

波動歯車装置を有するロボット系の振動に関する理論的考察

日高 照晃*・石田 武*・張 佑林**・専徳 博文*
 笹原 政勝***・谷岡 良弘***

Theoretical Analysis of the Vibration in an Industrial Robot due to a Strain Wave Gearing

Teruaki HIDAKA, Takeshi ISHIDA, You-lin ZHANG, Hirofumi SENTOKU,
 Masakatsu SASAHARA and Yoshihiro TANIOKA

Abstract

A strain wave gearing (commonly known as harmonic drive gearing) has been widely used as the reduction gear drive in industrial robots. Assembling an industrial robot system with an input motor, a strain wave gearing and an output arm, the amplitude of vibration in the robot system had been measured previously. Translating the robot system into an equivalent vibration model, the vibration occurred in the robot system was analyzed theoretically to compare the theoretical value with the experimental one and to determine the cause of the vibration with following result: The amplitude of the vibration occurred in the robot system was influenced by the variation of the spring stiffness and by the composite error in meshing, due to the machining and assembly errors of elements.

1. 緒 言

現在、産業用ロボットの旋回駆動用減速機として多くの歯車装置が用いられているが、最近、ロボットの位置決め精度がますます要求されるようになってきたことに伴い、これらの歯車装置に起因してロボットに発生するねじり振動の低減が強く望まれている。ロボット用歯車装置として広く用いられている波動歯車装置については各部の誤差とロボットの振動の関係が、著者らの実験的研究¹⁾によってかなり明らかになってきた。

しかし、波動歯車装置に起因する振動の発生機構は未だ十分明らかになっておらず、ロボットに発生する振動の予測や低減のためには、この点に関する研究が望まれる。

そこで、本研究では、波動歯車装置を有するロボット系を対象として、ロボット系を等価振動モデルに置き換え、振動の要因として、波動歯車装置各部の誤差による回転伝達誤差とねじりばねこわさの変動を考え、ロボット系の振動を理論的に解析し、実験値²⁾と比較・検討を行った。

2. 対象としたロボット系と波動歯車装置

Fig. 1 に対象としたロボット系の実験装置の概略図を示す。対象とした波動歯車装置のウェーブジェネレー

*生産機械工学科

**中国、武漢工業大学

***(株)ハーモニック・ドライブ・システムズ

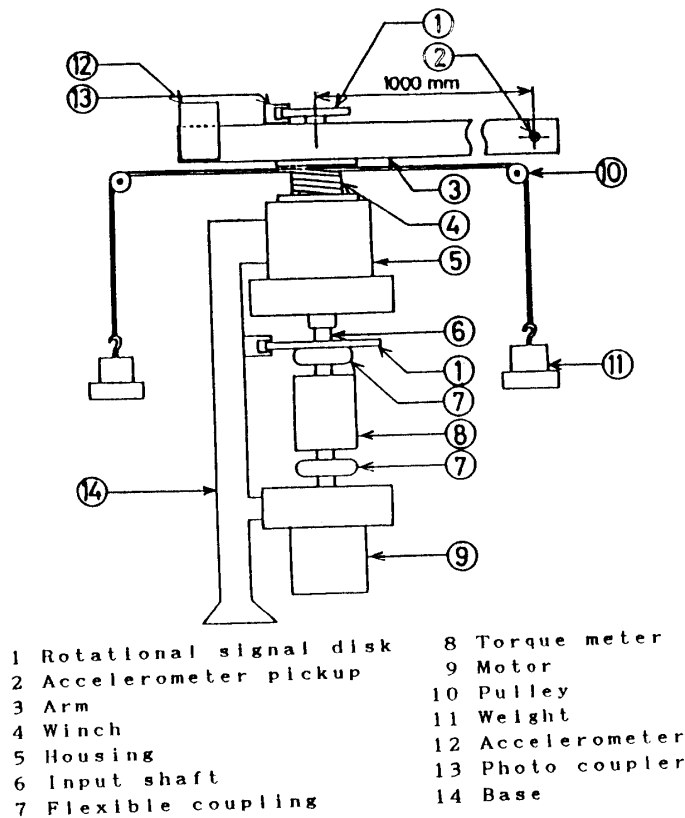


Fig. 1 Testing machine for wave gearing.

