

# 産業用ロボットの軌道制御（第四報）

和田 憲造\*・上野 忠浩\*\*・早野 延男\*

## Trajectory Control of an Industrial Robot (4th Report)

Kenzo WADA, Tadahiro UENO and Nobuo HAYANO

### Abstract

Industrial robots have been applied in many fields. So far, these robots have been controlled by the "Point to Point" or "Continuous Path" control methods.

Generally, industrial robots are non-linear, multivariable, time-varying systems and when the robot is moving, an interaction between the arms exists. Therefore, we try to decouple the system using the decouple control theory. At this time, the feedback law permits an arbitrary assignment of a specified number of poles. Next we compose a servo-system for the decoupled system.

In computer simulations, an error of output between the robot system and the decoupled system occurred. Therefore, we add the PI action to the system in order to compensate for errors between the output of the robot system and a reference trajectory.

When the robot is in motion, parameters of the robot are changing because of load fluctuation and so on. In this case, it isn't always controlled well by using the fixed parameters control methods. Therefore, an application of the model reference adaptive control method to the robot system was investigated. As the results of computer simulations, the robot arms follow well the reference trajectory in spite of the load fluctuation, and the availability of the proposed control methods was confirmed.

### 1 序 論

現在、産業用ロボットは非常に多くの分野で使用されており、その性能向上を目指して動作の高速・高精度化が強く要求されている。

従来の制御方式（開ループ制御；PTPやCP制御方式）では、一連の動作が終了すれば、ロボットを動作開始点（原点）に一旦戻して再び動作させるという方式をとることにより、動作中の設定軌道からの軌道誤差の蓄積を防いでいる。しかし制御方式を閉ループにすれば、ロボットを原点に戻すことなく、軌道誤差を自動的に修正することができる。

前報<sup>1)</sup>ではロボットシステムに対して非干渉制御方式<sup>2)</sup>

の適用について検討を行った。ここでは、システムを非干渉化する入力を合成する際に、左側疑似逆行列を用いたが、この合成方法ではシステムの完全な非干渉化が難しい。また非干渉化モデルに対して1型のサーボ系を構成しているため、ランプ状の設定軌道に対しては定常偏差が生じた。そこで今回は左側疑似逆行列を用いない入力合成を行うことにより、完全にシステムを非干渉化し、この非干渉化されたモデルに対して2型のサーボ系を構成し、そのときのシステムの応答について検討を行った。

前報<sup>3)</sup>では、ロボットシステムに対してモデル規範型適応制御方式<sup>3)4)</sup>(MRAC: Model Reference Adaptive Control)の適用について検討を行った。この制御方式は負荷変動などの外乱に対してもロバストな応答が得られることが知られている。前報<sup>3)</sup>では、非干渉化されたシステムに対して適応制御を適用している。しかし、設定軌道をランプ状にしたとき、モテリ

\*生産機械工学科

\*\*大学院生産機械工学専攻

ング誤差がある場合には、よい応答が得られないことがわかった。そこで今回はシステムに直接適応制御方式を適用し、その応答について検討を行った。ここで各検討はシミュレーションにより行った。

2 非干渉制御理論<sup>1)2)</sup>のムーブマスタ II への適用

2.1 ムーブマスタ II のシステム<sup>5)6)</sup>

本研究で使用するムーブマスタ II は、前報<sup>1)3)</sup>で用いたのと同様に 4 リンク、自由度 5 のマニピュレータであるが、サーボ系の適用性を調べるために、2 リンクのみについて検討を行った。ここで、2 リンクというのは、4 つのリンクの内第 3, 4 番目のリンクを固定し、見かけ上第 1, 2 番目のリンクのみの動作を考えたものである。

状態変数として、 $x_1$ : リンク 1 の位置、 $\dot{x}_1$ : リンク 1 の速度、 $x_2$ : リンク 2 の位置、 $\dot{x}_2$ : リンク 2 の速度をとると、このシステムの状態方程式は式(1)のように表わされる。ただし、通常マニピュレータを高速で動作させる場合、コリオリ力・求心力の影響は無視できないとされているが、ムーブマスタ II の場合、これらの非線形項の影響は殆どなかった<sup>6)</sup>ので、この非線形項を省略している。

