

円柱まわりの流れの可視化情報定量化の試み

羽田野袈裟義*・平野正人**・斉藤 隆*

An Attempt to Evaluate the Information Obtained by Visualizing the Flow around a Circular Cylinder

Kesayoshi HADANO, Masato HIRANO and Takashi SAITOU

Abstract

An attempt to evaluate the vortex strength of a vortex (or a few vortices) generated behind a circular cylinder located in a uniform flow is given. In order to obtain the vortex strength, the least square method combined with the velocity potential theory is applied to the data of velocity vector distribution. Vortex strength obtained in this way is examined by changing the area of data sampling. The ability that the potential theory using the above obtained vortex strength would represent the actual velocity field is also examined.

1. 序

流れの中に円柱がおかれた場合、円柱背後に間欠的に渦が放出されるため、流れ場は絶えず変化し複雑な構造となっている。このため、センサーを用いて流れ場全体を定量的に評価するには困難が多い。一方、近年可視化手法や画像処理技術の発達にともない、円柱まわりの流れの瞬時の流速ベクトル分布が比較的容易に得られるようになってきた。このような場合視覚により認められる渦が、いわゆる渦強さとしてはどの程度であろうか、との疑問が出てくる。

本研究は、円柱まわりの振動流のいくつかの位相において得られた瞬時の流速ベクトル分布のデータに、速度ポテンシャルの理論と最小自乗法を適用することにより流れ場に生じている少数の代表的な渦の強さを逆算（以後これを換算渦強さとよぶ）しようと試みたものである。また換算渦強さを用いて得られる流速ベクトルの計算値と測定値の比較を行ない、若干の検討

を加えた。

2. 計算法の概略

Fig. 1 に示すように、一様流 U の中に円柱が置かれ、かつ流れの中に渦が生じている場合を考える。データは、流れの中で渦の位置 $Z_A (x_A, y_A)$, $Z_B (x_B, y_B)$ 及び、各点 (x_i, y_i) における流速ベクトル (u_i, v_i) が得られているとする。この場合、極座標での数式展開に適用する都合上、予め渦位置、及び流速ベクトル測定点を極座標に変換しておく。

(1) 渦が1個の場合

渦の強さを Γ_A 、位置を (R_A, α_A) とすると、流れの中の任意点 $P (x, y)$ あるいは (r, θ) に於ける複素速度ポテンシャル W は、Milne-Thomson¹⁾の定理より次のようになる。

$$W = U \left(Z + \frac{a^2}{Z} \right) + \frac{i\Gamma_A}{2\pi} \log \frac{(Z - Z_A) Z}{Z - Z_A^*} \quad (1)$$

但し、 $Z_A^* = \frac{a^2}{Z_A}$ $Z_A^* : Z_A$ の共役複素数

このとき速度成分 u, v は、次式となる。

$$\frac{dW}{dZ} = u - iv$$

* 建設工学科

** 大学院土木工学専攻

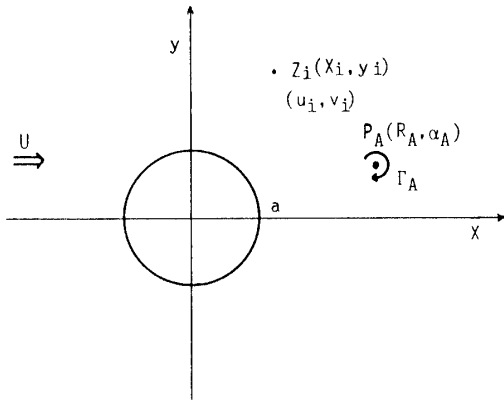


Fig. 1 Model of a flow situation

$$\begin{aligned}
 &= u \left(1 - \frac{a^2}{Z^2} \right) \\
 &+ \frac{i\Gamma_A}{2\pi} \frac{d}{dZ} \{ \log(Z - Z_A) + \log Z - \log(Z - Z_A^*) \} \\
 &= \{ U \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \cos 2\theta \right) + \Gamma_A (FAU1 - FAU2 + FAU3) \} \\
 &+ i \{ U \frac{a^2}{r^2} \sin 2\theta + \Gamma_A (FAV1 - FAV2 + FAV3) \} \\
 &= FU + FVAU \times \Gamma_A + i(FV + FVAV \times \Gamma_A) \quad (2)
 \end{aligned}$$