タは、楕円形で、軸直角平面内で自由に動き得る構造であり、フレクスプラインはカップ形である。波動歯車装置は Fig. 1 のハウジング⑤内に納められている。実験に際しては、Fig. 1 の加速度計②により出力腕先端の円周方向加速度を測定している。

3. 波動歯車装置のねじり振動の解析法

3.1 等価振動モデルと運動方程式

Fig. 2 に、対象としたロボット系の実験装置と等価振動モデルの関係を示す。Fig. 2(a)の装置において、フレクスプラインの回転慣性 J_F は出力腕の回転慣性 J_0 に比較して小さいため省略し、さらに入力部の各ばねこわさは減速比を考慮すると、出力部のばねこわさよりも非常に大きくなるので、入力部の各慣性を一体と考え、 $J_1 = J_F + J_{c1} + J_{c2} + J_{c3} + J_M$ と仮定してこれを Fig. 2(b) のような 1 自由度の等価振動モデルとした。Fig. 2(b) の等価モデルの振動方程式は次のように表される。

$$J_{eq} \ddot{\theta} + C_{eq} \dot{\theta} + K_{eq} (\theta - E) = T_0 + T_A \sin(\omega t + \phi) \quad (1)$$

ここで、

$$J_{eq} : \text{等価慣性モーメント} [n^2 J_0 J_1 / (J_0 + n^2 J_1)]$$

C_{eq} : 等価粘性係数

K_{eq} : 等価ねじりこわさ $[n^2 K_0 K_{HD} / (n^2 K_0 + K_{HD})]$

$$\theta = \theta_0 - \theta_M / n$$

E : 回転伝達誤差

ただし、

θ_0 : 出力腕の回転角

θ_M : 入力部の回転角

J_0 : 出力腕の慣性モーメント

J_1 : モータの慣性モーメント

K_{HD} : 波動歯車装置のねじりばねこわさ

K_0 : 出力内のねじりばねこわさ

T_0 : 平均負荷トルク

T_A, ω, ϕ : 負荷トルクの変動成分の振幅, 円振動数, 位相

n : 減速比

3.2 波動歯車装置の回転伝達誤差 E

波動歯車装置ではサーキュラスプラインとフレクスプラインが 2 箇所をかみあう。いま、Fig. 3 に示すように、かみあい部 A において、サーキュラスプラインとフレクスプラインにそれぞれ半径方向誤差 e_{cA}, e_{fA} が

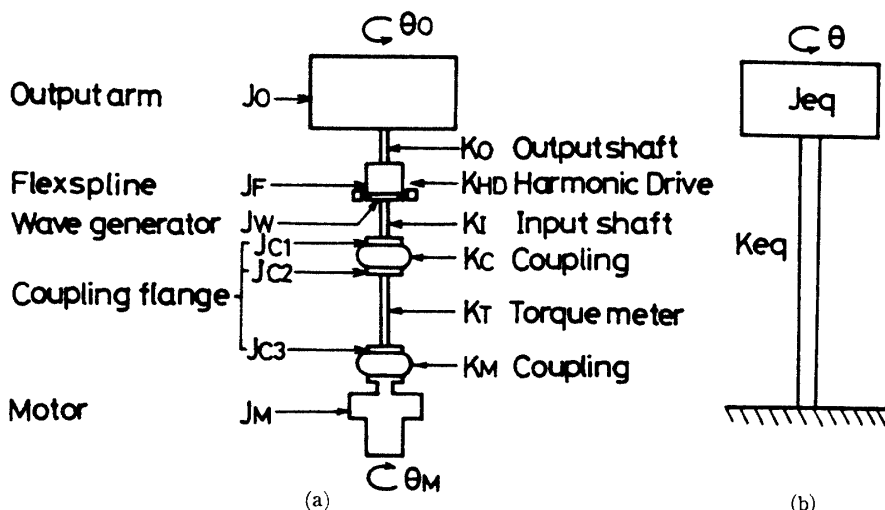


Fig. 2 Translation of testing machine into an equivalent model.

