の規模の問題を64個解かなければならなかった線形計画モデルと比べると格段に計算量が少ない<sup>7)</sup>。ただし、本論のβ値試行モデルはモデル化が不完全なことにもよるが、様々な数値の入力等の人為的な作業が多く発生している。この人為的な作業を自動化すると問題規模が大きくなる可能性がある。図6にこのモデルで使用したExcelのソルバー画面を示す。

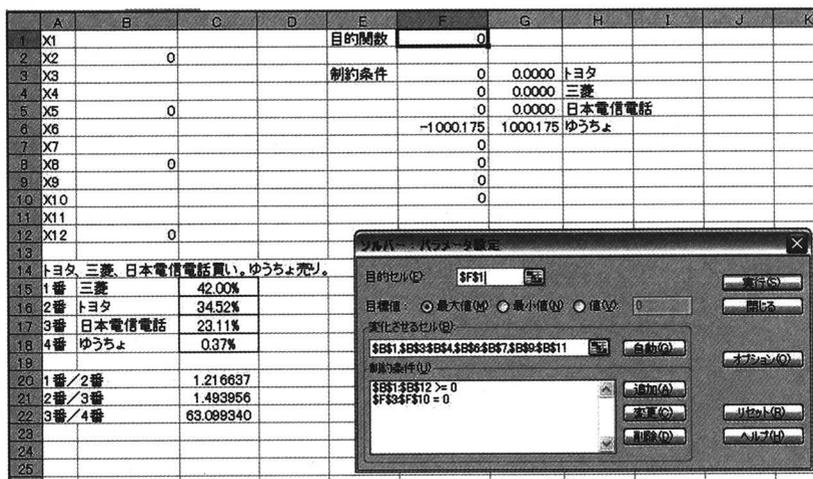


図6 β値試行モデルで使用したExcelのソルバー画面

先述した人為的な作業は、線形計画モデルでも人為的に行なわなければならなかった各資産の初期保有額の入力（セル：G3～G6）の他に、表14に示されている投資割合の前の期との比較によって、各資産をこの期で売却するのか購入するのかの判断（セル：A14）と投資割合順位による投資額の倍率

7) 少なくとも $\frac{1}{150}$ までは縮小していると考えられる。

計算（セル：C20～C22），売却する資産の購入額と購入する資産の売却額に相当する変数のセルにあらかじめ0を入力しておくこと（セル：B1～B12）（変数の定数化），また，投資割合順位が入れかわるたびに制約条件の6番目から8番目の変数を入れかえることもしている。これらの作業の何割かはExcelシート上の画面設計等のモデル化の洗練によって解消すると思われる。このモデルを“試行”モデルとしたのはこのような改良の余地が大きいためと，本来機関投資家向けに開発され，30銘柄で市場平均ポートフォリオを模擬することができるともいわれているCAPMの $\beta$ 値を個人投資家向けのモデルに適用することが合理的かどうかの検討に先立ってモデル化したからである。

このようにして設計された $\beta$ 値試行モデルによる，2007年5月11日から2008年12月11日にわたる運用結果を表15に示す。2008年11月11日の意思決定に1ヵ月間の現実の各資産の伸び率を乗じた資産総額は633.997であり，このモデルによる2007年5月11日から2008年12月11日までの下落率は36.6%となった。図7はこの運用パフォーマンスの，日経平均株価，線形計画モデル，バイアンドホールド戦略との比較グラフである。本論の $\beta$ 値試行モデルの運用パフォーマンスは線形計画モデルに次いで良いものとなった。