但し,

$$\begin{aligned}
 FAU1 &= \frac{r \sin \theta - R_A \sin \alpha_A}{r^2 + R_A^2 - 2rR_A \cos(\theta - \alpha_A)} \\
 FAU2 &= \frac{r \sin \theta - (a^2/R_A) \sin \alpha_A}{r^2 + (a^4/R_A^2) - 2r(a^2/R_A) \cos(\theta - \alpha_A)} \\
 FAV1 &= \frac{r \cos \theta - R_A \cos \alpha_A}{r^2 + R_A^2 - 2rR_A \cos(\theta - \alpha_A)} \\
 FAV2 &= \frac{r \cos \theta - (a^2/R_A) \cos \alpha_A}{r^2 + (a^4/R_A^2) - 2r(a^2/R_A) \cos(\theta - \alpha_A)} \\
 FAV3 &= \frac{\sin \theta}{r}, \quad FAV3 = \frac{\cos \theta}{r} \\
 FU &= U \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \cos 2\theta \right), \quad FV = -U \frac{a^2}{r^2} \sin 2\theta \\
 FVAU &= \frac{1}{2\pi} (FAU1 - FAU2 + FAU3) \\
 FVAV &= -\frac{1}{2\pi} (FAU1 - FAU2 + FAU3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore u &= FU + FVAU \times \Gamma_A \\
 v &= FV + FVAV \times \Gamma_A
 \end{aligned}$$

流れの中の各点 (r_i, θ_i) に於る流速ベクトル (u_i, v_i) のデータがある時、これらのデータとポテンシャル理論による速度成分の残差 $\epsilon_{ui}, \epsilon_{vi}$ を次のようにおく。

$$\begin{aligned}
 \epsilon_{ui} &= u_i - FU_i - FVAU_i \times \Gamma_A \\
 \epsilon_{vi} &= v_i - FV_i - FVAV_i \times \Gamma_A
 \end{aligned}$$

最小自乗法により、最適の Γ_A は、次式を満たすものとして与えられる。

$$\frac{d}{d\Gamma_A} \Sigma (\epsilon_{ui}^2 + \epsilon_{vi}^2) = 0 \quad (3)$$

その結果の値を示すと

$$\Gamma_A = \frac{\Sigma u_i FVAU_i + \Sigma v_i FVAV_i - \Sigma FU_i FVAU_i - \Sigma FV_i FVAV_i}{\Sigma FVAU_i^2 + \Sigma FVAV_i^2} \quad (4)$$

(2) 渦が2個の場合

渦の強さと位置をそれぞれ $\Gamma_A, (R_A, \alpha_A); \Gamma_B, (R_B, \alpha_B)$ とすれば、複素速度ポテンシャルは次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 W &= U \left(Z + \frac{a^2}{Z} \right) + \frac{i\Gamma_B}{2\pi} \log \frac{(Z - Z_A)Z}{Z - Z_A^*} \\
 &+ \frac{i\Gamma_B}{2\pi} \log \frac{(Z - Z_B)Z}{Z - Z_B^*} \quad (5)
 \end{aligned}$$

このとき速度成分はつぎのようになる。

$$\begin{aligned}
 u &= U \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \cos 2\theta \right) + \Gamma_A (FAU1 - FAU2 + FAU3) \\
 &+ \Gamma_B (FBU1 - FBU2 + FBU3) \\
 &= FU + FVAU \times \Gamma_A + FVBU \times \Gamma_B \quad (6)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v &= -U \frac{a^2}{r^2} \sin 2\theta - \Gamma_A (FAV1 - FAV2 + FAV3) \\
 &- \Gamma_B (FBV1 - FBV2 + FBV3) \\
 &= FV + FVAV \times \Gamma_A + FVBV \times \Gamma_B \quad (7)
 \end{aligned}$$

