

3次元キャビティ流れの数値シミュレーション

国次公司・西村龍夫

山口大学工学部機械工学科

3次元流体解析ソフト『 α -FLOW』を用い、従来検討されていなかった直方体キャビティ内の3次元流れを数値的に検討した。流れは一定速度を持つせん断壁により誘起され、キャビティ対称面では主渦の他に2次及び3次渦が観察された。主渦中心では側壁から対称面に向うらせん状の流れが、2次及び3次渦中心では逆に側壁に向かう流れが存在することを見出した。

Key Words: numerical simulation, three-dimensional cavity flow, vortices, particle advection

1. 緒言

近年、人工臓器の性能向上や熱交換器のエネルギー効率改善のため、はく離流れと自然遷移による自律振動流を組合わせた熱・物質移動促進法^{1)~4)}が注目されている。これに関連して自律振動流のダイナミクスについても研究されている^{5)~6)}。

西村ら⁷⁾は Fig. 1に示されるようなくぼみ付き流路内の自律振動流に対して可視化実験と数値解析を行い、自律振動の発生は平行平板流路部分のトルーミン・シュリヒティング不安定性に起因すること、また可視化実験より、Re数がある値を超えると3次元流れが生じることを見いだした。この3次元構造はくぼみ底部の物質移動特性を著しく変化させるため、移動促進という観点から重要である。しかし、流れ構造は複雑であり、可視化のみでは十分な情報が得られないため、数値解析によってその構造を明らかにすることにした。

本研究では、最初の段階としてくぼみ内の流れに着目し、流れのモデルとしてせん断壁駆動キャビティ内の3次元流れを解析し、くぼみ付き流路のくぼみ内流れと比較検討する。

せん断壁駆動キャビティの研究は境界条件の設定が容易であるため、2次元及び3次元流れの数値計算法のベンチマークテストとして従来より多く行わ

れている^{8)~15)}。しかしながら、これまでの研究では正方形断面のキャビティのみが用いられおり、実際のくぼみ付き流路に対応する長方形断面の場合は研究されていない。また、スパン方向長さも比較的短い場合が研究対象とされている。数値計算は、高Re数域で、遠心力の不安定性による強い3次元流れが生じることを明らかにしている^{12)~13)}。一方、実験的研究は比較的少ないが、望月ら¹⁴⁾は可視化実験により、スパン方向に周期的なテラー・ゲルトラー型の渦構造が存在し、Re数の増加とともにその間隔が小さくなることを見出している。

2. 支配方程式と数値シミュレーション

解析対象の流体として、非圧縮性のニュートン流体を仮定し、重力等の外力を無視すると、3次元の流れの方程式は次のように与えられる。

連続の方程式：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1)$$

ナビエ・ストークス方程式：

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{u} \mathbf{u} = -\nabla P - [\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}] \quad (2)$$

ここで、 ρ は流体の密度、 \mathbf{u} は速度ベクトル、 P は圧力、 t は時間、 $\boldsymbol{\tau}$ はニュートン流体の応力テンソル¹⁶⁾である。

Fig. 2は本研究で用いた解析領域と座標系を示す。キャビティの形状は Fig. 1に示された流路のくぼみ部分に対応し、従来研究されてきた3次元キャビテ

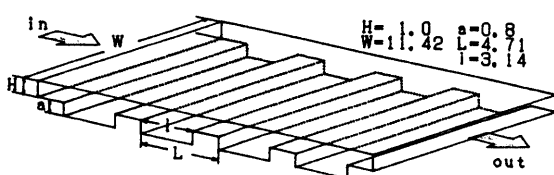


Fig.1 Geometry of grooved channel.

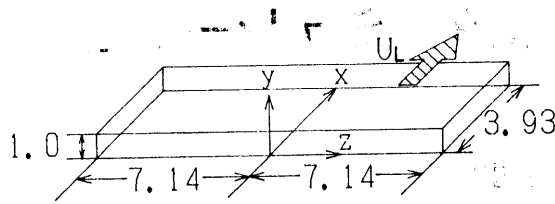


Fig.2 Geometry of rectangular cavity.