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A x(t) + B u(t) + D g(t) \\ y(t) &= C x(t) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} x &= [x_1, \dot{x}_1, x_2, \dot{x}_2]^T : \text{状態変数ベクトル} \\ &= [\theta_1, \dot{\theta}_1, \theta_2, \dot{\theta}_2]^T \\ u &= [u_1, u_2]^T : \text{入力ベクトル} \\ g &= [g_1, g_2]^T : \text{重力ベクトル} \\ y &= [y_1, y_2]^T : \text{出力ベクトル} \end{aligned}$$

このシステムに対して、非干渉制御理論によって合成される入力  $u^*(x, t)$  を用いると、システムの伝達関数行列は次式のように表わされ、システムは非干渉化される。

$$\begin{pmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\lambda_1}{4s^2 + 2\alpha_{11}s + \alpha_{01}} & 0 \\ 0 & \frac{\lambda_2}{4s^2 + 2\alpha_{12}s + \alpha_{02}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_1(s) \\ W_2(s) \end{pmatrix} \quad (\alpha_{ij}, \lambda_j : \text{任意定数}) \quad (2)$$

2.2 サーボシステムの構成

2.2.1 入力  $u^*(t)$  の合成

式(2)のサブシステム(非干渉化モデル)についてサーボ系を構成する。式(2)を状態方程式で表わすと

$$\begin{cases} \dot{x}_M(t) = E x_M(t) + F w(t) \\ y_M(t) = C x_M(t) \end{cases} \quad (3)$$

となる。ただし、

$$E = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\alpha_{01}/4 & -2\alpha_{11}/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\alpha_{02}/4 & -2\alpha_{12}/4 \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \lambda_1/4 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2/4 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

また上式より、サンプリング周期  $\tau$  としてシステムの離散値系状態方程式を求めると次式となる。

$$\begin{aligned} x_M(k+1) &= P x_M(k) + Q w(k) \\ y_M(k+1) &= C x_M(k) \end{aligned} \quad (4)$$

ただし、

$$P = e^{E\tau} \quad , \quad Q = \int_0^\tau e^{E\lambda} F d\lambda$$

また式(1)より、サンプリング周期  $\tau$  として離散値系状態方程式を求めると次式のようになる。

$$\begin{aligned} x(k+1) &= P_A x(k) + Q_B u(k) + R_D g(k) \\ y(k) &= C x(k) \end{aligned} \quad (5)$$

ただし、

$$P_A = e^{A\tau} \quad , \quad Q_B = \int_0^\tau e^{A\lambda} B d\lambda$$

$$R_D = \int_0^\tau e^{A\lambda} D d\lambda \quad ,$$

非干渉化するための入力合成は、前報<sup>1)</sup>では  $Q_B$  の左側疑似逆行列  $Q_B^{-1}$  を用いて行った。しかしこれでは  $Q_B \times Q_B^{-1} \cong I$  となるので完全に非干渉化することができない。そこで今回は、 $(C Q_B)$  が正則行列になることに注目して以下のような入力合成を行った。

$$\begin{aligned} y(k) &= y_M(k) \\ C \{ P x_M(k) + Q w(k) \} \\ &= C \{ P_A x(k) + Q_B u^*(k) + R_D g(k) \} \\ C Q_B u^*(k) \\ &= C \{ P x_M(k) + Q w(k) - P_A x(k) - R_D g(k) \} \\ \therefore u^*(k) &= (C Q_B)^{-1} C \{ P x_M(k) + Q w(k) \\ &\quad - P_A x(k) - R_D g(k) \} \quad (6) \end{aligned}$$

