

# 流れの中に放出された噴流の挙動について

羽田野袈裟義\*・秋田 伸治\*\*・斉藤 隆\*・平野 宗夫\*\*\*

## On the Behavior of the Non-buoyant Jet Injected Into the Stream

Kesayoshi HADANO, Nobuharu AKITA, Takashi SAITOU  
and Muneo HIRANO

### Abstract

This paper proposes an integrated model of the behavior of a nonbuoyant jet injected into a uniform cross flow. Governing equations are the integrated conservation equations of mass, cross-streamwise and its perpendicular components of momentum. The ordinary differential equations to predict the variations of cross-sectional area, mean velocity, and the trajectory of a jet axis are derived from the governing equations. In the present model, the interaction between the jet and cross-flow are taken into account by considering form drag and entrainment of the ambient fluid. A new type of entrainment function is proposed. Jet trajectory computed using the present entrainment function shows good agreement with experimental data.

### 1. 序論

風が吹いている大気中に煙突から煙が放出された場合や潮流の生じている海域へ工業排水が放出された場合、噴出した流れと外部流は複雑に干渉しあい、不規則に変動する3次元的な流れが形成される。

流れの中に放出された噴流については多くの実験的研究が行なわれている。例えば、Gordier<sup>1)</sup>は半無限域の一様流中に種々の速度比で流れと直角に放出された噴流の軸軌道を測定した。また、彼は一様流の流速に比べて噴出速度が大きい場合には噴流中心軸上の流速が急激に減少していくことを見いだした。Abramovich<sup>2)</sup>は噴流断面がいびつな形に変形するのは噴流中心軸付近の高流速の流体部分に比べ周辺部の流体部分が周囲流により変形され易いことによるものであると指摘している。Keffer & Baines<sup>3)</sup>は平均流速や乱れ強度を

測定し、現象の相似性を指摘している。Platten & Keffer<sup>4)</sup>と Margason<sup>5)</sup>は種々の放出角度に対して噴流軸軌道を測定している。一方、連行モデルを用いた解析も Platten & Keffer<sup>4)</sup>などによりいくつか提案されているが、その適合性は十分とはいえない。これは連行量の評価が適切でないことによるものと考えられる。従来のモデルはいずれも、連行量を噴流の周長と噴流・外部流の相対速度の積、あるいはそれに類するもので仮定しており、この流れに特有な2個の反対回転の渦による連行機構を表現していない。

本研究は、この流れに特有な上記の連行機構を組み込んだ1次元解析の手法を提案するものである。

### 2. 理論

#### 2.1 基礎方程式

流れの中に放出された噴流は外部流による圧力抵抗と連行により軌道を曲げるものと考えられる。Fig.1に示す1次元モデルで考える。基礎方程式は、噴流流体についての連続式、および運動量の、外部流方向の成分およびそれと直角方向の成分で、それぞれ式(1)、

\* 建設工学科

\*\* 京都府

\*\*\* 九州大学工学部

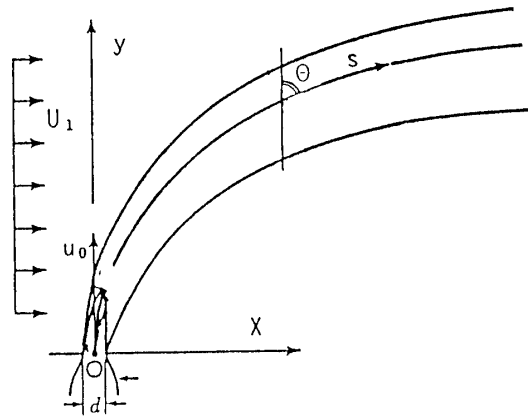
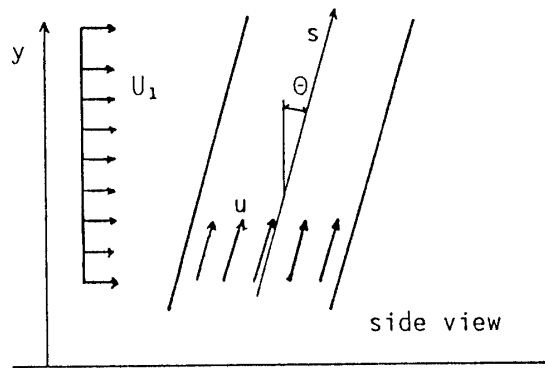