ィに比べてスパン方向長さが大きいことが特徴である。レイノルズ数 Re は、くぼみ深さ a を代表長さとし、せん断壁速度 U_1 を代表速度に用いて次のように定義する。

$$Re = \frac{U_1 a}{\nu} \quad (3)$$

ここで、 ν は流体の動粘度である。

本研究では、山口大学総合情報処理センターが導入した、3次元流体解析ソフト『 α -FLOW』を用いて解析を行なった。 α -FLOWは、非圧縮性/圧縮性流体流れ、自由表面流れ、燃焼・化学反応流れなどの問題を解析できるソフトウェアであり、次のような特徴を持っている。

- 1) 差分法をベースとして速度-圧力表示のナビエ・ストークス方程式を解く。
- 2) 非定常問題を扱う。
- 3) 境界適合座標系が使用可能である。
- 4) 問題の種類に応じた解析プログラムが用意されている。

具体的な数値的スキームは問題により異なるが、非圧縮性流体の解析ではスタガード格子を用いたS MAC法が使われている。対流項の離散化法や時間積分法などは、いくつかの数値的スキームの中から選択出来るようになっており、本研究では対流項の離散化にQUICK法を、時間積分にオイラー法を使用した。数値的スキームの詳細は文献¹⁷⁾を参照されたい。なお、計算に使われる変数や物性値は全てMKS単位による有次元数である。

Re 数の計算は、代表長さを1.0m、代表速度を1.0m/sとし、流体の動粘度の調整によって値が定まるようにした。くぼみ付き流路では、 $Re \sim 300$ 程度で流れが3次元化することが実験⁷⁾により見出されているので、本研究では $Re=80$ と $Re=320$ の2つについて計算した。差分計算のために x 軸方向に45分割、 y 方向に18分割、 z 方向に130分割した格子を設定し、 z 方向についてのみ、壁近傍が密になるような不等分割を用いた。

計算は総合情報処理センターの所有するベクトル計算機SX-4(並列処理なし)で行ない、計算時間は、上に述べた条件で、1格子点、1ステップあたり約 2.5×10^{-6} 秒という結果を得た。

3. 結果と考察

3次元流れは複雑であり、その特徴をとらえるため、Fig. 3に示されるようなキャビティ断面A~Kについて検討した。

側壁から離れたキャビティ中央の断面Eでは、2次元流れの仮定が成立すると思われるので、渦度-流れ関数で表示された式を有限要素法により解いて求めた流れと比較した。Fig. 4は2次元流線と断面Eにおける粒子軌跡を示す。流れが定常かつ2次元であれば両者は一致するはずである。2次元流線より、 Re 数の増加と共にコーナーの2次渦や底部の3次渦が発達することがわかる。3次元解析では主渦の部分にのみトレーサー粒子を配置しており、2次元流線と比較すると主渦の挙動は非常に類似していることがわかる。なお、後に示すように3次元解析でも2次渦や3次渦は存在している。

Fig. 5は、断面Eの中央垂直線上での x 方向の速度分布を示す。 α -FLOWの計算結果の表示は有次元であるので、座標と速度は有次元で示してある。 $Re=80$ では速度は2次元解の値と良好に一致しているが、 $Re=320$ では、くぼみ底部でわずかにずれている。なお、図中のstep数は、非定常法で解析した際の時間ステップを示しており、3次元解析の結果が定常解であることを示す。

Fig. 6は、各断面(A~I)の中央垂直線上での

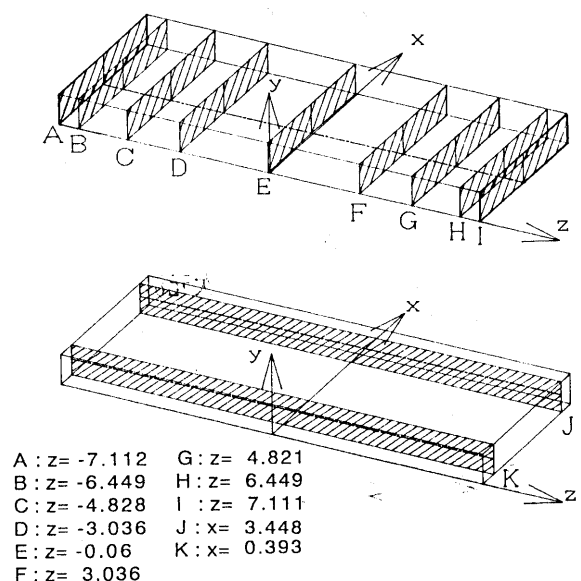


Fig.3 Illustration of representative planes in a cavity.