この入力  $u^*(k)$  をマニピュレータに入力することにより、モデルの出力とマニピュレータの出力を一致させることができ、非干渉化することができた。

2.2.2 サーボシステムの構成

式(4)で表わされるシステムに対してサーボ系を構成する。前報<sup>1)</sup>では 1 型のサーボ系を構成したがランプ状の軌道に追従させるため、今回は 2 型のサーボ系<sup>7)</sup>を構

成した。

$$\left. \begin{aligned} x_M(k+1) &= P x_M(k) + Q w(k) \\ y_M(k+1) &= C x_M(k) \\ w(k) &= -H x(k) + K_1 z_1(k) + K_2 z_2(k) \\ z_1(k+1) &= z_1(k) + z_2(k) \\ z_2(k+1) &= z_2(k) + [R(k) - y(k)] \end{aligned} \right\} (7)$$

ここで、

$H$ : フィードバック係数行列 ( $2 \times 4$ )

$K_1, K_2$ : ゲイン係数行列 ( $2 \times 2$ )

$z_1(k), z_2(k)$ : 2次元状態変数行列

$R(k)$ : 設定軌道 (目標位置) ベクトル

$y_M(k)$ : モデルの出力ベクトル

このシステムのブロック線図を Fig. 1 に示す。

## 2.3 シミュレーション結果および考察

### 2.3.1 設定軌道に対する追従性

設定軌道は速度400m/s, リンク1の設定回転角度150 deg, リンク2の設定回転角度30degとし, 加速区間, 定速区間, 減速区間からなっている。システムはサン

プリング周期0.01s, 2型のサーボ系の極を0.1, 0.2, 0.3, 0.4に設定した。この場合の設定軌道とムーブマスタIIの位置及び速度の応答を Fig. 2, 3に示す。またその時の各偏差を Fig. 4, 5に示す。

ただし, 非干渉化モデルの伝達関数は  $\xi = 1$  の2次遅れ系に定め,  $\omega_n = 80$ とした。

$$\frac{\lambda_j^2}{4s^2 + 2\alpha_{ij}s + \alpha_{i-1,j}} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\omega_n s + \omega_n^2} \quad (8)$$

( $i=1, j=1, 2$ )

Fig. 2, 3においてムーブマスタIIの応答は設定軌道によく追従しており, 位置も速度もほとんど1本の実線で表わされている。偏差をみると始動時と停止時に偏差が大きくなるが, 定常状態ではほぼ偏差は零に近い。またリンク2に比べリンク1の偏差が大きく表わされているが, これはリンク1のほうが慣性が大きいためである。

### 2.3.2 モデリング誤差のある場合の追従性

モデリング誤差について考えるため, 設定軌道およびサーボシステムは変化させず, ムーブマスタIIの負

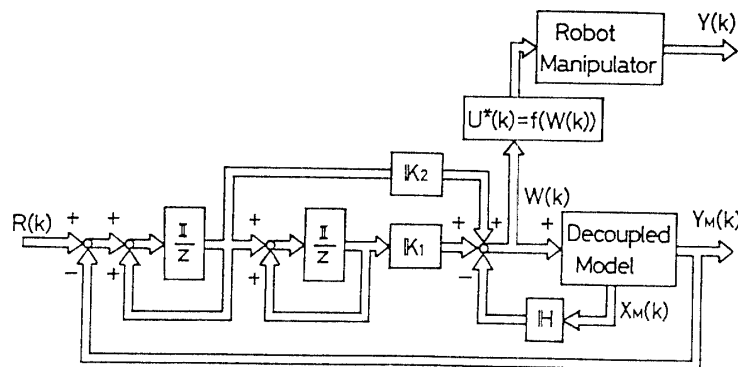


Fig. 1 Block diagram of the servo system

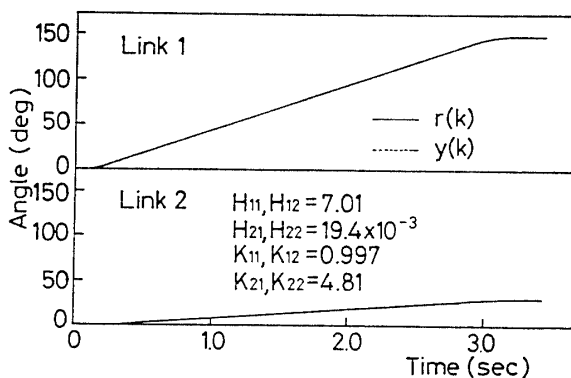


Fig. 2 Response of links (position)