ある場合を考える。ここで、 e_{cA} については歯面が正規の位置より半径方向外側にあるときを正、 e_{tA} については歯面が半径方向内側にあるときを正とする。 α を圧力角、 r_c をサーキュラスプラインのピッチ円半径とすると、かみあい部Aでは e_{cA} 、 e_{tA} により

$$E_A = -(\tan\alpha/r_c)(e_{cA} + e_{tA}) = -(\tan\alpha/r)e_A \quad (3)$$

の角度だけ歯面が離れることになる。また、他方のかみあい部Bでは、 e_{cB} 、 e_{tB} により

$$E_B = -(\tan\alpha/r_c)(e_{cB} + e_{tB}) = -(\tan\alpha/r)e_B \quad (4)$$

の角度だけ歯面が離れることになる。対象とした波動歯車装置では、2箇所のかみあい部AとBの力の不平衡を取除くために、ウェーブジェネレータが軸直角平面内で自由に動き得るので、かみあい部AとBにおけるサーキュラスプラインとフレクスプラインとの間のすきまの角度は等しくなり、

$$E = (E_A + E_B)/2 = -(\tan\alpha/r_c)$$

$$(e_{cA} + e_{tA} + e_{cB} + e_{tB})/2 = -(\tan\alpha/r_c)(e_A + e_B)/2 \quad (5)$$

となる。

本研究では、サーキュラスプラインの半径方向誤差 e_c は、Fig. 4(a)に示すように、外周の形状・寸法と外周から歯みぞまでのオーバピン寸法とから算出し、フレクスプラインの半径方向誤差 e_t は、フレクスプラインの円環としてのこわさが非常に小さいことを考慮して、Fig. 4(b)のように、内周と歯みぞ間のオーバピン寸法から算出した。 e_c 、 e_t を次のように、ある基準位置からの角度 θ_c 、 θ_t に対するフーリエ級数で表すことにする。

$$e_c = A_{c0} + \sum A_{ci} \sin(i\theta_c + \psi_{ci})$$

$$e_t = A_{t0} + \sum A_{ti} \sin(i\theta_t + \psi_{ti}) \quad (6)$$

2箇所のかみあい部A、Bの間には π だけ相位差があるので、式(5)、式(6)より

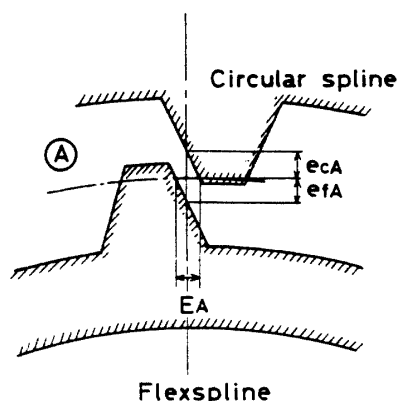


Fig. 3 Schema of meshing position.

$$\begin{aligned} E &= -(\tan\alpha/r_c) [A_{c0} + A_{t0} + \sum \{A_{ci} \sin(i\theta_c + \psi_{ci}) \\ &\quad + A_{ti} \sin(i\theta_t + \psi_{ti})\} + \sum \{A_{ci} \sin(i(\theta_c + \pi) + \psi_{ti})\}] \\ &= -(\tan\alpha/r_c) [A_{c0} + A_{t0} + 2 \sum \{A_{ci} \sin(i\theta_c + \psi_{ci} \\ &\quad + i\pi/2) \cos i\pi/2\} + 2 \sum \{A_{ti} \sin(i\theta_t + \psi_{ti} \\ &\quad + i\pi/2) \cos i\pi/2\}] \end{aligned} \quad (7)$$

となる。式(7)より、 i が奇数のとき $E = -(\tan\alpha/r_c) (A_{c0} + A_{t0})$ となり、奇数次の変動成分は現れないことがわかる。 ω をウェーブジェネレータの回転角速度、 z_t をサーキュラスプラインの歯数、 z_c をフレクスプラインの歯数とすると

$$\theta_c = \omega t$$

$$\theta_t = (z_t/z_c) \omega t \quad (8)$$

の関係があるので、結局

$$E = -(\tan\alpha/r_c) [A_{c0} + A_{t0}] + \sum A_{czi} \sin(2i\omega t + \psi_{czi}) + \sum A_{tzzi} \sin\{2i(z_t/z_c)\omega t + \psi_{tzzi}\} \quad (7)$$