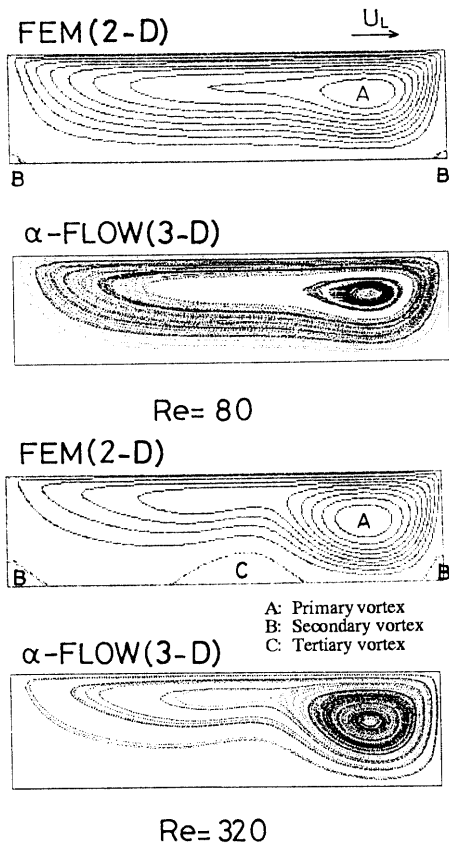


Fig.4 Computed Streamlines of 2-D solutions and particle trajectories at E plane for Re=80 and 320.

x方向の速度分布を示す。側壁近傍のA及びI断面では著しく減速されるものの、この程度のRe数では、流れの2次元性はスパン方向の広い範囲で保持されていることがわかる。しかし、詳細に見ればRe=320の方が2次元流が保持されるスパン方向の範囲は狭く、非線形効果が3次元流れの発達を促進するものと推察される。

さらに、3次元性について検討するため、スパン方向の速度分布を調べた。Fig. 7はRe=80のJおよびK断面の異なるyの水平線上の速度分布を示す。主渦の中心付近に相当するJ断面のy=0.75の分布を見ると、両側壁からキャビティ中央部に向かう流れが存在している。また、速度は側壁付近でピークを有することも分かる。しかし、渦中心から外れると速度は減衰しており、特に底部では逆に側壁へ向かう流れが存在し、側壁付近ではきわめて複雑な構造を有する。一方、主渦後端に対応するK断面では、すべての速度はキャビティ中央部から側壁へ向かっている。速度の最大値はやはりy=0.75付近であり、その値自身はJ断面のそれとあまり変わらない。

Fig. 8はRe=320の結果である。Re数の増加によって速度の値はせん断壁速度の10%程度に達する。スパン方向の変化も複雑で、キャビティ中央部まで

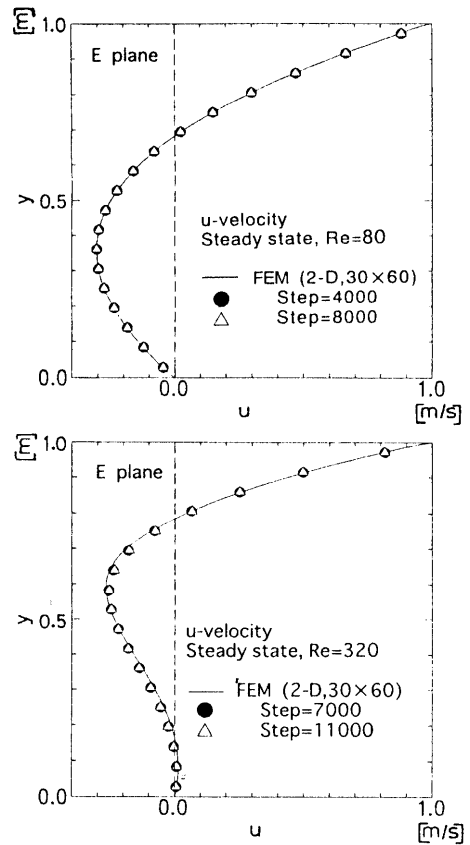


Fig.5 2-D and 3-D numerical solutions in u-velocity profiles at E plane for Re=80 and 320.