ここに

$$\begin{aligned}
 FVBU &= \frac{1}{2\pi} (FBU1 - FBU2 + FBU3) \\
 FVBV &= -\frac{1}{2\pi} (FBV1 - FBV2 + FBV3) \\
 FBU1 &= \frac{r \sin \theta - R_B \sin \alpha_B}{r^2 + R_B^2 - 2rR_B \cos(\theta - \alpha_B)} \\
 FBU2 &= \frac{r \sin \theta - (a^2/R_B) \sin \alpha_B}{r^2 + (a^4/R_B^2) - 2r(a^2/R_B) \cos(\theta - \alpha_B)} \\
 FBV1 &= \frac{r \cos \theta - R_B \cos \alpha_B}{r^2 + R_B^2 - 2rR_B \cos(\theta - \alpha_B)} \\
 FBV2 &= \frac{r \cos \theta - (a^2/R_B) \cos \alpha_B}{r^2 + (a^4/R_B^2) - 2r(a^2/R_B) \cos(\theta - \alpha_B)} \\
 FBU3 &= \frac{\sin \theta}{r}, \quad FBV3 = \frac{\cos \theta}{r}
 \end{aligned}$$

ここで、最小自乗法を用いて

$$\frac{d}{d\Gamma_A} \Sigma (\epsilon_{ui}^2 + \epsilon_{vi}^2) = 0, \quad \frac{d}{d\Gamma_B} \Sigma (\epsilon_{ui}^2 + \epsilon_{vi}^2) = 0 \quad (8)$$

の条件を満たす Γ_A, Γ_B を求める。その結果の値を示すと

$$\Gamma_A = \frac{b_2 c_1 - b_1 c_2}{a_1 b_2 - a_2 b_1}, \quad \Gamma_B = \frac{a_1 c_2 - a_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1} \quad (9)$$

ここに

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \Sigma FAU_i^2 + \Sigma FVAV_i^2 \\
 a_2 &= \Sigma FAU_i FVBU_i + \Sigma FVAV_i FVBV_i \\
 b_1 &= \Sigma FVAU_i FVBU_i + \Sigma FVAV_i FVBV_i \\
 b_2 &= \Sigma FVBU_i^2 + \Sigma FVBV_i^2
 \end{aligned}$$

$$C_1 = \sum u_i FVAU_i - \sum F U_i FVAU_i + \sum v_i FVAV_i - \sum F V_i FVAV_i$$

$$C_2 = \sum u_i FVBV_i - \sum F U_i FVBV_i + \sum v_i FVBV_i - \sum F V_i FVBV_i$$

3. 円柱まわりの振動流への適用

(1) 流速ベクトル分布のデータ及びデータの選定

解析に用いたデータは直径 $D = 5 \text{ cm}$ の円柱に一樣な振動流 (周期 $T = 2.45 \text{ sec}$, 最大流速 $U_m = 21.6 \text{ cm/s}$) を作用させた場合のものである。実験では流れの中にポリスチロール球 (直径 0.5 mm) をトレーサーとして投入しておき、円柱中心軸上に近い位置に設置したモータードライブカメラにより撮影した。得られた写真上での個々のトレーサー粒子のブレと露出時間から各点の流速と流速測定点を決定した。座標値はデジタイザーにより読みとった。こうして得られた流速ベクトル分布の一例を Fig. 2 に示す。また、この図をもとに渦中心位置を視覚的に決定した。したがってこの渦中心位置の任意性は避けられない。

つぎに解析処理する流速ベクトルのデータ選択が問

題となる。速度ポテンシャル理論では渦中心位置の流速は無限大となる。したがって上で決定した渦中心と速度ベクトル測定点が一致するようなデータは除去する必要がある。また、渦中心位置から一定の範囲内にあるデータを除いた場合、あるいは円柱近くのデータを除いた場合結果にどのような差異が生ずるか、に関心をもたれる。そこで Fig. 3 の斜線部のデータを解析することにし、 D_v と D_c の値を種々変化させて計算を行なっ

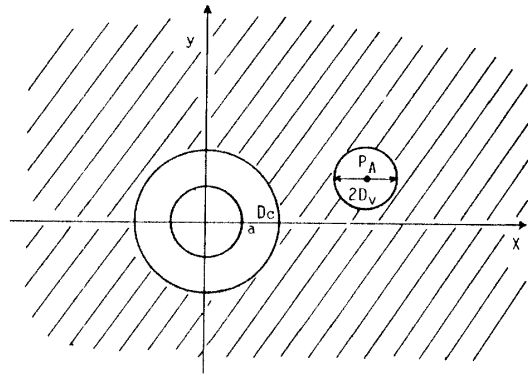


Fig. 3 The area where sampled data exist (shaded portion)