Fig. 1 Definition sketch



(2), (3) のようにかかれる.

$$\frac{d}{ds} (au) = Q_e \quad (1)$$

$$\frac{d}{ds} (\beta au^2 \sin\theta) = Q_e U_1 + C_d U_1^2 l \cos\theta \quad (2)$$

$$\frac{d}{ds} (\beta au^2 \cos\theta) = 0 \quad (3)$$

ここに、 $a$  は噴流断面積、 $u$  は断面平均流速、 $Q_e$  は噴流軸に沿う単位長さから周囲流体が単位時間に噴流内部に連行される量、 $C_d$  は圧力抵抗の抵抗係数、 $l$  は噴流断面の周囲流方向への投影長さ、 $\beta$  は運動量補正係数である。

運動量補正係数を一定と仮定し、式 (1)、(2) および (3) を  $da/ds$ 、 $du/ds$  および  $d\theta/ds$  について解くと式 (4)、(5) および (6) を得る。

$$\frac{da}{ds} = \frac{1}{a^2 u^4} \left\{ 2a^2 u^3 Q_e - \frac{1}{\beta} (Q_e U_1 + C_d U_1^2 l \cos\theta) \times a^2 u^2 \sin\theta \right\} \quad (4)$$

$$\frac{du}{ds} = \frac{1}{a^2 u^4} \left\{ (Q_e U_1 + C_d U_1^2 l \cos\theta) \times a u^3 \sin\theta - Q_e a u^4 \right\} \quad (5)$$

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{1}{\beta} \frac{1}{a u^2} (Q_e U_1 + C_d U_1^2 l \cos\theta) \cos\theta \quad (6)$$

境界条件は  $s=0$  で  $a=a_0$ 、 $u=u_0$  および  $\theta=\theta_0$  である。ここに、サフィックス "0" は出口における量を表わす。噴流軸の軌道は次式により与えられる。

$$x = \int \sin\theta(s) ds, \quad y = \int \cos\theta(s) ds \quad (7)$$

## 2.2 連行量の評価

ここで対象とする流れの連行の主要な部分は、噴流軸方向に伸びた、互いに反対回転する1対の渦管により誘起された流れによるものと考えられる。このような連行機構を Fig. 2 に示すモデルで考える。1対の渦

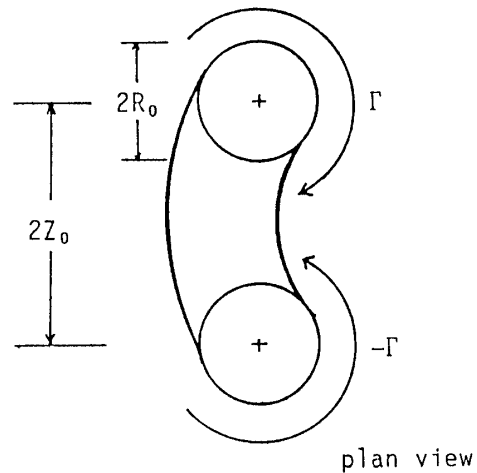


Fig. 2 Model of vortex induced entrainment

の中心間距離を  $2Z_0$ 、渦運動をする流体部分の半径を  $R_0$ 、個々の渦の強さをとすれば、渦軸に沿う微小長さ  $ds$  の区間から周囲流体が噴流部分に連行される流量  $Q_e ds$  は、

$$Q_e ds = 2ds \int_{R_0}^{2Z_0} V(r) dr = K_1 \frac{\Gamma}{\pi} ds \log \frac{2Z_0}{R_0} \quad (8)$$

ここに、 $K_1$  は係数、 $r$  は対象とする任意点から最寄りの渦中心までの距離、 $V(r)$  は渦により任意点に生じている流速の円周方向の成分である。また、 $\Gamma$  は噴流断面周辺部におけるせん断により生じると考えられるから、噴流断面の長さスケールを  $L$ 、 $K_2$  を定数として、次式により評価することができよう。

$$\Gamma = K_2 L |U_1 - u \sin\theta| \quad (9)$$

本解析では、 $L = \pi \sqrt{a}$  とし、 $K = K_1 \cdot K_2$  とした。

次に、 $Z_0$  と  $R_0$  の比率について検討する。流れの中に放出された噴流の流れ構造を吟味し、 $Z_0$  および  $R_0$  に対応するものを採用することが必要であるが、現時点ではこれらと直接結びつくような情報は得られていないようである。そこで、このような流れの断面形状に関

