

# サイクロイド歯車の薄肉リム部の 等価厚さの近似式

石田 武\*・上田政洋\*・李 樹庭\*\*

\*機械工学科

\*\*工学研究科設計工学専攻

産業用ロボットに広く用いられているK-H-V形遊星歯車装置の中に、薄肉リム構造のサイクロイド歯車を用いているものがある。そのサイクロイド歯車の回転伝達誤差や振動特性を検討する場合、薄肉リム部の剛性が重要な因子となり、剛性を考える場合、薄肉リム部を円弧はりとして取扱うと便利である。

本研究では、サイクロイド歯車の薄肉リム部の変形と円弧はりの変形を二次元有限要素法を用いて解析し、薄肉リム部の変形量が円弧はりの変形量と等しくなるように等価厚さを決定した。さらに、サイクロイド歯車のリム厚さ、歯数、修正係数を変数として、サイクロイド歯車の薄肉リム部の等価厚さの近似式を導いた。

*Key Words : Cycloidal gear, K-H-V-planetary gears, Thin rim, Equivalent thickness  
Stiffness, Finite element method*

## 1. 緒言

現在、メカトロ機器や産業用ロボット等に図1のような歯車装置が広く使用されている。この歯車装置は、2段の減速機構からなっており、第1段目は平歯車の太陽歯車と遊星歯車から構成されている。第2段目はK-H-V形遊星歯車機構になっており、第1段目の遊星歯車と直結したクランクシャフト、ペリサイクロイド歯形のサイクロイド歯車、サイクロイド歯車とかみあうピン歯形の内歯車、クランクシャフトを両端支持するキャリアから構成されている。そして、このサイクロイド歯車は、クランクシャフトを両端支持するためや軽量化のために歯車の一部に扇形の穴をあけて歯のリムの厚さを薄くした薄肉リム構造になっている<sup>(1)</sup>。このようなK-H-V形遊星歯車装置を含むロボット等の回転伝達誤差や振動特性を評価する際、サイクロイド歯車の薄肉リム部の剛性を十分に把握しておく必要がある。サイクロイド歯車の薄肉リム部の剛性を考える場合、リム部を近似的に円弧はりとして取扱うと便利であ

る。インポリュート歯車については、薄肉リム部の等価厚さについていくつかの研究<sup>(2)(3)</sup>がある。しかし、サイクロイド歯車について薄肉リム部の等価厚さの研究は見受けられず、この方面の検討が望まれる。その際サイクロイド歯車では、修正係数によって歯たけが異なるため、リム厚さ、歯数の影響以外に修正係数が等価厚さに与える影響を調べておくことも必要である。

本研究では、薄肉リム部を持つサイクロイド歯車のリム部に半径方向荷重を負荷したときの変形を二次元有限要素法を用いて解析した。これより、実用的なリム厚さ、歯数の範囲内では、修正係数が等価厚さに与える影響は大きくないことを先ず示した。次に、リム厚さ、歯数の2次式として等価厚さの式を導き、提示した。