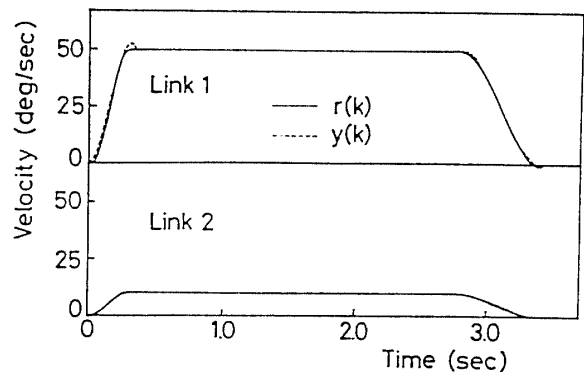


Fig. 3 Response of links (velocity)

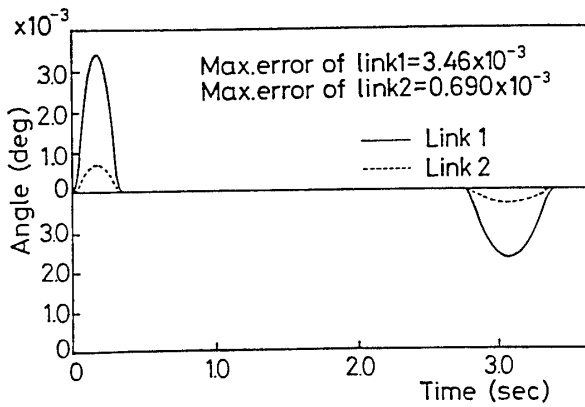


Fig. 4 Errors between the position of links and the reference trajectory

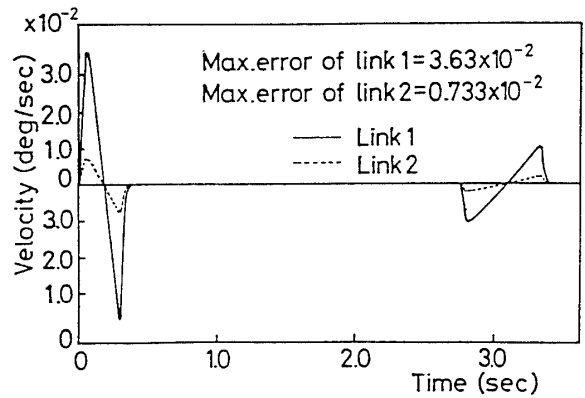


Fig. 5 Errors between the velocity of links and the reference velocity

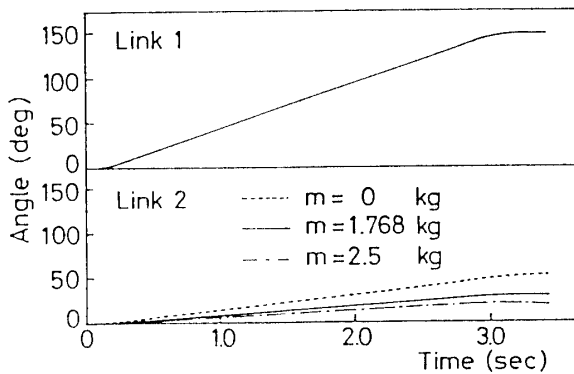


Fig. 6 Response of links for varied loads

荷を変化させた。その応答を Fig. 6 に示す。負荷変化は、第 4 番目のリンクの重さを変化させることによって与え、その質量が 0 kg と 2.5kg の場合の応答を調べた。(リンク 4 の計算値は 1.768kg)

