

# 差動歯車装置の動特性に関する研究 (トルク変動および歯当りの違いによる影響)

専徳 博文\*・日高 照晃\*・石田 武\*・江端 良文\*\*

## Dynamic Behavior of Differential Gears (Torque Variation and Effect of Tooth Bearing)

Hirofumi SENTOKU, Teruaki HIDAKA, Takeshi ISHIDA and Yosifumi EBASHI

### Abstract

Differential gears play an important part in many fields and are widely used. Therefore, it is very important to know the dynamic behavior of differential gears. In the present paper, the dynamic behavior of differential gears were investigated by measuring the torque variations of one drive and two driven shafts under conditions where one driven shaft was rotated at a fixed speed, and the other at a variable speed by varying the speed of the drive shaft. Furthermore, under conditions where hypoid gear was assembled with complete tooth bearing, heel tooth bearing, or hard heel tooth bearing, the dynamic behavior of differential gears was investigated by measuring the tooth root stresses of hypoid gear and the torque variations of each shaft. In comparison with these measured data, the effect of tooth bearing on the dynamic behavior of differential gears became clear.

### 1. 緒 言

差動歯車装置は多くの分野で重要な役割を担っており、幅広く利用されている。したがって、その動特性を知ることは非常に重要である。かさ歯車式の差動歯車装置では、その構造が複雑であることや歯車軸が交叉しているため組立条件によって歯当りが複雑に変化することなどから、この装置に関する研究<sup>1)~3)</sup>は比較的少ない。

そこで、本研究では、試験用差動歯車装置として自

動車の動力伝達用終減速装置を研究対象に、その動特性を調べるため、動力循環式差動歯車試験装置を使用し、一方の従動軸を一定の回転数で回転させ、同時に駆動軸の回転数を変えることによって他方の従動軸の回転数を連続的に変化させて駆動軸、従動軸のトルク変動を測定し、これらを比較検討した。

また、歯当りの違いによる本差動歯車装置の動的挙動への影響を調べるため、差動歯車装置のハイポイドギヤの歯当りを全面当り、外端当り、強外端当りにして運転試験を行い、ハイポイドギヤの歯元応力、各軸のトルク変動を測定し、これらを相互に比較検討したのでその結果について報告する。