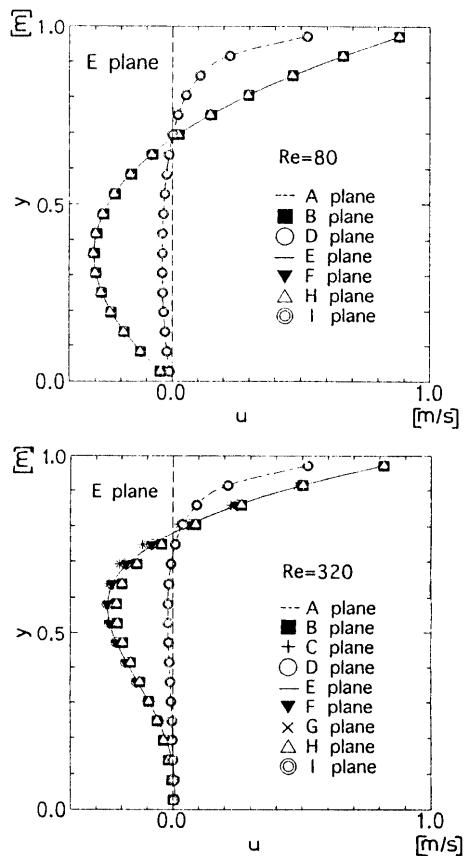


Fig.6 Comparison of u-velocity profiles at various planes for Re=80 and 320.

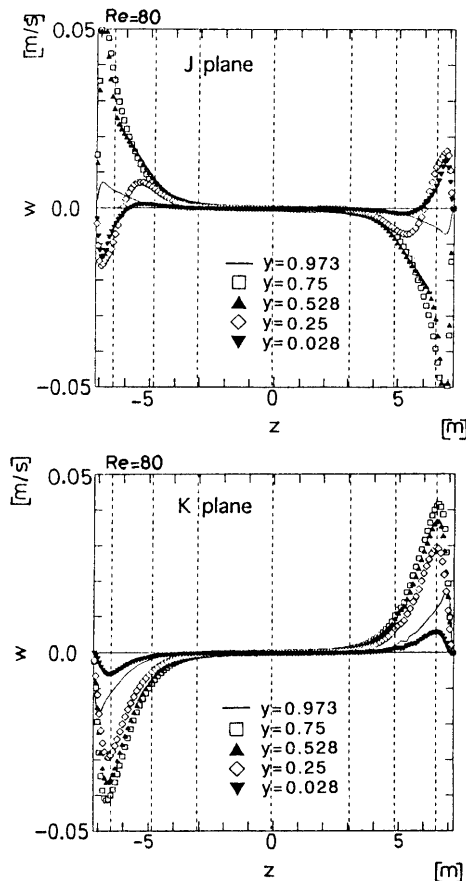


Fig.7 Profiles of w-velocity at different heights for Re=80.

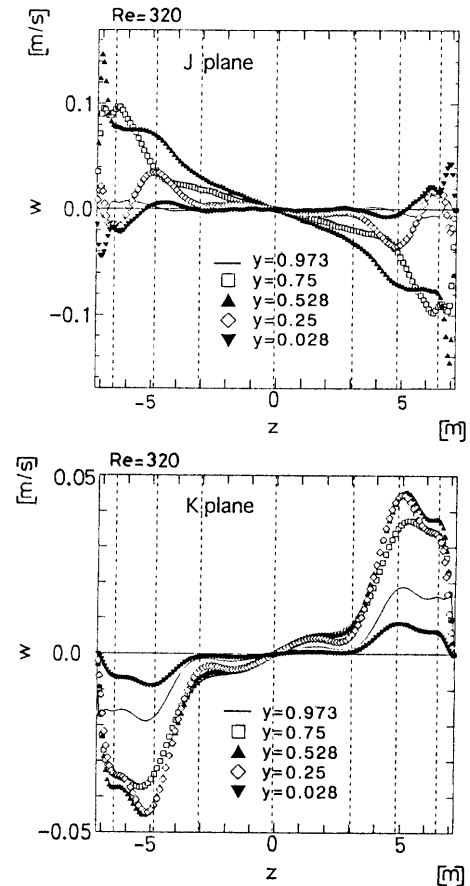


Fig.8 Profiles of w-velocity at different heights for Re=320.