リンク 1 の応答の偏差は図に現われるほどの影響はでていないが、リンク 2 では明らかに現われている。

( $m_4 = 1.768\text{kg}$  のときはほとんど偏差はない)これは、ムーブマスタ II を  $m_4 = 1.768\text{kg}$  として入力を合成しており、またムーブマスタ II 本体の制御はオープンループとなっているためである。したがってこれを改善するため、ムーブマスタ II の出力と設定軌道との間に P I 補償要素を設け、その出力を入力合成に反映するようなシステムを考えた。そのブロック線図を Fig. 7 に示す。また、この補償要素によって合成される入力は次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned}
 u^{**}(k) &= u^*(k) \\
 &+ K_p e^*(k) + K_i \sum_{j=1}^k \frac{T}{2} \{ e^*(k-1) + e^*(k) \} \quad (9) \\
 e^*(k) &= R(k) - y(k)
 \end{aligned} \right\}$$

$u^{**}(k)$  : マニピュレータへの入力ベクトル ( $2 \times 1$ )

$K_p, K_i$  : P I 動作ゲイン行列 ( $2 \times 2$ )

このシステムについて、第 4 番目のリンクの質量が 0kg と 2.5kg の場合の応答を調べた。各場合の位置の偏差を Fig. 8 に示す。偏差は零に収束していることがわかる。このことによりシステムにモデリング誤差がある場合でも、先に示した補償要素を加えることにより良好な応答を得ることができる。

### 3 モデル規範型適応制御システム<sup>3)4)</sup>

#### 3.1 モデル規範型適応制御システムのアルゴリズム

ロボットのシステムは離散時間系において一般的に次の数式モデルで表わすことができる。

$$y(k) = \frac{z^{-d} B(z^{-1})}{A(z^{-1})} u(k) \quad (10)$$

$d > 0$

ただし

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n} \quad (11)$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m} \quad (12)$$

$b_0 \neq 0$

$d$  : むだ時間

$u(k), y(k)$  : ロボットマニピュレータの入出力  
 ここでの制御目的はロボットマニピュレータの出力と設定軌道  $r(k)$  との誤差が、 $D(z^{-1})$  のダイナミックスで零に収束することである。すなわち次式を満足する。

$$\begin{aligned}
 &D(z^{-1}) [y(k+d) - r(k+d)] \\
 &= D(z^{-1}) e(k+d) \\
 &= 0 \quad (k \rightarrow \infty) \quad (13)
 \end{aligned}$$