する従来の研究結果を流用し、 $Z_0$ と $R_0$ の比率を評価することにする。Fig. 3はRajaratnam<sup>6)</sup>が整理した、従来のデータを再整理したものである。図より次式の関係が認められる。

$$\Delta Z / \Delta \xi_* - 1 = 2.97 \sqrt{s / (\alpha^2 d)} ; \alpha = U_0 / U_a \quad (10)$$

Fig. 3中の形状概念図とFig. 2との対比より次の対応関係を考えることができる。

$$\Delta Z \approx 2(R_0 + Z_0) ; \Delta \xi_* \approx 2R_0 \quad (11)$$

従って  $R_0$  と  $Z_0$  の関係式として一応次式を用いることができよう。

$$Z_0 / R_0 = 2.97 \sqrt{s / (\alpha^2 d)} \quad (12)$$

### 2.3 無次元化

ここで諸量を、出口の直径  $d$ 、出口での流速  $u_0$ 、および出口断面積  $a_0$  を用いて、 $a = a' a_0$ 、 $u = u' u_0$ 、 $s = s' d$  のように無次元化する。このとき式(4)一式(6)の無次元形は以下ようになる。

$$\frac{da'}{ds'} = \frac{8Q_e}{\pi du_0 u'} - \frac{1}{\beta} \left( \frac{4Q_e U_1}{\pi du_0^2} + \frac{4C_d \ell U_1^2}{\pi du_0^2} \cos \theta \right) \times \frac{1}{u'^2} \sin \theta \quad (13)$$

$$\frac{du'}{ds'} = \frac{1}{\beta a' u'} \left( \frac{4Q_e U_1}{\pi du_0^2} + \frac{4C_d \ell U_1^2}{\pi du_0^2} \cos \theta \right) \sin \theta - \frac{4Q_e}{\pi du_0} \frac{1}{a'} \quad (14)$$

$$\frac{d\theta}{ds'} = \frac{1}{\beta a' u'^2} \left( \frac{4Q_e U_1}{\pi du_0^2} + \frac{4C_d \ell U_1^2}{\pi du_0^2} \cos \theta \right) \cos \theta \quad (15)$$

ここに、

$$\frac{4Q_e}{\pi du_0} = K \sqrt{4a' / \pi} \left| \frac{U_1}{u_0} - u' \sin \theta \right| \log \frac{2Z_0}{R_0}$$

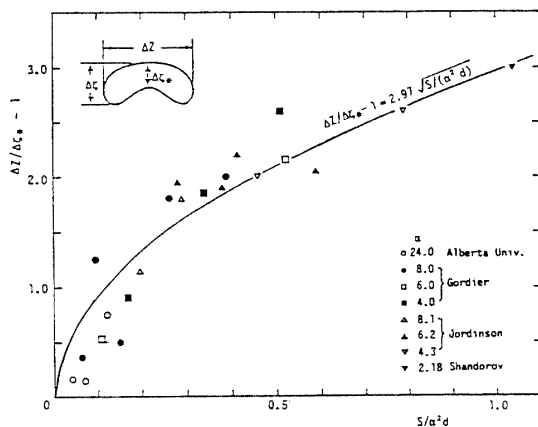


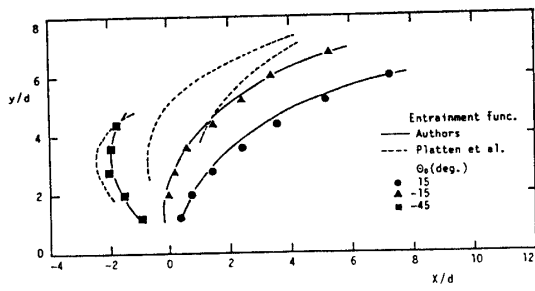
Fig. 3 Cross-sectional geometry of a bent over jet (From Rajaratnam (1976))