で表されることになる。なお、一定値 $-(\tan\alpha/r_c)(A_{c0} + A_{t0})$ により出力に一定の遅れが出るが、振動振幅に影響を及ぼさない。

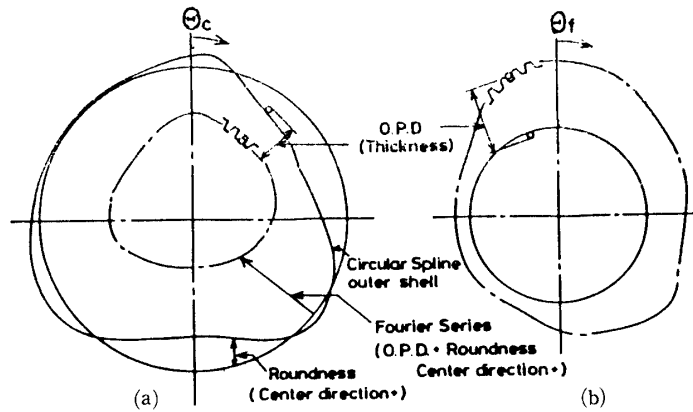


Fig. 4 Determination of errors at the meshing position.

3.3 波動歯車装置のばね特性 K_{HD}

Fig. 5 に、対象とした波動歯車装置のトルク T とねじれ角 θ の関係の一例を示す。図中の $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ は測定時におけるウェーブジェネレータの基準位置からの回転角を示し、かみあい部におけるサーキュラスプラインとフレクスプラインの合成誤差 $e = e_A + e_B$ は、 0° のとき最も小さく、 90° のとき最も大きい。Fig. 5 より

明らかなように、波動歯車装置のねじりばね特性は漸硬性ではほぼ原点に対して対称であり、さらにかみあい部の合成誤差 e によって異なる。このため本報では、波動歯車装置のトルク T とねじれ角 θ な関係を、ヒステリシスを無視して

$$T = T(e, \theta) = K_1(e) \theta + K_3(e) \theta^3 \tag{10}$$

で近似することにした。

4. 数値解析の対象とした系の諸係数

4.1 波動歯車装置の諸元

対象とした波動歯車装置の諸元を Table 1 に示す。

4.2 各部の慣性、ばねこわさ、減衰係数

各部の回転慣性とねじりばねこわさを Table 2 に示す。Fig. 1 に示した系において、出力アームに衝撃を与え、そのときの出力アームの円周方向加速度の自由減衰波形より系の減衰比 ξ を求めた結果、 $\xi = 0.06$ を得たので、 $C_{eq} = 2 \xi \sqrt{J_{eq} K_{eq}}$ より C_{eq} を求め、振動計算を行った。

4.3 回転伝達誤差

Table 3 に、計測により求めたサーキュラスプラインの半径方向誤差 e_c (表中の CS3, CS3D12) とフレクスプラインの半径方向誤差 e_f (表中の FS3) をフーリエ解析した場合の各係数を示す。Table. 3 において、記号 CS 3 は通常のサーキュラスプラインを用いた場合、CS3D12 は、CS3 に直径方向荷重を加え、直径を $24 \mu m$ ほど変化 (半径の変化量は $12 \mu m$) させ、誤差を大きくした場合を示す。Table 3 より、回転伝達誤差 E を式(7)によって求め、計算に用いた。

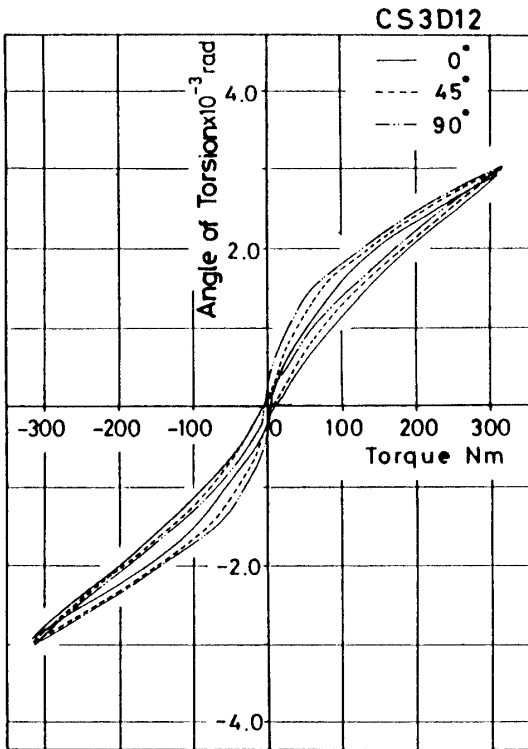


Fig. 5 Effect of error on torsional stiffness (obtained by experiment)

Table 1 Dimensions of wave gearing.