流れの3次元性の影響が現れることがわかる。

上述の速度分布のみでは3次元流れの解釈は困難であるので、3次元の粒子軌跡を用いた検討を行なう。なお、粒子軌跡は α -FLOWのポストプロセッサで追跡した。

Fig. 9は側壁近傍中の流れ中に配置した粒子の軌跡であり、●が粒子の初期位置を示す。(a)と(b)は $Re=80$ の結果であり、粒子はらせん運動を伴って側壁から離れていくことがわかる。しかし、長時間経過してもキャビティ中央に向かうことなく側壁近傍に停留している。これに対し、 $Re=320$ では(c)に示されるように $Re=80$ の場合よりもさらにキャビティ中央に向かうが、ある位置に到達すると回転半径が大きくなり、それとともに逆に側壁方向に向かう共軸2重らせん回転運動が観察される。したがって、Fig. 8の速度分布を考え併せると、側壁近傍の主渦中心付近の流体はらせん運動によって中央に向かい、一方、主渦の外縁には逆に側壁方向に戻る流れが存在することがわかる。Fig. 9(d)はそれらの模式図を示したものである。

$Re=320$ では前に述べたように、コーナー付近に2次渦が、くぼみ底部に3次渦が形成される。これらの渦の部分に粒子を設置した場合どのような挙動を示

すのか興味深い。そこで、3次渦と上流側のコーナーに生じた2次渦に粒子を配置して軌道を求めた。その結果をFig. 10に示す。主渦とは逆に中央部から側壁の方へ向かう流れが存在することがわかる。したがって、3次元流では中央部で観察される渦は2次元平面上で閉じている訳ではないことに注意しなければならない。すなわち、粒子は確率的にはキャビティ全体を運動することになり、3次元流は2次元流に比べて流体混合を促進することが示唆される。また、 $Re=320$ 程度では従来報告されているようなテラー・ゲルトラー渦は生じていないこともわかる。

次に、キャビティ流れとくぼみ付き流路の流れ構造を比較する。Fig. 11は電解沈殿法によって得られた側壁近傍の流れの可視化写真である。 Re 数の増加と共に、側壁近傍にとじ込められていた流体が、らせん運動によって中央部に向かって移動を始める様子は、先に示した粒子軌跡とよく対応している。したがって、せん断壁駆動キャビティ内流れの特徴は、くぼみ付き流路内のくぼみ内流れのそれと類似しているものと思われる。