ただし、 $D(z^{-1})$  は次式で表わされる安定な多項式とする。

$$D(z^{-1}) = 1 + d_1 z^{-1} + \dots + d_n z^{-n} \quad (14)$$

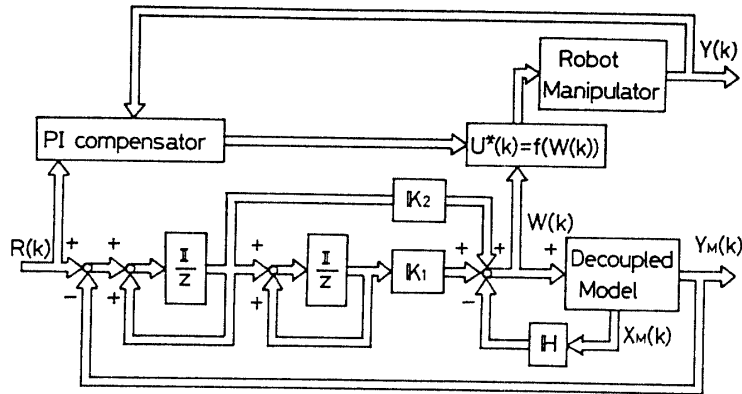


Fig. 7 Block diagram of the servo system with PI compensator

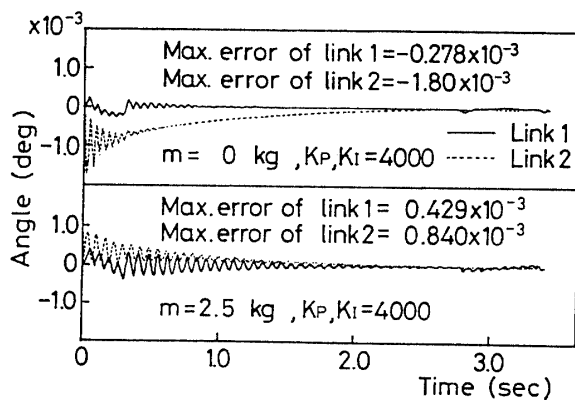


Fig. 8 Errors between the position of links and the reference trajectory

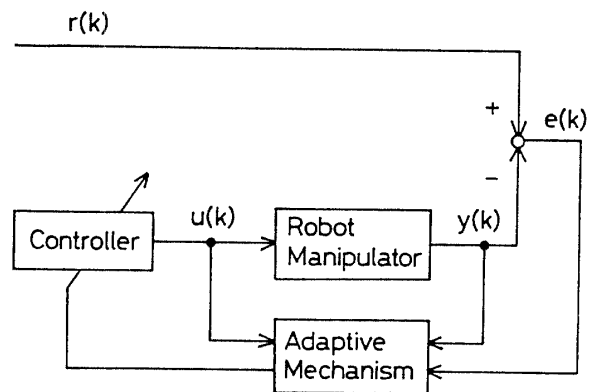


Fig. 9 Block diagram of MRACS for robot manipulator

以上より、式(13)を満足するような制御入力 $u(k)$ は、パラメータを推定値で置き換えた形で表わすと次式となる。

$$u(k) = \frac{D(z^{-1})r(k+d) - \hat{P}_0^T(k)\Phi_0(k)}{b_0(k)} \quad (15)$$

$$\hat{P}_0^T(k) = [\hat{b}_1(k), \dots, \hat{b}_m(k), d_1 - \hat{a}_1(k), \dots, d_n - \hat{a}_n(k)] \quad (16)$$

$$\Phi_0^T(k) = [u(k-1), \dots, u(k-m), y(k-1+d), \dots, y(k-n+d)] \quad (17)$$

このときの適応アルゴリズムは次式で与えられる再帰形最小2乗法を用いる。

$$\hat{P}(k) = \hat{P}(k-1) + F(k-1)\Phi(k-d)e^*(k) \quad (17)$$

$e^*(k)$ : 適応誤差信号

また適応アルゴリズムとしては、規範モデルのパラメータが変動する場合でも高い性能が得られるように、次式で示される適応ゲインのトレース一定な積分適応アルゴリズムを用いる。

$$\text{tr } F(k) = \frac{1}{\lambda_1(k)} \left[ \text{tr } F(k-1) - \frac{F(k-1)\Phi(k-d)\Phi^T(k-d)F(k-1)}{\alpha + \Phi^T(k-d)F(k-1)\Phi(k-d)} \right] \quad (18)$$

$$0 < \lambda_1(k) \leq 1, \quad 0 \leq \lambda_2(k) < 2, \quad F(0) > 0$$

$\alpha = \lambda_1(k) / \lambda_2(k)$ の値をあらかじめ指定し、上式が成立するように $\lambda_1(k)$ を各時点で選ぶことにする。

ここで上式を式(17)とともに用いる場合にはアルゴリズムの安定性が補償されている。

### 3.2 ムーブマスタIIの適応制御システム

本適応制御システムの概略のブロック線図を Fig. 9 に示す。ここで、ロボットのシステムは非干渉制御理論から得られた2次遅れ系を採用する。また規範応答として、設定軌道を用いた。

ロボットのシステムを非干渉制御理論から得られた2次遅れ系と仮定し、次式のように置いた。

$$\begin{pmatrix} Y_1(z) \\ Y_2(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{z^{-1}(b_{01}+b_{11}z^{-1})}{1+a_{11}z^{-1}+a_{21}z^{-2}} & 0 \\ 0 & \frac{z^{-1}(b_{02}+b_{12}z^{-1})}{1+a_{12}z^{-1}+a_{22}z^{-2}} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_1(z) \\ U_2(z) \end{pmatrix} \quad (19)$$