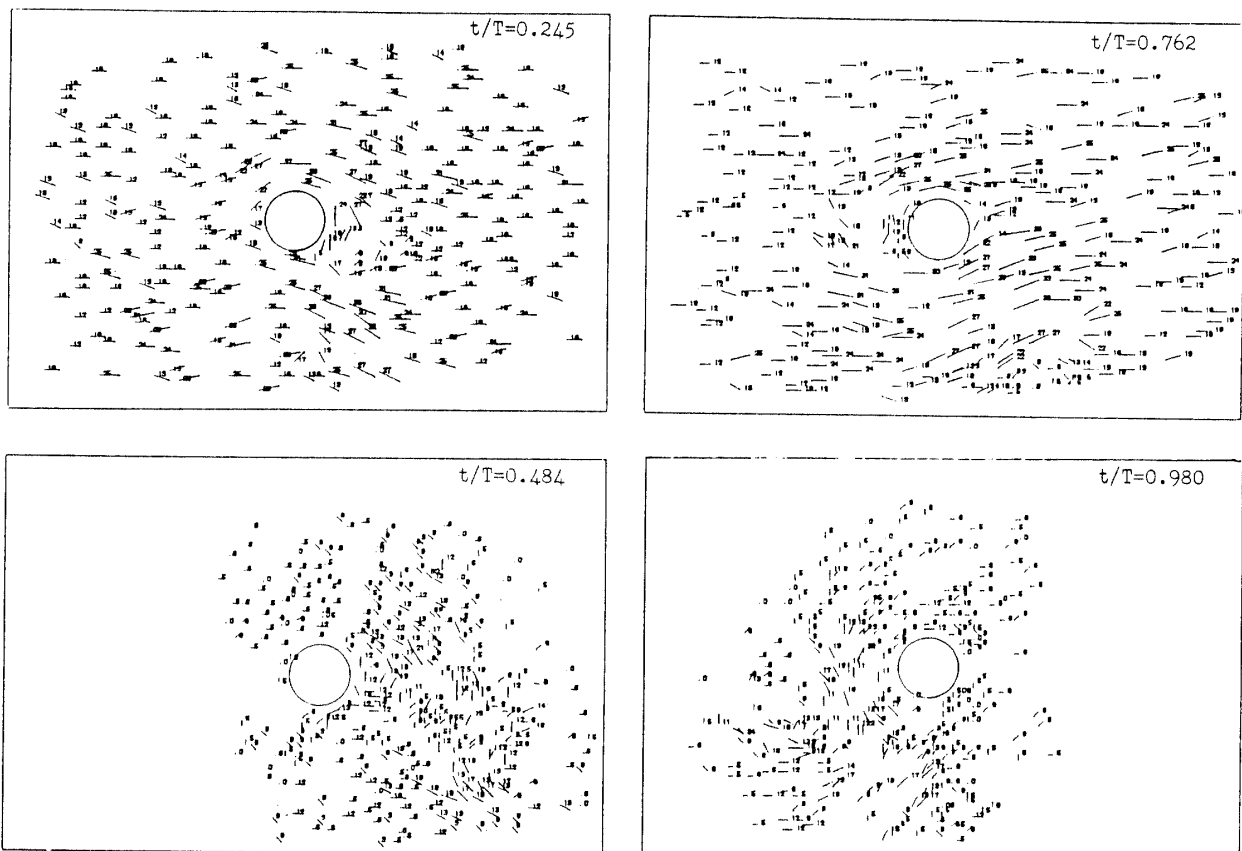


Fig. 2 An example of velocity vector distribution

た。

(2) 計算結果

Fig. 4は振動流の最大速度および最大加速度の位相に近い位相での換算渦強さを、 D_c に対してプロットしたものである。なお、図中半分黒くぬりつぶしたものは負値を示す。図より換算渦強さの値は同一の流れ場についても D_c や D_v のとりかたにより大きく変化する場合があります。なかには符号が逆転する場合があります。この状況は渦点法でえられる個々の渦の集まりと対比して考えることができる。すなわち物体からはきだされた多数の渦点が集まっている領域が、ふつう視覚で認められる渦と対応するが、この多数の渦点の集まった領域には異符号の渦が混在しており、その比率もまちまちである。同一の流れ場に対しても D_c や D_v のとりかたにより換算渦強さが変化する事は、上記の多数の渦点の配置具合によるものと考えられる。また、採用した渦中心位置が任意性を含むことが結果に影響するはずである。