Output torque	310Nm (1450rpm)	
Speed change ratio	128 (Circular Spline fixed)	
Diameter on major axis of wave generator	99.066 μm	
Component	Flexspline	Circular spline
Type of gear	Spur gear	
Tooth profile	Involute	
Pressure angle	30°	
Module	0.4 mm	
Placement of teeth	External	Internal
Number of teeth	256	258
Face width	26 mm	29 mm
Working method	Hobbing	Gear shaping

Table 2 Spring constants and moments of inertia of elements in wave gearing.

Spring Constant (Nm/rad)		Moment of Inertia (kgm ²)	
K_o	1.35×10^6	J_o	5.15
K_{HD}	$(4.2 \sim 11) \times 10^4$	J_F	1.20×10^{-2}
K_l	3.15×10^3	J_w	5.41×10^{-4}
K_T	1.28×10^2	J_M	7.30×10^{-3}
K_C, K_M	5.62×10^2	$J_{C1,2,3}$	4.90×10^{-3}

4.4 波動歯車装置のねじりばねこわさ

トルク T とねじれ角 θ の関係を式(10)の形で近似すると、Fig. 5 の場合の K_1, K_3 は Table 4 のようになる。式(10)と Table 4 より T [N.m] と θ [rad] の関係を計算によって求め、Fig. 6 に示す。次に、ウェーブジェネレータの位置が $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ のときのかみあい部の合成誤差 $e = e_A + e_B$ を Table 3 より算出し、求めた誤差と Table 4 の各係数 K_1, K_3 との関係を図 7 に示す。Fig. 7 より、 K_1, K_3 と $e = (e_A + e_B)$ [μm] の関係を求めると次のように 1 次式で近似できた。

$$K_1 = 0.548 \times 10^6 - 0.0114 \times 10^6 e \text{ N.m/rad}$$

$$K_3 = 0.931 \times 10^{10} + 0.0127 \times 10^{10} e \text{ N.m/rad}^3 \quad (11)$$

本報では式(11)より $K_{HD} = T/\theta = K_1 + K_3\theta^2$ を求めて $K_{eq} = K_o K_{HD} / (K_o + K_{HD})$ (K_o : 出力軸のねじりばねこわ

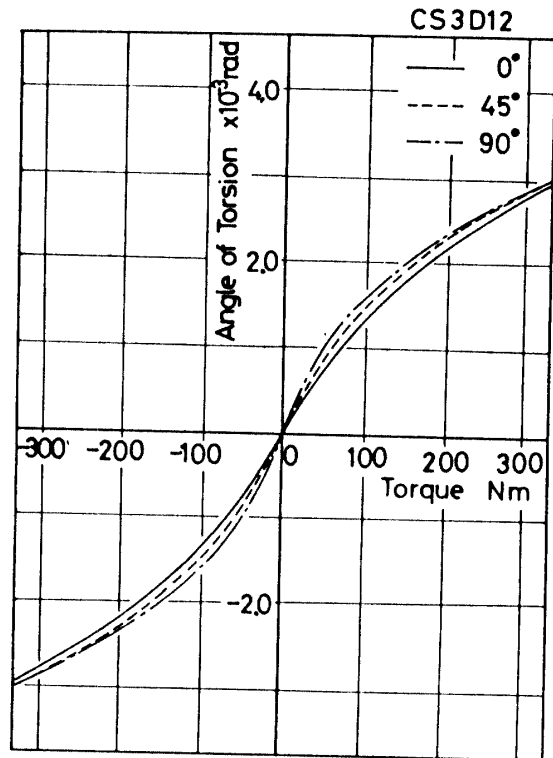


Fig. 6 Effect of error on torsional stiffness (used in calculation)