$$\frac{\ell}{d} = \frac{1 + Z_0/R_0}{1 + 4Z_0/(\pi R_0)} \sqrt{a'} \quad (17)$$

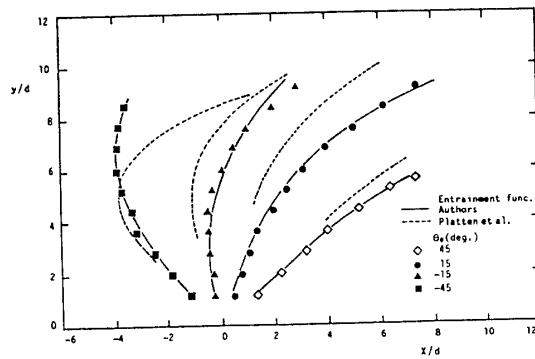
### 3. 計算結果と考察

本解析モデルの適合性を検討するため、噴流軸軌道について既往の実験結果と計算結果との比較を行なった。流体と流体が接する場合の抗力係数の値については不明な点が多いが、一応  $C_d = 1.0$  をもちいた。計算ではまず  $K$  の値を種々変化させて軸経路を計算し、軸経路の実験値と計算値との差が最小となるような  $K$  の値を求めた。Fig. 4はこのプロセスを Platten & Keffer の実験値に適用し、得られた軸軌道の計算結果と実験結果との比較を示したものである。図中の実線は著者らの連行関数による計算結果で、破線は Platten & Keffer の連行関数を用いた計算結果である。なお、Platten & Keffer は連行流量を噴流の周長  $C$  と連行速度  $Ve$  の積でおき、周長  $C$  を  $C = 4.6 \sqrt{a'}$ 、連行速度  $Ve$  を  $Ve = a_1(u - U_1 \sin \theta) + a_2 U_1 (\sin \theta - \sin \theta_0)$  で仮定している。そして噴流軸軌道の実験値より係数  $a_1$  と  $a_2$  の値を決定し、これらが速度比と放出角度により変化することを示している。図中の破線はそれらの結果を式(4)一(6)に組み込んで得られた計算結果である。但し、彼らのモデルでは圧力抵抗を考慮していないので抗力係数はゼロとして計算した。図より種々の速度比、放出角度の場合に対して本連行モデルによる計算結果は、Platten & Keffer の連行モデルによる計算結果より良好な一致を示しており、本連行モデルの妥当性を示唆している。

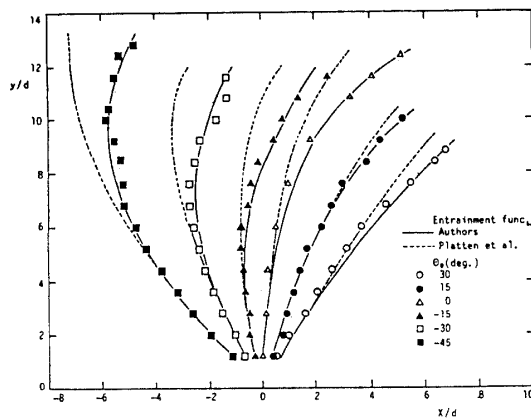
次に上で求めた  $K$  の最適値を Platten & Keffer, Margason および Patrick<sup>7)</sup>の実験結果について求めた。その結果が Fig. 5 および 6 にしめされており、 $K$  の値は速度比と放出角度により変化することが分かる。Fig. 5は噴流が流れに垂直に放出された場合について  $K$  の値を速度比  $\alpha$  に対してプロットしたものである。図より  $K$  の値は速度比とともに増大し、描点は両対数紙上ではほぼ1本の直線の周りに分布している。Fig. 6は  $K$  の値を放出角度  $\theta_0$  に対してプロットしたものである。描点は両方の実験とも  $\theta_0 = 0$  の線に対してほぼ対称であるが、パラメータ  $\alpha$  への依存の仕方が Margason のデータと Platten & Keffer のデータとは異なっている。Margason のデータでは全ての放出角度に対して速度比が大きいほど  $K$  の値は大きい。Platten & Keffer のデータではこのような傾向は認められない。Margason が視覚により噴流軸を決定しているのに対し



(a)  $\alpha = 4.05$



(b)  $\alpha = 6.32$



(c)  $\alpha = 8.32$

Fig. 4 Comparison between the calculated and measured trajectories (data from ref. 4)

Platten & Keffer は流速測定により決定している。噴流軸軌道の決定法の違いによる効果が出ていることがうかがえる。この他、速度比が同一の場合、垂直に放出された場合のKの値はその他の放出角度の場合のKの値に比べて大きい。