このように置くことにより各リンクごとに適応制御を行うことにする。適応アルゴリズムは、両リンクとも同じものとする。そこで式(14)より  $D(z^{-1})$  は次式となる。

$$D(z^{-1}) = 1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2}$$

ここで、 $\hat{s}_0(k) = d_1 - \hat{a}_1(k)$ ,  $\hat{s}_1(k) = d_2 - \hat{a}_2(k)$  とすると推定パラメータベクトル  $\hat{P}(k)$  およびロボットマニピュレータシステムの入出力ベクトル  $\Phi(k)$  は次のように表わせる。

推定パラメータベクトル

$$\begin{aligned} \hat{P}^T(k) &= [\hat{b}_0(k), \hat{P}_0^T(k)] \\ &= [\hat{b}_0(k), \hat{b}_1(k), \hat{s}_0(k), \hat{s}_1(k)] \end{aligned}$$

ロボットマニピュレータの入出力ベクトル

$$\begin{aligned} \Phi^T(k) &= [u(k), \Phi_0^T(k)] \\ &= [u(k), u(k-1), y(k), y(k-1)] \end{aligned}$$

また適応ゲイン  $F(k)$  は  $4 \times 4$  の正定対角マトリクスとする。

#### 4 シミュレーション結果および考察

##### 4.1 アルゴリズムの比較

本研究では規範応答として加速域、定速域、減速域のある設定軌道を与えた。

$D(z^{-1})$  は  $D(z^{-1}) = (1 - 0.4z^{-1})^2$  とした。従って、 $d_1 = -0.8$ ,  $d_2 = 0.16$  となる。

パラメータの初期値は、 $b_0(0) = 1$  とし、他はすべて 0 とした。また適応ゲインの初期値は  $F(0) = \beta I$  ( $I$  は単位行列、 $\beta > 0$ ) とし、 $\alpha = 0.7$ ,  $\beta = 10^4$  に設定した。

前報<sup>3)</sup>では、合成した入力をロボットのシステムに入力し、非干渉化したシステムに適応制御アルゴリズムを適用した。このシステムの場合、非干渉化が完全になされていれば、2次遅れ系に適応制御を適用するのと等しくなり、良好な応答を得ることができる。しかし負荷変動や非干渉化モデルとロボットのシステムの間でモデリング誤差がある場合にはかえって全体のシステムが複雑になり、良好な応答を得ることができなかった。これでは、本来の適応制御の性能が発揮されないことになる。

そこで、今回はロボットのシステムを非干渉制御理論から得られた2次遅れ系と仮定した。ただしシステムは非干渉化せず、直接ロボットのシステムに、適応制御を適用した。

##### 4.2 負荷変動に対する応答

ロボットに適応制御方式を適用し、動作途中に負荷変動を与えた。そのシミュレーション結果を Fig.10,11 に示す。負荷変動は動作開始後101サンプリング目(サンプリング周期0.01s)に第4番目のリンクの重さを

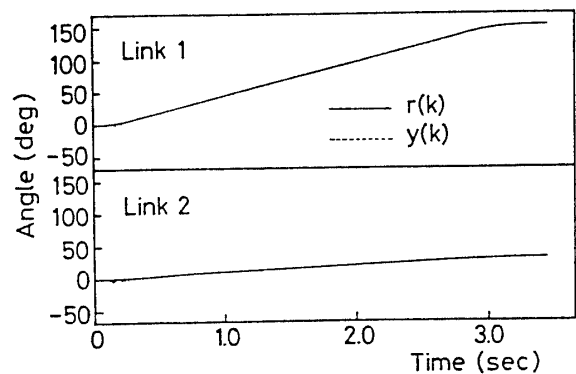


Fig.10 Response of links (position)