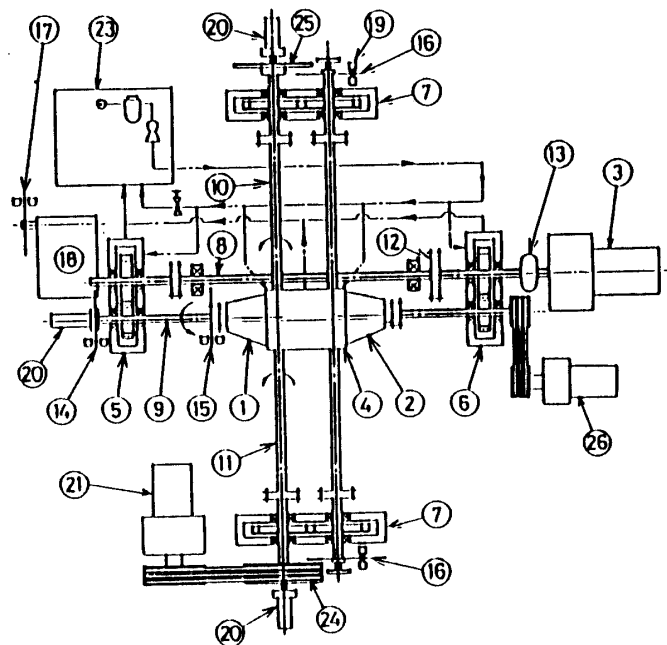
\*生産機械工学科

\*\*グローリー工業㈱

## 2. 実験装置と実験方法

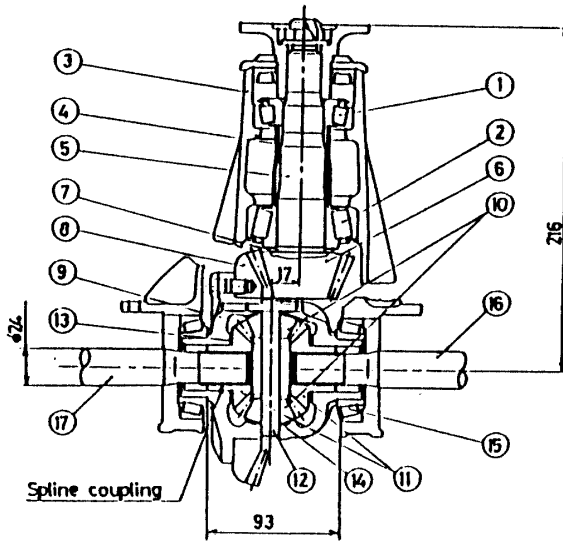
Fig. 1 は使用した動力循環式差動歯車試験装置を示し、この試験装置は  $3\text{ m} \times 3.5\text{ m}$  の十字形の構造をしている。Fig. 2 は試験用差動歯車装置の詳細図を示し、差動歯車装置の要目を Table. 1 に示す。本実験では、まず従動軸 2 (Fig. 1 の⑩) を  $15\text{ kW}$  のモータにより一定回転させ、つぎに  $22\text{ kW}$  の可変速モータで駆動軸 (Fig. 1 の⑨) の回転数を任意に変化させて両従動軸の回転数に差を与えた。従動軸 2 の回転数が  $522, 714, 1290\text{ rpm}$  の場合のそれぞれにおいて駆動軸伝達トルク  $47.9\text{ Nm}$ 、 $67.5\text{ Nm}$  のもとで、駆動小歯車のかみあい周波数  $f_z =$

$180 \sim 800\text{ Hz}$  の範囲を  $f_z = 20\text{ Hz}$  ごとに変化させ、駆動軸、両従動軸に貼り付けられた 2 枚のクロスひずみゲージによって各軸のトルク変動を測定した。また、歯当りの違いによる本差動歯車装置の動的挙動への影響を調べるため、Fig. 2 の調整ワッシャ⑦として  $1.9, 2.4, 2.9\text{ mm}$  の 3 種類のシムを使用して、歯当りを変え、各軸のトルク変動および差動歯車装置の駆動小歯車の歯元応力を測定した。歯元応力は Fig. 3 に示すように駆動小歯車の歯番号 1, 5 の圧縮側歯元の内端部、中央部、外端部にひずみゲージを貼り付け歯元ひずみを測定して求めた。



- |                                       |  |
|---------------------------------------|--|
| 1: Differential for testing           | 14: Index disk for rotational signal           |
| 2: Differential for power circulating | 15: Index disk for pitch signal                |
| 3: Kopp type stepless speed variator  | 16: Index disk for rotational signal           |
| 4: Gear box 1                         | 17: Index disk for synchronizing signal        |
| 5~7: Power circulating gears          | 18: Gear train for synchronizing               |
| 8: Torsion bar                        | 19: Photo-electric pick up                     |
| 9: Drive shaft                        | 20: Slip ring                                  |
| 10: Driven shaft 1                    | 21: 3 phase induction motor (for differential) |
| 11: Driven shaft 2                    | 23: Oil tank                                   |
| 12: Loading coupling                  | 24: Pulley                                     |
| 13: Flexible coupling                 | 25: Brake disk                                 |
|                                       | 26: Lower-speed geared motor                   |

Fig. 1 Power circulating type differential gear testing machine.



- |  |   |
|--|---|
| 1. Taper roller bearing                  | 10. Differential pinion                             |
| 2. Taper roller bearing                  | 11. Differential side gear                          |
| 3. Differential carrier                  | 12. Differential pinion shaft                       |
| 4. Spacer                                | 13. Backlash adjusting washer of differential gears |
| 5. Drive pinion shaft                    | 14. Backlash adjusting washer of differential gears |
| 6. Drive pinion                          | 15. Taper roller bearing                            |
| 7. Gear contact pattern adjusting washer | 16. Driven shaft                                    |
| 8. Ring gear                             | 17. Driven shaft                                    |
| 9. Differential case                     |   |

Fig. 2 Differential gears.