## 2. 有限要素法による解析方法

### (1) サイクロイド歯車を持つK-H-V形遊星歯車装置

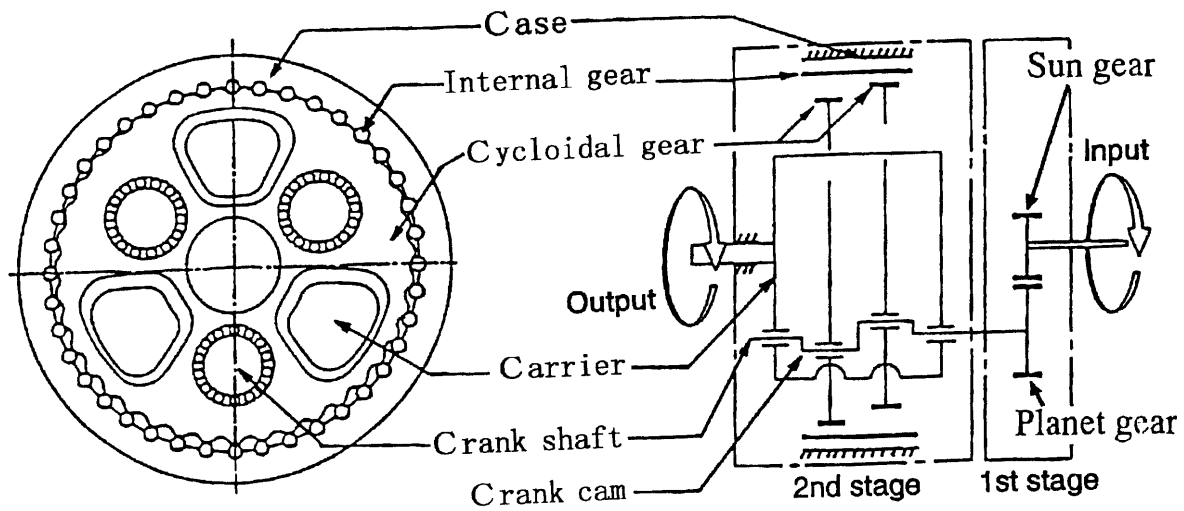


Fig.1 K-H-V-planetary gears

ピン歯形の内歯車，薄肉リムを持つサイクロイド歯車を用いたK-H-V形遊星歯車装置の断面図を図1の左側に示す。図1の左側において内歯車の中心とサイクロイド歯車の中心はクランクの偏心量ほどずれており，内歯車とサイクロイド歯車のかみあいは，図の上側ではサイクロイド歯車の歯底で行われ，図の下側では歯先で行われている。また，サイクロイド歯車には，キャリア軸を通すための扇形の穴が3箇所にあけられ，薄肉リム構造になっているのがわかる。

図2に，内歯車とサイクロイド歯車のかみあいの模式図を示す。 $O_1$ が内歯車の中心， $O_c$ がサイクロイド歯車の中心を示し， $O_1O_c = r_c$ がクランクの偏心量を示す。サイクロイド歯車の歯数を $z$ ，内歯車の中心よりピン形状の歯の中心までの距離を $R_1$ とすると，修正係数 $x = 1 - \{r_c(1+z)/R_1\}$ によって，サイクロイド歯車の歯形が決定され， $x$ が小さいほど歯は扁平になる。

解析を行ったサイクロイド歯車の歯数 $z$ ，リム厚さ $h$ ，リム部内周半径 $r$ ，修正係数 $x$ を表1に示す。修正係数としては， $x = 0.15 \sim 0.5$ の値が実用上よく用いられているため，本研究では， $x = 0.15, 0.25, 0.45$ の場合について解析を行った。また，各歯数，各修正係数に対して $r/h = 1 \sim 9$ の範囲のリム厚さについて解析を行った。なお，歯幅 $b = 16.9\text{mm}$ とした。

(2) 等価厚さの決定

図3に示すように，リム厚さ $h$ のサイクロイド歯車のリム部と剛性の等しい円弧はりの厚さ $h_e$ でサ

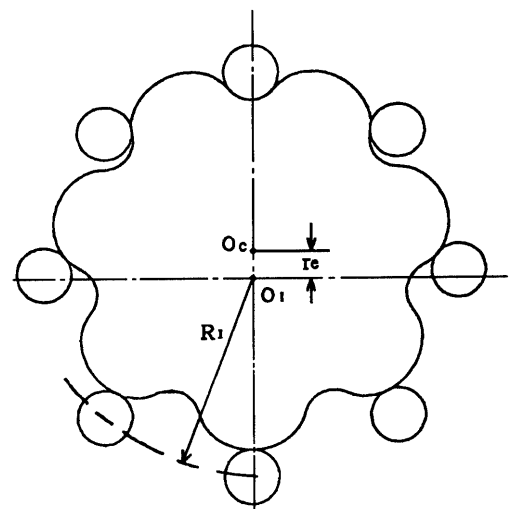


Fig.2 Mesh pattern of cycloidal gear and pin

イクロイド歯車のリム部の等価厚さを表すことにした。このため，2次元有限要素法を用いてサイクロイド歯車のリム部(図3(a))及び円弧はり(図3(b))に半径方向集中荷重を加えそれぞれの半径方向変位の解析を行った。等価厚さの具体的な決定法は以下の通りである。まず，図3(a)のように歯6枚分(中心角 $\theta$ )について，両端を固定し，薄肉リム部の中央の歯みぞ部に半径方向荷重( $P = 1\text{kN}$ )を作用させ，内周部の半径方向変位を求める。次に，図3(b)のように，歯6枚分に相当する中心角 $\theta$ の円弧はりの両端を固定し，中央部に半径方向荷重( $P = 1\text{kN}$ )を作用させ，内周部の変形がサイクロイド歯車のリム部の変形と同じ状態になるような円弧はりをさがし，その円弧はりの厚さをサイクロイド歯車の等価厚さとした。