Fig. 12はくぼみ内の中央部の側面写真を示す。 $Re=279$ ではすでに自律振動が観察され、くぼみ底部から生じたトレーサ粒子群はくぼみ上流から主流へ

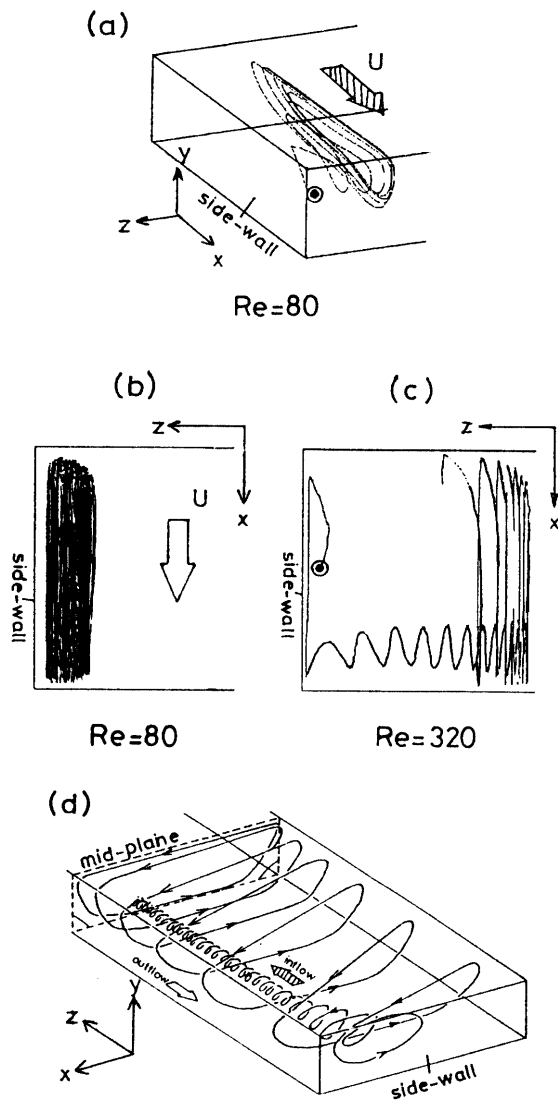


Fig.9 Particle trajectories within the primary vortex.
 (a) Starting point (3.45,0.53,-5.47), step=2000, $Re=80$.
 (b) Starting point (1.96,0.25,-5.16), step=30000, $Re=80$.
 (c) Starting point (1.96,0.25,-5.47), step=20000, $Re=320$.
 (d) Schematic diagram of 3-D trajectory.

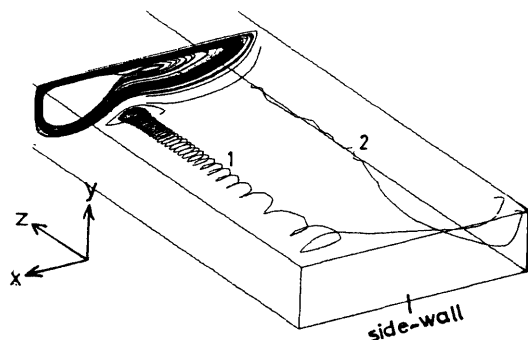


Fig.10 Particle trajectories within the secondary and tertiary vortices.

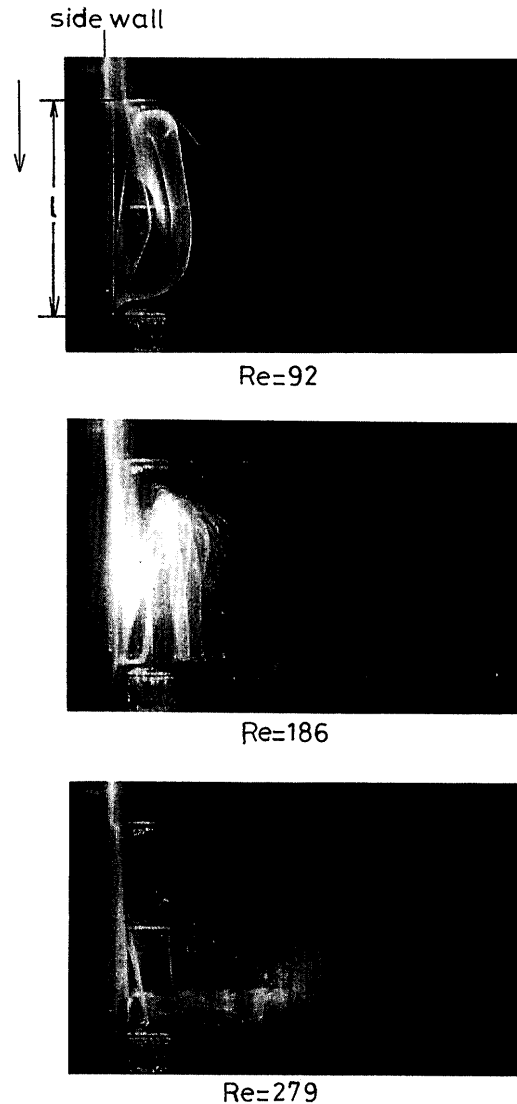


Fig.11 Flow patterns near the side wall within the cavity viewed from the top.