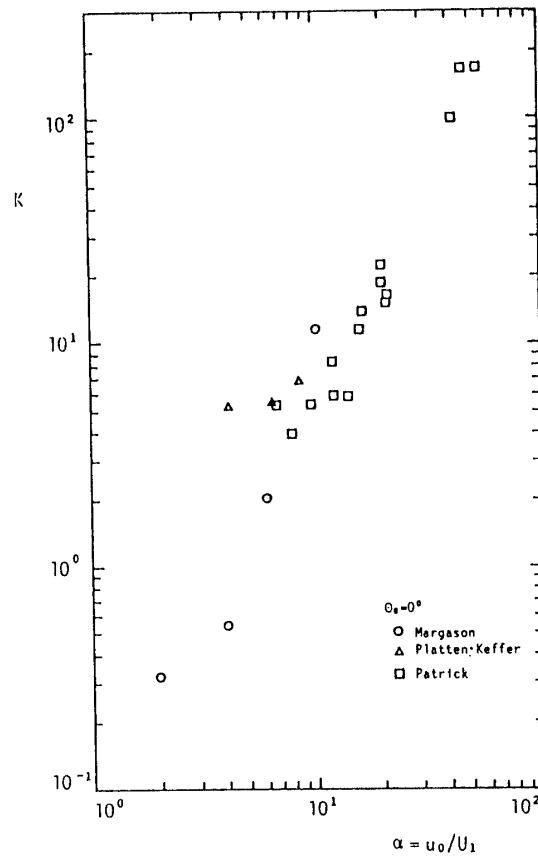


Fig. 5 Plot of K against  $\alpha = u_0/U_1$  for the case of normally injected jets

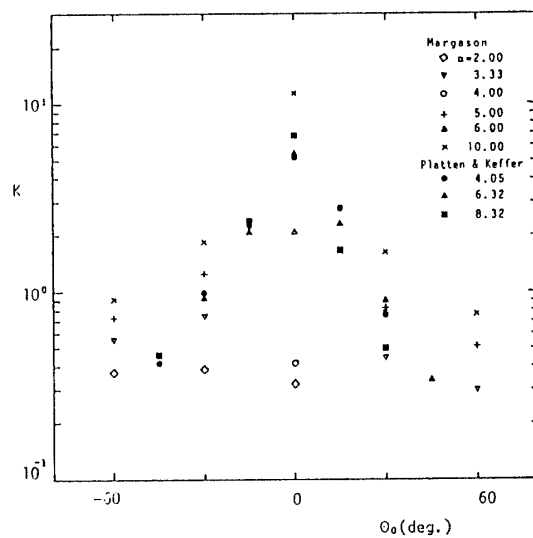


Fig. 6 Plot of K against  $\theta_0$

#### 4. 結 語

以上、流れの中に放出する噴流の挙動について1次元モデルを提案し、既往の実験値を用いてモデルの妥当性を検討した。噴流軸軌道については比較的良好な適合性を示すことが認められた。また、連行量に関する係数Kは速度比や放出角度により変化することなどが示されたが、今後この原因について検討することが必要である。

#### 参 考 文 献

- 1) Gordier, R.L.: Studies on fluid jets discharging normally into moving liquid, Tech. Paper No.28, Series B, St. Anthony Falls Hydrodynamic Laboratory, Univ. of Minnesota, 1959.
- 2) Abramovich, G.N.: The theory of turbulent jets, English Translation, M.I.T. Press, Massachusetts, 1963.
- 3) Keffer, J.F. and W.D. Baines: the round turbulent jet in a cross-wind, J. Fluid Mech., Vol.15, No.4, pp.481-496, 1963.
- 4) Platten, J.L. and J.F.Keffer: Entrainment in deflected axisymmetric jets at various angle to the stream, Tech. Rep.6808, Dept. Mech. Eng., Univ. of Toronto, 1968.
- 5) Margason, R.J.: The path of a jet directed at various angles to a subsonic stream, NASA, TN. D-4919, Langley Research Center, Hampton, Virginia, 1968.
- 6) Rajaratnam, N.: Turbulent Jets, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, 1976.
- 7) Patrick, M.A.: Experimental investigation of the mixing and penetration of round jet injected perpendicularly into a transverse stream, Trans. Inst. Chem. Eng., 45, pp.16-31,1967

(平成元年4月14日受理)