Table 1 Specifications of the cycloidal gears

歯数 z	リム部内周半径/リム厚さ r (mm) / h (mm)					修正係数 x
	r / h = 9	r / h = 4	r / h = 2.3	r / h = 1.5	r / h = 1	
29	51.96/5.77	46.18/11.55	40.41/17.32	34.64/23.09	28.87/28.68	0.15
	59.58/6.62	52.96/13.24	46.34/19.86	39.72/26.48	33.10/33.10	0.25
	83.14/9.24	73.90/18.48	64.67/27.71	55.43/36.95	46.19/46.19	0.45
39	71.02/7.89	63.13/15.78	55.24/23.67	47.35/31.56	39.46/39.45	0.15
	81.18/9.02	72.16/18.04	63.14/27.06	54.12/36.08	45.10/45.10	0.25
	112.60/12.51	100.09/25.02	87.58/37.53	75.07/50.04	62.56/62.55	0.45
49	90.07/10.01	80.06/20.02	70.06/30.02	60.05/40.03	50.04/50.04	0.15
	102.78/11.42	91.36/22.84	79.94/34.26	68.52/45.68	57.10/57.10	0.25
	142.06/15.78	126.27/31.57	110.49/47.35	94.71/63.13	78.92/78.92	0.45
89	166.31/18.48	147.83/36.96	129.35/55.44	110.87/73.92	92.40/92.39	0.15
	189.18/21.02	168.16/42.04	147.14/63.06	126.12/84.08	105.10/105.10	0.25
	259.88/28.87	231.00/57.75	202.13/86.62	173.25/115.50	144.38/144.37	0.45
149	280.67/31.18	249.48/62.37	218.30/93.55	187.11/124.74	155.93/155.92	0.15
	318.78/35.42	283.36/70.84	247.94/106.26	212.52/141.68	177.10/177.10	0.25
	436.60/48.81	388.09/97.02	339.58/145.53	291.07/194.04	242.56/242.55	0.45

ために用いた円弧はりの分割例(要素数は803, 節点数は1440)の一部分を示す。図4に示す程度の分割

図4(a)(b)には, サイクロイド歯車のリム部の一部分の要素分割例(要素数は995, 節点数は1824)とサイクロイド歯車のリム部の等価厚さを決定するで, 変位に関して95%以上の精度が得られる<sup>(4)</sup>。

### 3. 解析結果と考察

#### (1) 等価厚さの算出例

一例として, 歯数  $z = 29$ , 修正係数  $x = 0.15$ , リム厚さ  $h = 5.77\text{mm}$ , リム部内周半径  $r = 51.96\text{mm}$ のサイクロイド歯車に図3(a)のような荷重を荷重し, 有限要素法によりリム部内周の半径方向変位を求めた結果を図5に太い実線で示す。図5では, 縦軸に変位, 横軸に荷重点からの中心角  $\theta$  (図3参照)をとっている。また, 厚さ  $5.77\text{mm}$ ,  $6.07\text{mm}$ ,  $6.37\text{mm}$ ,  $6.87\text{mm}$ の円弧はりに図3(b)のような荷重を荷重した場合の各円弧はりの内周部の半径方向変位も図5に同時に示している。図5の結果より, 歯みぞ中心と歯中心に対応する①~⑤の5点における円弧はりの変位と円弧はり厚さの関係を求め, 図6に示す。図6中の水平な線はサイクロイド歯車に図3(a)のような荷重を荷重したときの各位置①~⑤における変位を示し, 白丸印○の横座標が, 各位置①~⑤において求めた等価厚さ  $h_{e1} \sim h_{e5}$ になる。この5点の値の平均値を等価厚さ  $h_e$ とし,  $h_e = 6.41\text{mm}$ と決定した。