次に、この換算渦強さを用いてポテンシャル理論が実際の流速ベクトル場をどの程度表現できるかを調べるため、各測点での流速ベクトルの測定値 V_{θ_m} 、 V_{r_m} と計算値 V_{θ_c} 、 V_{r_c} の比較を行なった。ここにサフィックス θ は円周方向成分、 r は半径方向成分を示す。その

結果の一例がFig. 5に示されている。図中AVVTH 2は $|V_{\theta_c} - V_{\theta_m}| / |V_{\theta_c}|$ 値の解析処理した全データでの平均であり、またAVVR 2は $|V_{r_c} - V_{r_m}| / |V_{r_c}|$ の値の平均である。図より円周方向成分、半径方向成分とも大流速の位相では $D_v / (0.5D) = 0$ の場合が $D_v / (0.5D) = 2$ の場合に比べてよい一致を示すが、低流速の位相では逆に $D_v / (0.5D) = 2$ の場合が $D_v / (0.5D) = 0$ の場合に比べてよい一致となっている。なお、縦軸は高流速の位相での値が低流速での値に比べて小さいのが、差の絶対値で表わすと高流速の位相で大きな値となる。

最後に $D_v / (0.5D) = 2$ の場合については換算渦強さと位相の関係がFig. 6に、そしてFig. 7には流速成分の測定値と計算値との相対誤差が位相に対してプロットされている。Fig. 6中半分黒の記号は負値を示すが、この図より円柱表面近くまでデータを採用すれば、換算渦強さのバラツキは小さくなることがわかる。しかしながら、位相による変化については明らかなことはいえない。Fig. 7では高流速の位相ほど速度成分の相対誤差が小さくなることが明瞭に示されている。

4. 結 び

以上、ポテンシャル理論と最小自乗法を組み合わせ

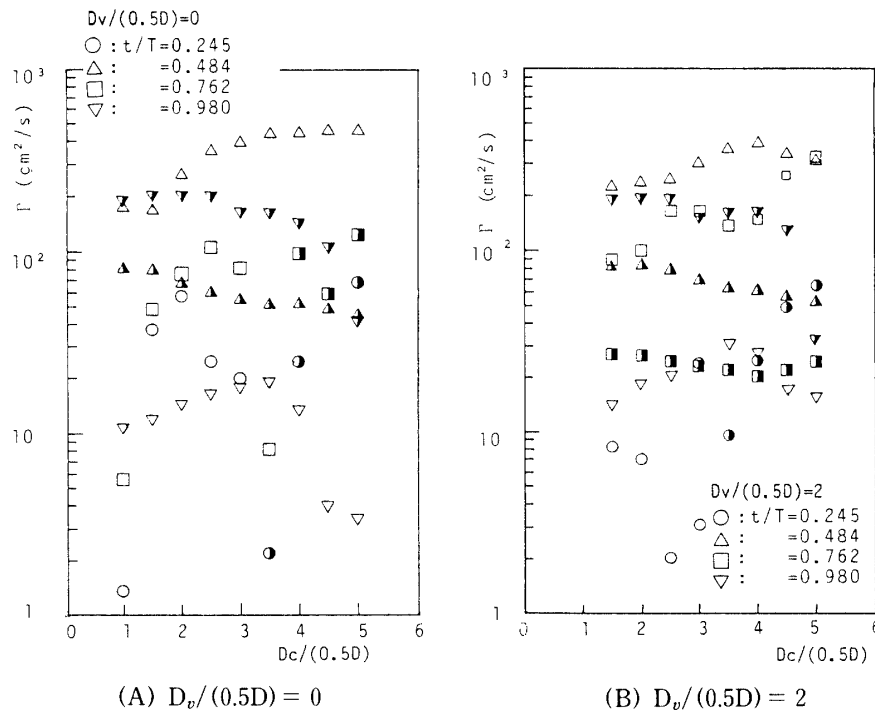
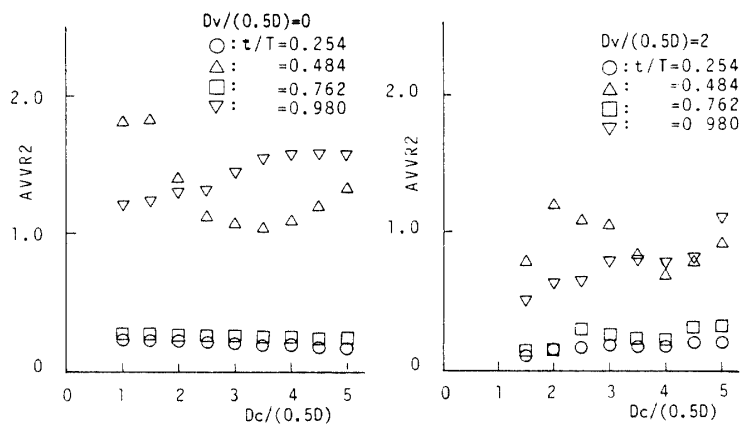
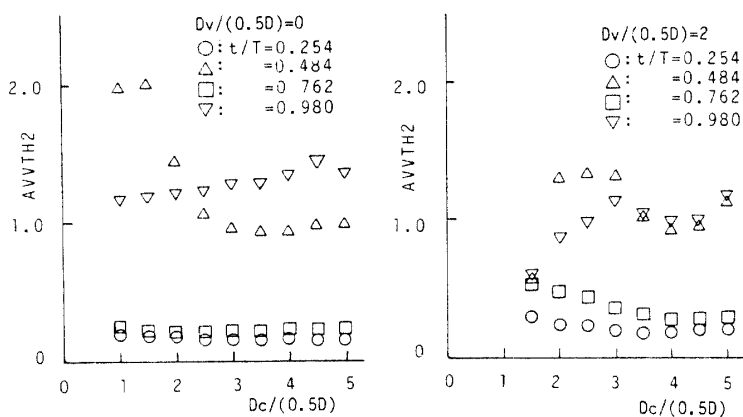