さ) を求め、これを式(2)に代入して等価ばねこわさを計算し、振動計算を行った。

Table 3 Errors of circular and flexible splines.

$$e_c = A_{c0} + \sum_{i=1}^{10} A_{ci} \sin(i\Theta_c + \Psi_{ci})$$

$$e_f = A_{f0} + \sum_{i=1}^{10} A_{fi} \sin(i\Theta_f + \Psi_{fi})$$

$A_i : \mu\text{m}$ $\Psi_i : \text{deg.}$

	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}
		Ψ_1	Ψ_2	Ψ_3	Ψ_4	Ψ_5	Ψ_6	Ψ_7	Ψ_8	Ψ_9	Ψ_{10}
C. S 3	-1.2	-1.2	1.0	0.9	0.3	-0.3	0.5	-0.4	-0.2	0.1	0.2
		46	59	51	47	57	31	-53	15	-90	34
F. S 3	-0.5	-0.6	0.9	0.4	0.2	-0.3	-0.2	0.2	0.4	0.1	0.4
		48	-51	-39	4	61	58	-81	67	6	70
CS3D12	-1.2	-1.2	10.6	0.9	0.7	-0.3	0.4	-0.4	-0.2	0.1	0.2
		46	-87	51	73	56	21	-53	4	-90	29

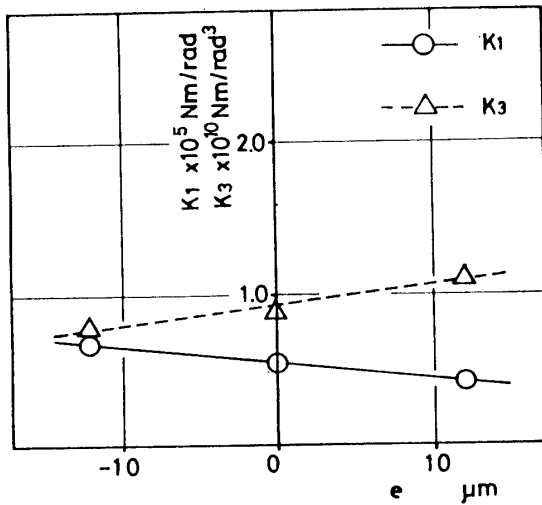


Fig. 7 Effect of error on coefficients in torsional stiffness characteristics.

Table 4 Coefficients in torsional stiffness characteristics.

	$K_1 (\text{Nm/rad})$	$K_3 (\text{Nm/rad}^3)$
0°	0.682×10^5	0.795×10^{10}
45°	0.545×10^5	0.898×10^{10}
90°	0.417×10^5	1.055×10^{10}

5. 計算結果と考察

式(1)によって計算した Θ より θ_0 を次式によって求めた。

$$\theta_0 = \{n^2 J_i / (n^2 J_i + J_0)\} \theta \tag{12}$$

これより出力腕の円周方向加速度 A を次式により求め、実験値と比較した。

$$A = R\ddot{\theta}_0 \tag{13}$$

ただし、 R は加速度計取り付け部の腕半径 (対象とした実験装置では $R=1000\text{mm}$) を示す。

5.1 振動波形

Fig. 8 には、計算によって得られた腕先端の円周方向加速度波形を実験結果と比較して示す。Fig. 8 において、(a)と(b)はサーキュラスプラインCS 3を用いた場合、(c)はサーキュラスプラインCS 3 D12を用いた場合で、いずれも負荷トルクが作用しない場合である。また、Fig. 8 の(a)は入力軸回転数の4次の項が強調された場合、(b)、(c)は2次の項が強調された場合である。Fig. 8 より、計算結果と実験結果では、変動振幅の大きさだけでなく、変動の様子もよく類似しているのがわかる。