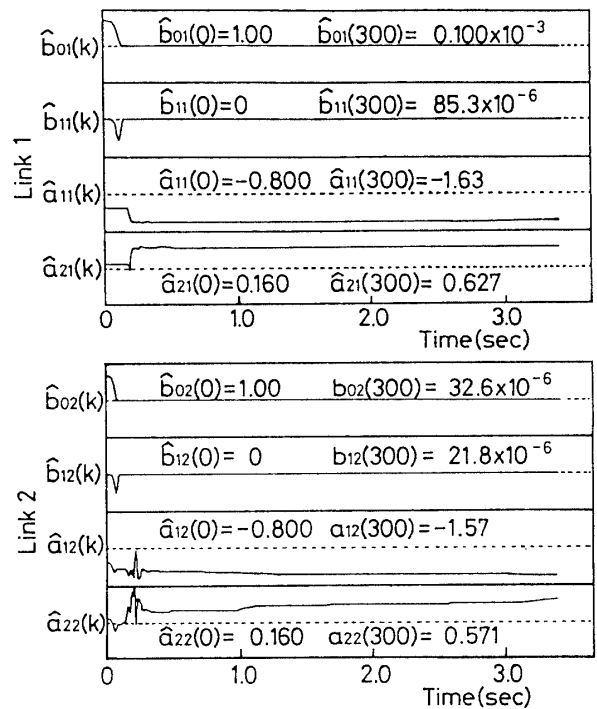


Fig.11 Behavior of estimated of parameters with time

1.768kg から5kg にステップ状に変化させることによって与えた。

Fig.10は両リンクの位置の応答である。加速域ではかなりの変動があるがその後は負荷変動が与えられているにもかかわらず、比較的よく設定軌道に追従している。

Fig.11 はロボットのシステムを2次遅れ系と仮定したときの、システムの推定パラメータを示している。加速域ではかなりの変動があるが、その後は安定し、ほぼ一定値をとっている。ただリンク2の  $\hat{a}_{12}(k)$ ,  $\hat{a}_{22}(k)$  は負荷変動によって変化し、かつ減速域で変化している。これは、負荷変動などの外乱や、軌道の変化に対しても、出力を設定軌道に追従するよう適応アルゴリズムが働いていることを示している。

以上全体として適応アルゴリズムが有効に働いていることがわかる。

## 5 結 論

- 1 ロボットマニピュレータのシステムを非干渉制御理論を用いることにより多入力多出力のシステムを1入力1出力サブシステムに分割し、各リンクを簡単な2次遅れ系(非干渉化モデル)で表わすことができた。
- 2 非干渉化モデルに2型のサーボ系を構成することにより定速区間のある設定軌道に追従させることができた。

3 非干渉化されたシステムにモデリング誤差がある場合に対しても、マニピュレータの出力と設定軌道との間にPI補償要素を加えることにより良好な応答を得ることができた。

4 ロボットマニピュレータのシステムに適応制御アルゴリズムを適用することにより、動作中に負荷変動させたシステムに対しても良好な応答が得られ、適応制御の有効性が示された。

## 参 考 文 献

- 1) 和田憲造, 香川浩之, 三好慎一郎, 早野延男: "産業用ロボットの操作性と軌道制御(第二報)", 山口大学工学部研究報告, Vol.38, No 1, pp29-34, (1987)
- 2) 高野正晴, 古田勝久監訳: "ロボットモーションII", CBS出版, (1985)
- 3) 和田憲造, 香川浩之, 早野延男: "産業用ロボットの操作性と軌道制御(第三報)", 山口大学工学部研究報告, Vol.38, No 2, pp247-252, (1987)
- 4) I.D.ランダウ, 富塚誠義: "適応制御システムの理論と実際", オーム社, (1981)
- 5) R.P. Paul 著(吉川恒夫訳): "ロボット・マニピュレータ", コロナ社, (1985)
- 6) 和田憲造, 香川浩之, 早野延男: "産業用ロボットの操作性と軌道制御(第一報)", 山口大学工学部研究報告, Vol.37, No 2, pp221-232, (1987)
- 7) 美多勉: "デジタル制御理論", 昭晃堂, (1984)

(平成元年4月15日受理)