Fig. 4 The value of equivalent vortex strength



(A) Radial component



(B) Circumference component

Fig. 5 Difference between the measured and calculated velocity components

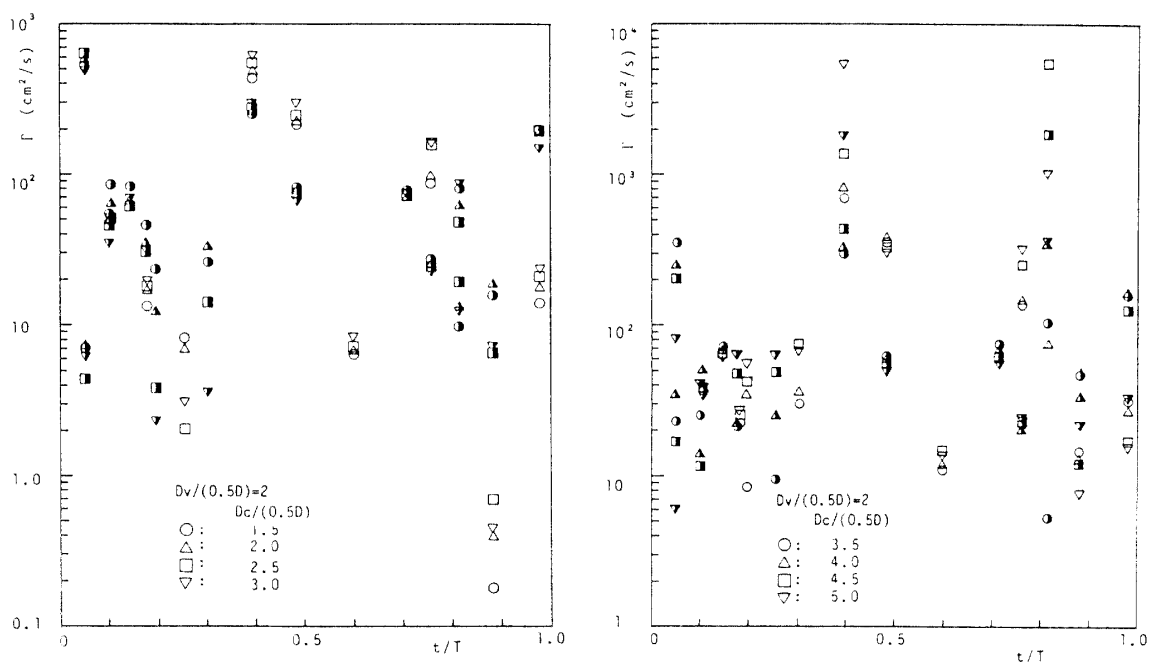
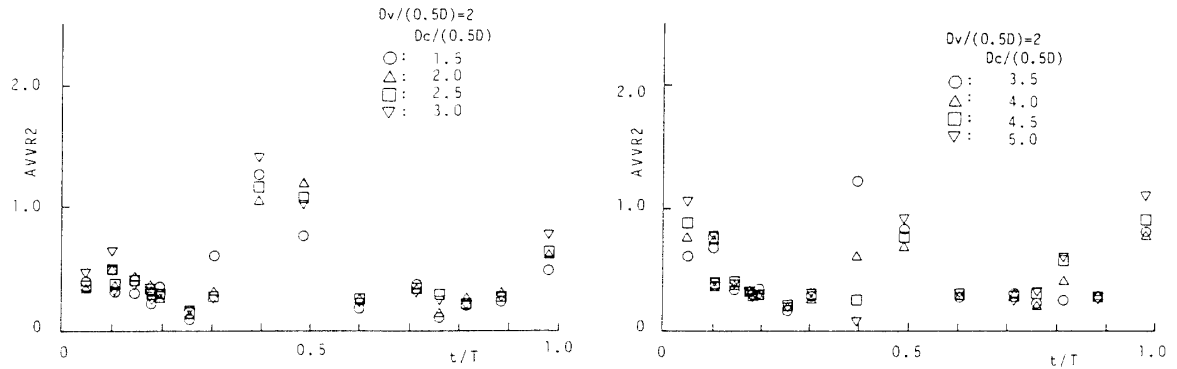
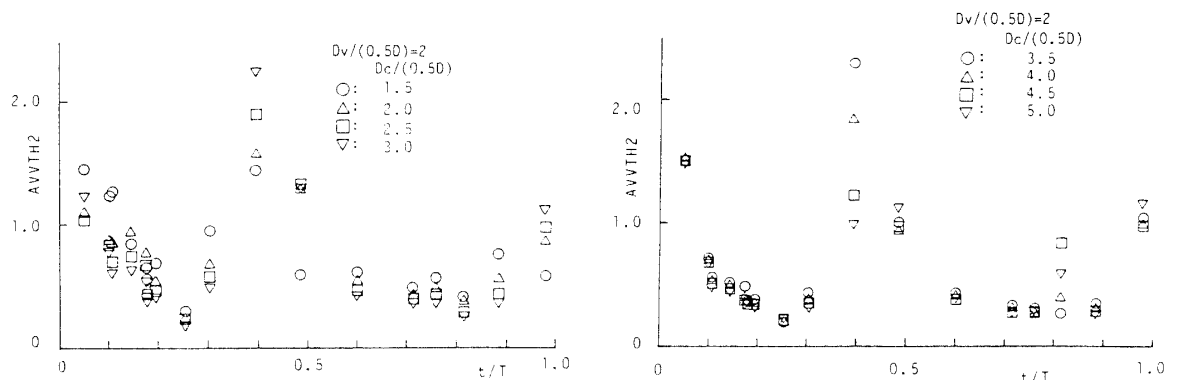


Fig. 6 Change in the equivalent vortex strength during one cycle



(A) Radial component



(B) Circumference component

Fig. 7 Change in the difference of velocity components during one cycle

て、円柱周りの流れの中に渦が発生している状況を表現することを試みた。流速ベクトルのデータの採用のし方により換算渦強さが変化することなどさらに検討を要する。

謝辞：最後に本実験で使用したデータは本憲一郎氏(故人)と林寛氏(現、青木建設株)の多大な労苦により得られたものである。またデータの掘り起こしに際し

て本学建設工学科河元信幸技官の協力を受けた。記して謝意を表する次第である。

参 考 文 献

1) L. M. Milne-Thomson: Theoretical hydrodynamics, McMillan, (1968)

(昭和63年10月15日受理)