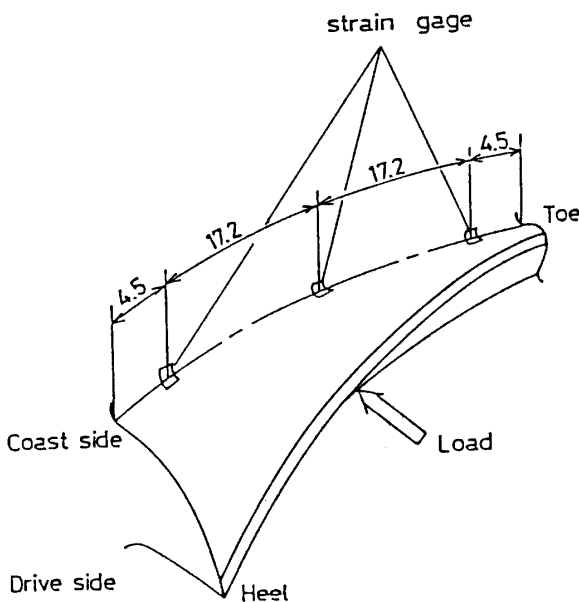


Fig. 3 Positions of strain gages.

Table 1 Dimensions of differential gears.

	Reduction gears		Differential gears	
	Pinion	Gear	Pinion	Side gear
Type of gears	Hypoid gears		Straight bevel gear	
Gear cutting method	Gleason (Helix form)		Gleason	
Module mm	4.342		4.069	
Pressure angle	凹12°	凹26°	22°33'	
	凸26°	凸12°		
Axial angle	90°		90°	
Number of teeth	9	35	10	14
Spiral angle (Direction)	50°27' (Left)	29°01' (Right)	—	
Root cone angle	13°44'	67°15'	28°20'	41°31'
Face cone angle	21°19'	74°13'	48°29'	61°40'
Pitch cone angle		73°15'	35°32'	54°28'
Off set mm	25.0		—	
Backlash mm	0.1~0.15		0.02~0.08	
Material	SCM 420H		SCM 418H	
Heat treatment	Carburized			

3. 差動動作状態におけるトルク変動

差動歯車装置の駆動軸の伝達トルク47.9Nm, 駆動小歯車のかみあい周波数 $f_z=500\text{Hz}$ (駆動軸の回転数3333rpm)で従動軸2の回転数が714rpmで回転させた場合の各軸のトルク変動の測定例をFig. 4に示す. Fig. 5は従動軸1のトルク変動を駆動小歯車のかみあい周波数 $f_z=20\text{Hz}$ ごとに周波数分析した結果を示し, また, Fig. 6は両従動軸が等速で回転する場合を示した. 図の縦軸は伝達トルクに対する各分析周波数ごとのトルク変動の片振幅の比を示す. 図より従動軸1のトルク変動は主として,  $R, 2R, D, S_1, fp$ およびその整数倍成分からなることがわかる. ここで,  $R$ は従動大歯車の回転数,  $D$ は駆動小歯車の回転数,  $S_1$ は従動軸1の回転数,  $fp$ は差動歯車のかみあい周波数を表す. Fig. 5では $fp$ 成分が現れているが, Fig. 6では見られない. これは両従動軸が等速回転する場合には両差動大歯車の回転数に差がないため, 差動小歯車が自転しないで従動軸中心のまわりに公転のみするのに対し, 差動動作を行う場合には差動小歯車は公転とともに自転を行うためと考えられる. Fig. 5からわかるように $fp=0$ のとき(両従動軸が等速回転し, 差動小歯車が自

転しないときの駆動小歯車のかみあい周波数は416Hzである。駆動小歯車のかみあい周波数が416Hzより大きくなるかあるいは小さくなるにつれてFig. 5に示すようにそれぞれ符号が逆で同じ大きさをもった傾きの直線上に $f_p$ およびその整数倍成分がみられ、これは $f_p=0$ における駆動軸の回転数よりも大きい場合に対して差動小歯車の回転方向が逆であることを意味する。Fig. 5, 6よりわかるように駆動軸が等速回転する場合には強制項の振動数が42, 68Hzに、両従動軸が差動する場合には、32Hzの振動数に一致するとトルク変動が大きくなる。これらは本動力循環式差動歯車試験装置のねじり振動の固有振動数を求めた計算結果とほぼ一致しており、これらの固有振動数と強制項の振動数が一致して共振状態となり、トルク変動が大きくなったものと思われる。