Fig. 8 より明らかなように、出力波形にはうなりが認められるので、このうなりの周期について考察する。

ウェーブジェネレータが、サーキュラスプライン上を1回転するのに要する時間 T_c とフレクスプライン上

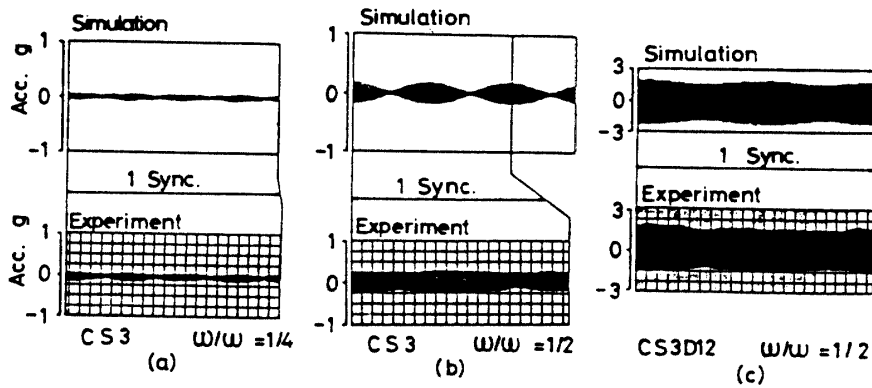


Fig. 8 Fluctuation of acceleration of output arm with time.

を1回転するのに要する時間 T_i は

$$T_c = 2\pi/\omega, \quad T_i = (2\pi/\omega)(z_i/z_c) \quad (14)$$

となる。したがって、サーキュラスプラインとフレクスプラインの誤差 e_c, e_f を式(6)のようなフーリエ級数に展開したときの両誤差の i 次の項による周波数の差 $\Delta\omega_b$ は、

$$\Delta\omega_b = i \{ (z_c/z_f) - 1 \} \omega \quad (15)$$

となる。この周波数差 $\Delta\omega_b$ に対する周期 T_b は

$$T_b = 2\pi/\Delta\omega_b = (2\pi/i\omega) / \{ (z_c/z_f) - 1 \} \dots (16)$$

となる。一方、出力軸の回転周期 T は

$$T = (2\pi/\omega) \{ z_f/(z_c - z_f) \} \quad (17)$$

のように表されるので、出力軸1回転中におけるうなりの数は

$$T/T_b = i \quad (18)$$

となる。以上のことより、誤差の i 次の項の周波数が固有振動数に一致したとき、出力軸1回転中に i 個のうなりを生じたものと考察する。

5.2 振動の最大値

Fig. 9に、サーキュラスプラインCS3を用いた場合、(○, ●)とCS3D12を用いた場合(△, ▲)について、それぞれ、かみあい部の合成誤差 e による回転伝達誤差とばねこわさの変動の両者を考慮して計算した出力腕の円周方向加速度の最大値および、その実測値を示す。Fig. 9の横軸は系の固有円振動数に対する入力軸角速度を示す。なお、実験結果には30N.m程度の平均トルクが認められたので、計算の際には平均トルク $T_0=30\text{N.m}$ とした。

Fig. 10に、サーキュラスプラインとしてCS3を用いた場合とCS3D12を用いた場合について、それぞれ出力腕の円周方向加速度の最大値の計算結果と実験結果とを比較して示す。Fig. 10において、 S_E は回転伝

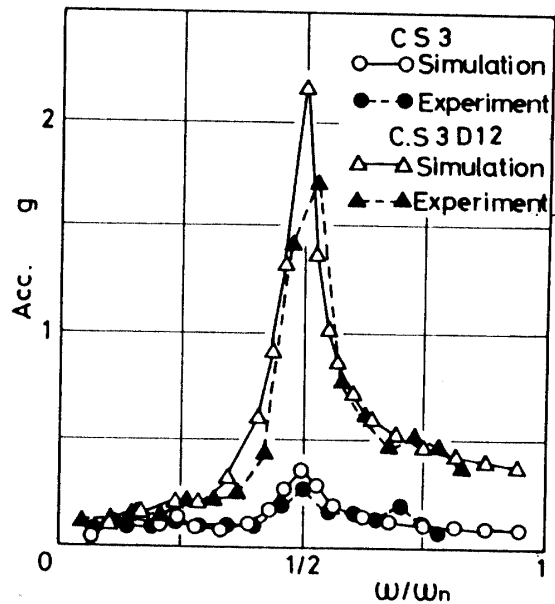


Fig. 9 Comparison of experimental result with calculated result.