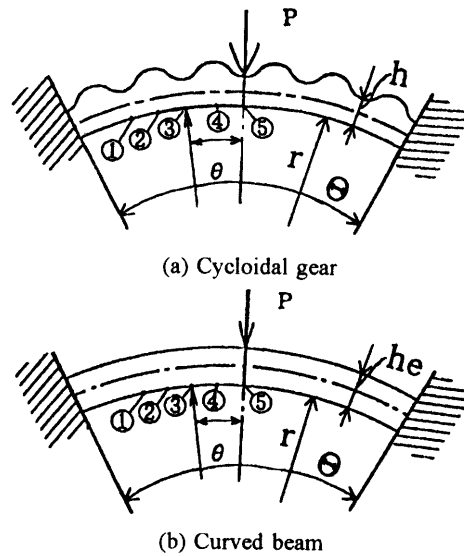


Fig.3 Determination method of equivalent rim thickness

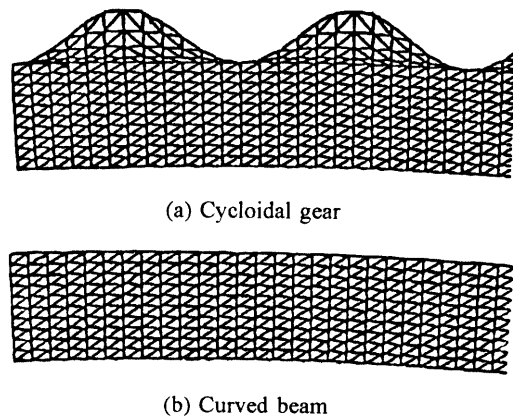


Fig.4 Finite element model

(2) リム厚さと等価厚さの関係

一例として、歯数  $z = 29$ 、修正係数  $x = 0.15$  の歯車について求めた等価厚さ  $h_e$  と薄肉サイクロイド歯車のリム厚さ  $h$  の関係を図7に示す。図7より、薄肉サイクロイド歯車のリム厚さに対する等価厚さの増加量  $\Delta h = (h_e - h)$  はリム厚さが大きくなるにつれてやや減少する傾向を示すことがわかる。

(3) 等価厚さとリム部内周半径、リム厚さ、歯数、修正係数の関係

薄肉円環のたわみは、円環厚さ  $h$  に対する円環中心線半径  $r_o$  の比  $(r_o/h)$  の3乗に比例する。したがって、サイクロイド歯車のたわみは、リム厚さ  $h$  に対するリム部中心線半径  $r_c$  の3乗  $(r_c/h)^3$  にほぼ比例することが考えられる。一方、 $r_c$  はリム部内周半径  $r$ 、リム厚さ  $h$  を用いると、 $r_c = r + h/2$  になるが、本研究では薄肉リムを持つ歯車を対象としているので  $r$  に対して  $h$  が小さく、近似的に  $r_c \approx r$  とみなしうる。そこで、サイクロイド歯車の薄肉リム部の形状を表す無次元量として  $r/h$  に着目して、有限要素法による解析から求めた等価厚さのリム厚さに対する増加割合  $\Delta h/h$  と  $r/h$  の関係を、歯数  $z$  と修正係数  $x$  をパラメータにして図8に示した。図8より、 $r/h < 10$  であれば修正係数  $x$  を変化させても  $\Delta h/h$  の変化は小さいことがわかる。このことより、本報では、 $\Delta h/h$  の値として、修正係数  $x = 0.15, 0.25, 0.45$  の平均値を用いてデータをまとめることにする。

また、図8より、歯数を一定にすると、 $\Delta h/h$  は  $r/h$  の増大に対してほぼ2次曲線的に増加し、

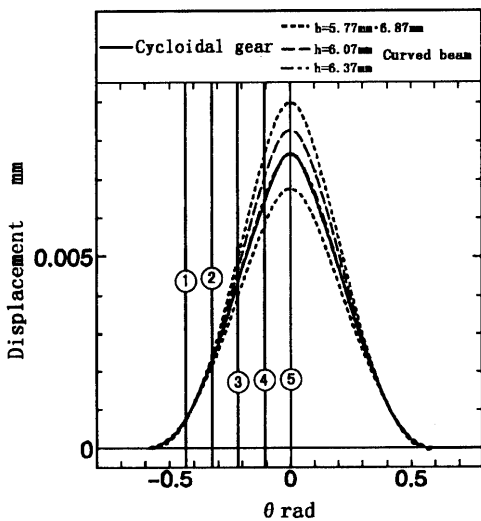


Fig.5 Displacements of the cycloidal gear and the curved beam  
( $z=29, h=5.77\text{mm}, r=51.96\text{mm}, x=0.15$ )

その変化の様相は歯数  $z$  の大きい場合と小さい場合で異なることがわかる。したがって、 $r/h$  と  $\Delta h/h$  の関係は次の2次式で表されることがわかる。

$$\frac{\Delta h}{h} = A_0(z) + A_1(z) \left(\frac{r}{h}\right) + A_2(z) \left(\frac{r}{h}\right)^2 \quad (1)$$