排出されることがわかる。Re数が増加するとくぼみ底部の上流側でトレーサーが巻き上げられ、流れは3次元化する ($Re=375, 436$)。これらの流れを上面から観察した写真をFig.13に示す。くぼみ底部にトレーサー発生用の導電性塗料を塗布しているため、写真のコントラストは良くないが、3次元流れは肉眼では十分に観察可能である。 $Re=375$ ではくぼみの上部においてトレーサーがスパン方向に局所的に集まることからスパン方向の流れが周期的に存在することがわかる。トレーサーの集まる間隔は一定であり、Fig.11に示したくぼみ長さ1の約0.7倍である。 $Re=438$ ではトレーサーは時空間的に変動しながら下流側に移動する。 $Re=526$ ではトレーサーはくぼみ底部の中央よりやや下流のみで巻き上げられ、スパン方向の変動は小さくなり、擬2次元的な構造へ変化

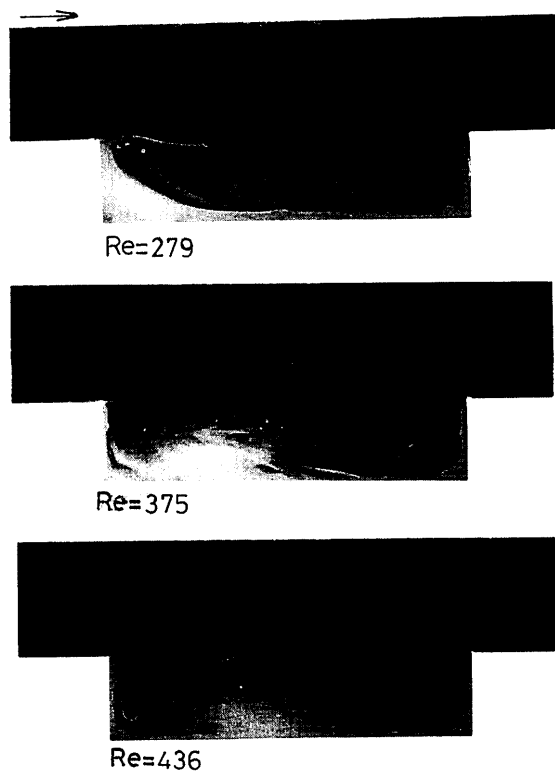


Fig.12 Flow patterns at the mid-plane viewed from the side.

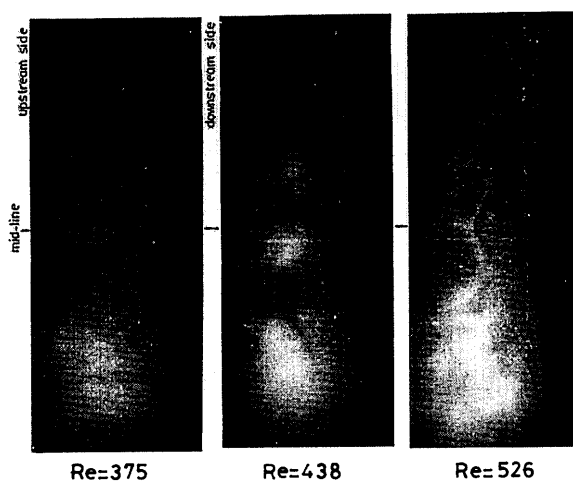


Fig.13 Flow patterns viewed from the top.

する。しかし、時間変動は当然のことながら増幅されている。

前述したせん断壁駆動キャビティでは、くぼみ付き流路で観察された流れ構造は認められなかった。この理由はくぼみ付き流路ではトルーミン・シュリヒティング不安定性とくぼみ底部での流線の曲りによる遠心力不安定性との干渉がこのような3次元流を誘起しているものと思われる。この点を明確にするためには、くぼみ付き流路内の流れを3次元的に解析しなければならない。これは今後の課題としたい。

4. 結言

3次元流体解析ソフト α -FLOW を用いて直方体キャビティ内の3次元流れを解析した。主要な結果は次の通りである

直方体キャビティでは、 Re 数の増加によって主渦の他に2次及び3次渦が存在する。主渦中心の流体は側壁からキャビティ中央に向かい、そして、中心から離れた流体は逆に側壁の方へ戻る、いわゆる共軸2重らせん運動が観察される。これに対して、2次及び3次渦ではキャビティ中央から側壁へ向かう流れのみが存在する。主渦の挙動はくぼみ付き流路で以前に観察された結果と良く一致した。