達誤差のみを考慮し、ばねこわさの変動を考慮しないで計算した場合 ($E \neq 0, K_1, K_3 = \text{const}$), S_R はばねこわさの変動のみを考慮し、回転伝達誤差を考慮しないで計算した場合 ($E = 0, K_1, K_3 \neq 0 \text{ const}$)を示す。また、 S_A は角度伝達誤差とばねこわさの変動の両者を考慮して計算した場合 ($E \neq 0, K_1, K_3 \neq \text{const}$)を示す。Fig. 10より、回転伝達誤差またはばねこわさの変動を考慮すると大きな振動振幅が発生するが、いずれか一方のみを考慮した場合の計算値は実験値よりもかなり小さいことがわかる。しかし、回転伝達誤差とばねこわさの変動の両者を考慮すると、計算値は実験値にほぼ等しくなっている。振動の大きさを予測する場

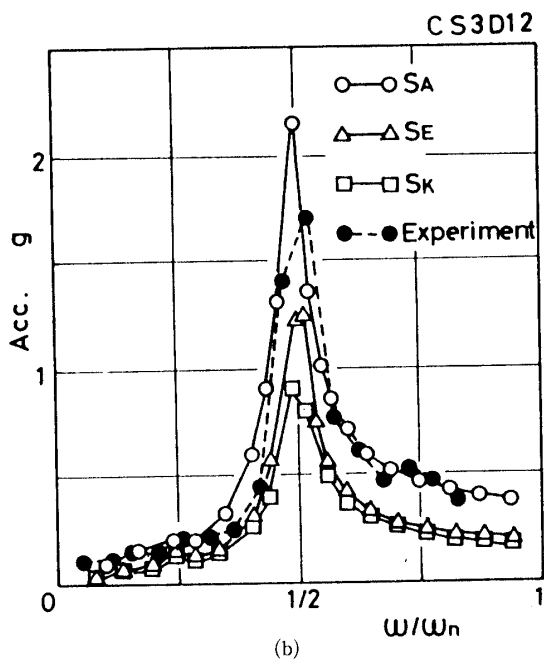
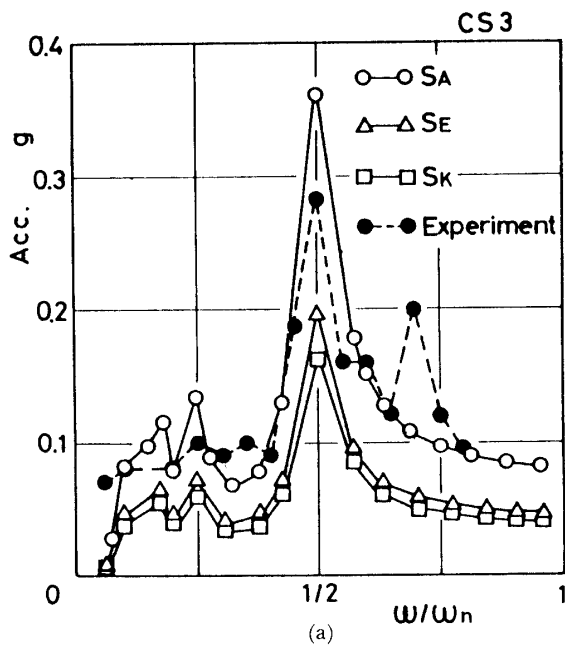


Fig. 10 Causes of vibration due to wave gearing.

合、通常の円筒歯車対では、かみあい部に誤差があってもばねこわさの変動を考慮する必要がないが、波動歯車装置ではかみあい部の誤差によるばねこわさの変動を考慮する必要があり、両者の振動の発生機構は大きく異なることがわかる。

6. 結 言

2 ロブ形の波動歯車装置によってロボットに生じる振動の発生機構を明らかにするため、波動歯車装置を有するロボット系を等価振動モデルに置き換え、理論的に解析した結果、振動要因として波動歯車装置各部の誤差による回転伝達誤差とばねこわさの変動を考慮すると、理論解析結果が実験値とよく一致することを示した。

参 考 文 献

- 1) 日高・ほか3名, 機論, 52-480, C (昭和61), 2207

(昭和63年4月15日受理)