ここで、 $A_0(z), A_1(z), A_2(z)$  はそれぞれ歯数  $z$  によって決まる定数である。

各係数  $A_0(z), A_1(z), A_2(z)$  を歯数の逆数  $1/z$  に対して示すと図9のようになる。図9より、 $A_0(z), A_1(z), A_2(z)$  と  $1/z$  の関係はいずれもほぼ2次式で表されることがわかる。 $A_0(z), A_1(z), A_2(z)$  を式(2)~(4)に示す。

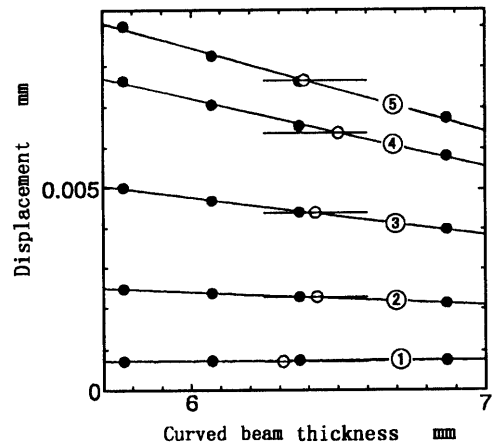


Fig.6 Example of displacement on each position  
( $z=29, h=5.77\text{mm}, r=51.96\text{mm}, x=0.15$ )

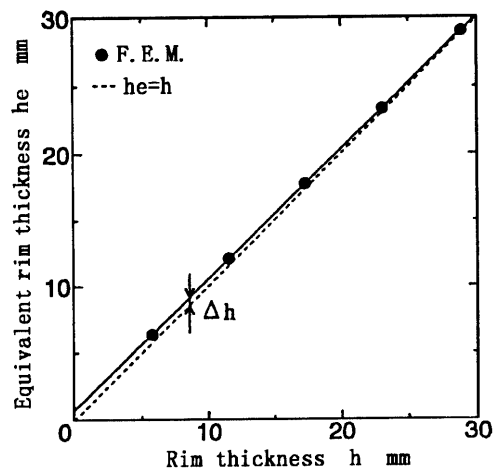


Fig.7 Relation between rim thickness of the cycloidal gear and equivalent rim thickness  
( $z=29, x=0.15$ )

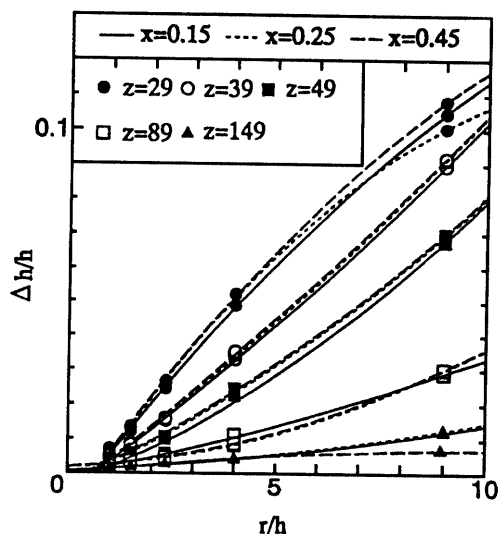


Fig.8 Relation between  $\Delta h/h$  and  $r/h$

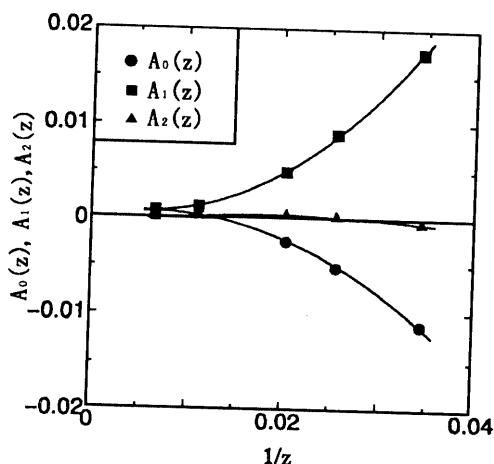


Fig.9 Effect of  $1/z$  on  $A_0(z), A_1(z), A_2(z)$

$$A_0(z) = -15.21 \left(\frac{1}{z}\right)^2 + 0.189 \left(\frac{1}{z}\right) + 1.40 \times 10^{-4} \quad (2)$$

$$A_1(z) = 20.94 \left(\frac{1}{z}\right)^2 - 0.262 \left(\frac{1}{z}\right) + 16.13 \times 10^{-4} \quad (3)$$

$$A_2(z) = -3.06 \left(\frac{1}{z}\right)^2 - 0.108 \left(\frac{1}{z}\right) - 5.75 \times 10^{-4} \quad (4)$$