表15 β 値試行モデルによる運用結果

	β値で算出された期待収益率に比例した投資比率				各資産への投資額				この期の最終資産総額	各資産のこの期の最終資産総額			
	トヨタ自動車	三菱UFJフィナンシャル・グループ	日本電信電話	ゆうちょ銀行 通貯貯金	トヨタ自動車	三菱UFJフィナンシャル・グループ	日本電信電話	ゆうちょ銀行 通貯貯金		トヨタ自動車	三菱UFJフィナンシャル・グループ	日本電信電話	ゆうちょ銀行 通貯貯金
2007年5月11日	0	0	0	100%	0.000	0.000	0.000	1000.175	0.000	0.000	0.000	1000.175	
6月11日	34.52%	42.00%	23.11%	0.37%	344.948	419.676	230.895	3.659	350.438	401.690	223.311	3.660	
7月11日	30.42%	43.93%	25.17%	0.49%	303.935	438.860	251.451	4.852	281.318	386.458	235.320	4.853	
8月10日	0	0	0	100%	0.000	0.000	0.000	907.950	0.000	0.000	0.000	908.109	
9月11日	0	0	0	100%	0.000	0.000	0.000	908.109	0.000	0.000	0.000	908.268	
10月11日	37.25%	38.53%	24.16%	0.06%	338.005	349.563	219.255	0.538	310.722	273.003	196.930	0.538	
11月9日	0	0	0	100%	0.000	0.000	0.000	781.194	0.000	0.000	0.000	781.330	
12月11日	32.08%	46.75%	21.00%	0.17%	250.425	364.882	163.901	1.342	221.682	300.701	158.741	1.343	
2008年1月11日	0	0	0	100%	0.000	0.000	0.000	682.466	0.000	0.000	0.000	682.585	
2月8日	0	0	0	100%	0.000	0.000	0.000	682.705	0.000	0.000	0.000	682.705	
3月11日	0	0	0	100%	0.000	0.000	0.000	682.705	0.000	0.000	0.000	682.824	
4月11日	22.14%	55.30%	22.46%	0.11%	151.008	377.206	153.209	0.719	160.160	419.118	144.568	0.719	
5月12日	24.12%	53.09%	22.60%	0.19%	174.781	384.636	163.735	1.345	184.769	379.603	190.083	1.345	
6月11日	22.60%	42.71%	34.49%	0.19%	170.794	322.776	260.651	1.438	150.483	303.214	268.909	1.438	
7月11日	0	0	0	100%	0.000	0.000	0.000	724.044	0.000	0.000	0.000	724.171	
8月11日	32.60%	42.54%	24.66%	0.20%	235.869	307.779	178.384	1.417	226.490	289.157	169.499	1.417	
9月11日	0	0	0	100%	0.000	0.000	0.000	686.564	0.000	0.000	0.000	686.684	
10月10日	0	0	0	100%	0.000	0.000	0.000	686.684	0.000	0.000	0.000	686.804	
11月11日	43.21%	27.27%	29.44%	0.07%	296.472	187.120	202.016	0.510	275.809	147.804	209.874	0.510	

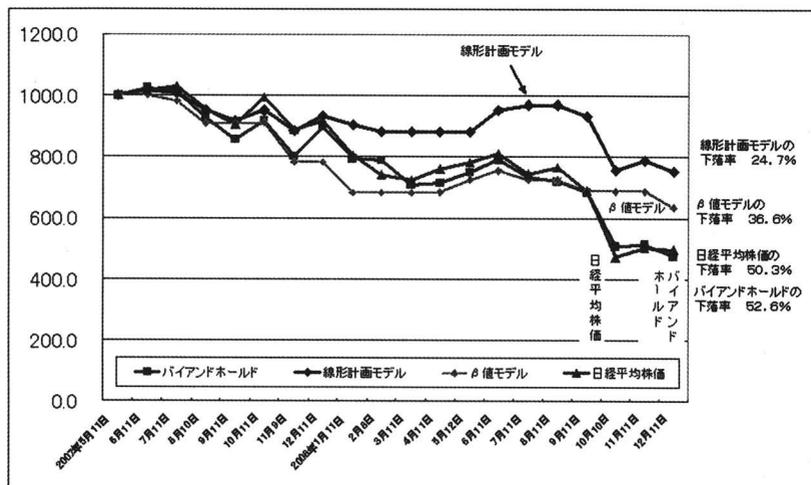


図7  $\beta$  値モデル，線形計画モデル，日経平均株価，バイアンドホールド戦略の総資産額の変化

### 3. まとめ

本論では，投資対象を「トヨタ自動車」「三菱UFJフィナンシャル・グループ」「日本電信電話」の3銘柄<sup>8)</sup>と現金（ゆうちょ銀行通常貯金）に制限して2007年5月11日に1000万円を元手に株式投資を始めた個人投資家を想定し，シナリオと確率ネットワークを用いた線形計画モデルとCAPMの $\beta$ 値試行モデルによる2008年12月11日までの運用状況について考察した。

図7に示すとおり，線形計画モデル， $\beta$ 値試行モデルともに日経平均株価や計画期間中に株式の売買を行わない買い持ち戦略（本論では「バイアンドホールド（戦略）」とした）よりも高いパフォーマンスを実現している。その理由の大半は，日経平均株価やバイアンドホールドの投資対象が100%株式銘柄であるのに対し，2つのモデルには“現金”という，低いながらも確定した収益率をもつ資産が投資対象に含まれているためと考えられる。本

8) この3銘柄は2007年5月時点の，同業種を避けた時価総額の上位銘柄である。

論で扱った計画期間 (2007年5月11日～2008年12月11日) はきわめて顕著な株価低迷を記録している時期である。株式を保有する限り、この期間中の資産額の下落を避けるのは非常に困難であるから、現金保有の比率が高いほどパフォーマンスが良いのは当然の結果とも考えられるが、単純に株式の売却といっても、その時期、銘柄の特定、その売却量などの具体的な投資スケジュールを科学的に決定する手段を個人投資家は持っていないことが多い。