謝辞

本研究は、 α -Flow研究会に於けるプロジェクトの一環として行ったものであり、総合情報処理センターにはいろいろな面からご支援をいただいた。記して謝意を表する。

参考文献

- 1)Nishimura, T.: Heat and mass transfer enhancement by chaotic mixing in laminar flow, Trends in Chemical Engineering, Vol.2, pp.199-214, 1994.
- 2)Wang, G. and Vanka, S.P.: Convective heat transfer in periodic wavy passages, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.38, pp.3219-3230, 1995.
- 3)舟渡裕一、棚澤一郎：リブ型渦促進体を有する平行平板間流れの層流熱伝達，機論 B, Vol.61, No.591, pp.4144-4150,1995
- 4)Nishimura, T.: Heat and mass transport in channels with boundary irregularities for self-sustained oscillatory flow, Trends in Heat, Mass & Momentum Transfer, in press.
- 5)Guzman, A.M. and Amon, C.H.: Dynamical flow characterization of transitional and chaotic regimes in converging-diverging channels, J. Fluid Mech., Vol.321, pp.25-57, 1996.
- 6)西村龍夫、中桐裕明、国次公司：中間レイノルズ数におけるくぼみ付き流路内の流れパターンと壁面せん断応力（くぼみ長さの影響），機論 B, Vol.62, No. 598, pp.2106-2112, 1996.
- 7)西村龍夫、国次公司、中桐裕明：自律振動流におけるくぼみ付き流路内の流体混合と局所物質移動特性，機論 B, Vol.63, No.609, pp.xxx-xxx, 1997.
- 8)Ghia, U., Ghia, K.N. and Shin, C.T.: High Re solutions for incompressible flow using the Navier-Stokes equations and a multigrid method, J. Comput. Phys., Vol.48, pp.387-411, 1982.
- 9)Iwatsu, R., Ishii, K., Kwamura, T., Kuwahara, K. and Hyun, J.M.: Numerical simulation of three-dimensional flow structure in a driven cavity, Fluid Dynamics Research, Vol.5, pp.173-189, 1989.
- 10)Iwatsu, R., Hyun, J.M. and Kuwahara, K.: Analyses of

- three-dimensional flow calculation in a driven cavity, Fluid Dynamics Research, Vol.6, pp.91-102, 1990.
- 11) Davis, G.V. and Mallinson, G.D.: An evaluation of upwind and central difference approximations by a study of recirculating flow, Computers and Fluids, Vol.4, pp.29-43, 1976.
- 12) Freitas, C.J. and Street, R.L.: Non-linear transient phenomena in a complex recirculating flow: a numerical investigation, Int. J. Num. Methods in Fluids, Vol. 8, pp.769-802, 1988.
- 13) Chiang, T.P, Hwang, Robert R. and Sheu, W.H.: Finite volume analysis of spiral motion in a rectangular lid-driven cavity, Int. J. Num. Methods in Fluids, Vol.23, pp.325-346, 1996.
- 14) 望月 修、木谷 勝、小野 威、塚崎 岳: 正方キャビティ流れの三次元構造, 機論 B, Vol.56, pp.898-903, 1990.
- 15) Aidun, C.K., Triantafillopoulos, N.G. and Benson, J.D.: Global stability of a lid-driven cavity with throughflow: Flow visualization studies, Phys. Fluids A, Vol.3, pp.2081-2091, 1991.
- 16) Bird, R.B., Stewart, W.E. and Lightfoot, E.N.: Transport Phenomena, John Wiley & Sons, pp.76-81, 1960.
- 17) 富士総合研究所編: 3次元流体解析ソフト FUJI-RIC/ α -FLOW, 丸善, 1993.

(1997. 4. 15受理)

Numerical Simulation of a Three-Dimensional Cavity Flow

Koji KUNITSUGU and Tatsuo NISHIMURA

Three-dimensional flow in a rectangular cavity with a constant lid velocity were examined numerically by the use of three-dimensional flow analysis (α -FLOW). Validity of assumption of two-dimensional flow near the mid-plane of the cavity was confirmed at low Reynolds numbers. A coaxial double spiral movement was observed in the primary vortex, and also a single spiral movement was identified within the secondary and tertiary vortices at moderate Reynolds numbers.