式(2)～(4)を図9の曲線で示しているが、各記号●■▲と各曲線はよく一致しているのがわかる。

式(2)～(4)を式(1)に代入すると式(5)が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\Delta h}{h} = & -15.21 \left(\frac{1}{z}\right)^2 + 0.189 \left(\frac{1}{z}\right) + 1.40 \times 10^{-4} \\ & + \left[ 20.94 \left(\frac{1}{z}\right)^2 - 0.262 \left(\frac{1}{z}\right) + 16.13 \times 10^{-4} \right] \left(\frac{r}{h}\right) \\ & + \left[ -3.06 \left(\frac{1}{z}\right)^2 + 0.108 \left(\frac{1}{z}\right) - 5.75 \times 10^{-4} \right] \left(\frac{r}{h}\right)^2 \end{aligned} \quad (5)$$

式(5)を用いて、各歯数  $z$  の場合の  $\Delta h/h$  と  $r/h$  の関係を求め、有限要素法による値とともに図10に示す。図10より、式(5)による値は有限要素法で得られた値とよく一致しており、式(5)により、サイクロイド歯車の薄肉リム部の等価厚さを精度よく求めうる事がわかる。

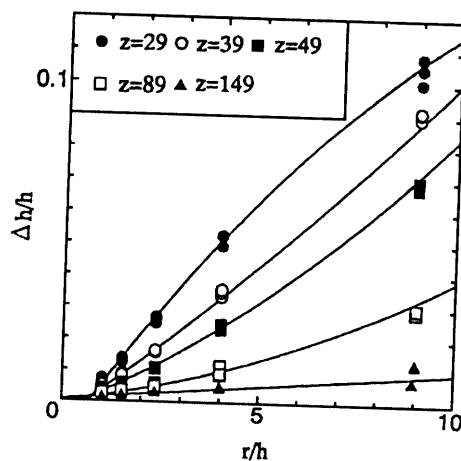


Fig.10 Comparison of FEM value and approximation

#### 4. 結 言

K-H-V形遊星歯車装置に用いられ、一部に薄肉リム部を持つサイクロイド歯車を対象とし、2次元有限要素法を用いて薄肉リム部の等価厚さを求めた結果、以下の結論を得た。

(1) リム部内周半径  $r$  に対するリム厚さ  $h$  の比が  $r/h < 10$  であれば、修正係数  $x$  の変化が等価厚さに与える影響は小さい。

(2) サイクロイド歯車の薄肉リム部を、リム部内周半径と等しい半径を持つ等価円弧はりに置き換え、サイクロイド歯車のリム厚さ、歯数に対して、等価厚さを求める式を導いた。

## 参考文献

- 1) 石田 武, 日高照晃, 王 宏猷, 山田 浩, 橋本正孝 :  
薄肉リムを持つサイクロイド歯車の曲げ応力と歯面  
接触応力, 日本機械学会論文集, 62巻593号(C編) (1996),  
291-297
- 2) Sinkevich, Yu. B. and Sholomov, N. M. : Effect of  
Toothed-ring Geometry on the Stiffness of its  
Rim, Russian Engineering Journal, Vol. 51, No. 6  
(1971), 25-29
- 3) 日高照晃, 石田 武, 杉本信行 : 薄肉内歯平歯車のリ  
ムの剛性, 設計製図, 21巻11号(1986-11), 38-43
- 4) 日高照晃, 寺内喜男, 野原 稔, 大下純一 : 遊星歯車装  
置の動特性に関する研究(第3報, 内歯車の作用線方  
向の変位), 日本機械学会論文集, 43巻368号(1977),  
1510-1519

(1997. 4. 8受理)

## APPROXIMATE EXPRESSION OF EQUIVALENT THICKNESS OF THIN RIM CYCLOIDAL GEAR

**Takeshi ISHIDA, Masahiro UEDA and Shuting LI**

A certain type of the K-H-V planetary gears has cycloidal gears with thin rim parts. When studying the rotational transmission error and the vibration characteristics of the cycloidal gear, the stiffness of the thin rim part becomes an important factor and when discussing the stiffness, it is convenient to treat the thin rim part as a curved beam.

In this study, the deformation of the thin rim part of the cycloidal gear and that of the curved beam are calculated using the two-dimensional finite element method. Then an equivalent thickness of the rim is determined through comparing both deformation values. Moreover, the equivalent thickness of the thin rim part of the cycloidal gear is expressed using the rim thickness, the number of teeth, the correction coefficient of the cycloidal gear as variables.