本論で構築した線形計画モデルと $\beta$ 値試行モデルは標準的なパーソナル・コンピュータ環境で実行できる、データ入手コストがほとんどかからない、高度な数理モデルに関する知識が必要でない等のいくつかの個人投資家が利用しやすい特徴を有している。線形計画モデルは過去1年間の月間株価データの四分位数、 $\beta$ 値試行モデルは過去半年間の週間株価データの分散や共分散をその有効性の根拠としており、科学的な意思決定といえる。

本論では株価が低迷しているときになんらかの数理モデルを使用した意思決定は、そのモデルが簡易で小規模なものであっても、ある程度の有効性を有することを示したと考えられる。さらにこれら2つのモデルの比較においてはパフォーマンスの点では線形計画モデルのほうが優位だが、問題規模の点では $\beta$ 値試行モデルが圧倒的に優位である。このような差異の分析はモデルを使用する人がモデルに何を期待するかを明確に意識したときに役に立つと考えられる。

今後は $\beta$ 値試行モデルに対するその適用の可否、 $\beta$ 値の安定性、データ収集の期間と長さの検討などを含んださらなる検討を行ない、線形計画モデルについてはその規模の縮小の可能性を探ることを中心にこの研究をすすめていきたい。さらに株価上昇局面や安定局面 (変動が小さい時期) に対するモデル適用のパフォーマンスの測定も含めて今後の課題としたい。

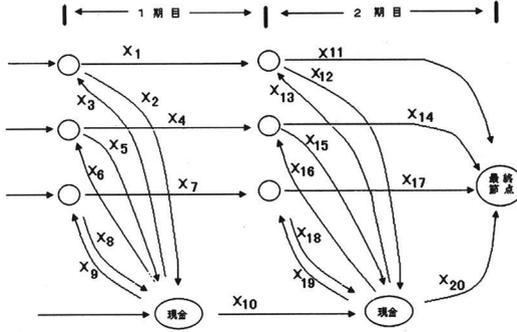
### 参考文献

1. Mulvey, J.M., “Nonlinear Network Models in Finance,” *Advances in Mathematical Programming and Financial Planning*, pp.253-271, Vol.1, 1987
2. Mulvey, J.M., and H. Vladimirov, “Stochastic Network Optimization Models for Investment Planning,” *Annals of Operations Research*, pp.187-217, Vol.20, 1989
3. Mulvey, J.M., and H. Vladimirov, “Solving Multistage Stochastic Networks: An Application of Scenario aggregation,” *Networks*, pp.619-643, Vol.21, 1991
4. 今野浩, 理財工学 I, 日科技連出版社, 1995年2月28日
5. 渋谷綾子, 確率ネットワークによるポートフォリオ選択に関する研究, 専修大学経営学研究科, 1997
6. 渋谷綾子, シナリオと確率ネットワークを使用した資産配分問題に関する研究, 専修大学経営学研究科, 2000
7. 渋谷綾子, 確率ネットワークを使用した個人投資家の株式投資問題について, 山口経済学雑誌第56巻第3号, 2007年9月
8. 渋谷綾子, 株式市場低迷局面での個人投資家向け線形計画モデルのパフォーマンスについて, 山口経済学雑誌第57巻第2号, 2008年7月
9. デービッド・G・ルーエンバーガー (今野浩, 鈴木賢一, 枇々木規雄訳) 金融工学入門, 日本経済新聞社, 2004年6月30日 (4刷)
10. パートン・マルキール (井手正介訳), ウォール街のランダム・ウォーカー, 日本経済新聞社, 2004年4月15日

なお, 株価情報は Yahoo! ファイナンス (<http://quote.yahoo.co.jp/>) から得ました。

[付録]

1. 線形計画モデルで使用したネットワーク図



2. 線形計画モデルで使用した線形計画問題

[第1期間のシナリオ1 に対する線形計画問題]

目的関数  $1.0321x_{11} + 1.0034x_{14} + 1.0246x_{17} + 1.00018x_{20} \rightarrow \text{最大化}$

制約条件

$$\begin{cases} -x_1 - x_2 + 0.999x_3 + 517 = 0 \\ -x_4 - x_5 + 0.999x_6 + 292 = 0 \\ -x_7 - x_8 + 0.999x_9 + 191 = 0 \\ -x_3 - x_6 - x_9 - x_{10} + 0.999x_2 + 0.999x_5 + 0.999x_8 = 0 \\ -x_{11} - x_{12} + 1.0321x_1 + 0.999x_{13} = 0 \\ -x_{14} - x_{15} + 1.0034x_4 + 0.999x_{16} = 0 \\ -x_{17} - x_{18} + 1.0246x_7 + 0.999x_{19} = 0 \\ -x_{13} - x_{16} - x_{19} - x_{20} + 0.999x_{12} + 0.999x_{15} + 0.999x_{18} + 1.00018x_{10} = 0 \\ x_1 \sim x_{20} \geq 0 \quad \leftarrow \text{変数の非負条件} \end{cases}$$

3. 線形計画モデルのシナリオツリー