つぎに、Fig. 7は従動軸2の各回転数に対する従動軸1でのトルク変動率と両従動軸が等速回転する場合のトルク変動率を示している。Fig. 7からわかるように、ピーク付近以外のかみあい周波数域において駆動軸での差動動作のある場合でのトルク変動は差動動作

のない場合のそれに比べて大きい。これは前述したように、差動動作のある場合でのトルク変動には差動歯車のかみあい周波数成分が含まれているためと考えられる。

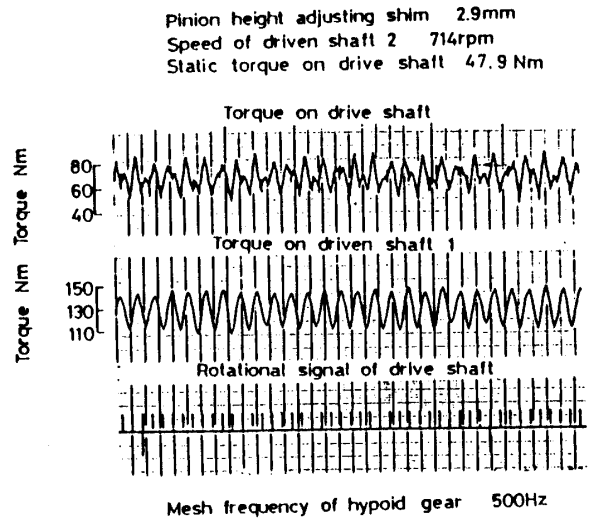


Fig. 4 Examples of measured torque variations.

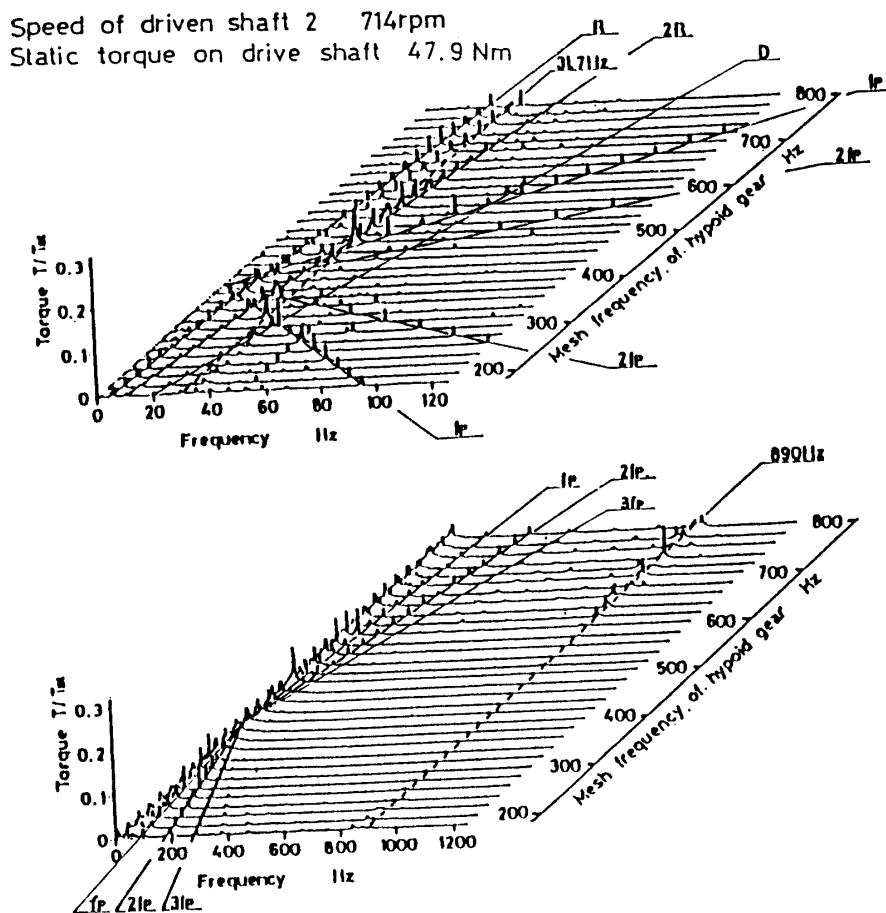


Fig. 5 Frequency spectrum of torque variation of driven shaft 1 (Speed of driven shaft 2 = 714rpm).

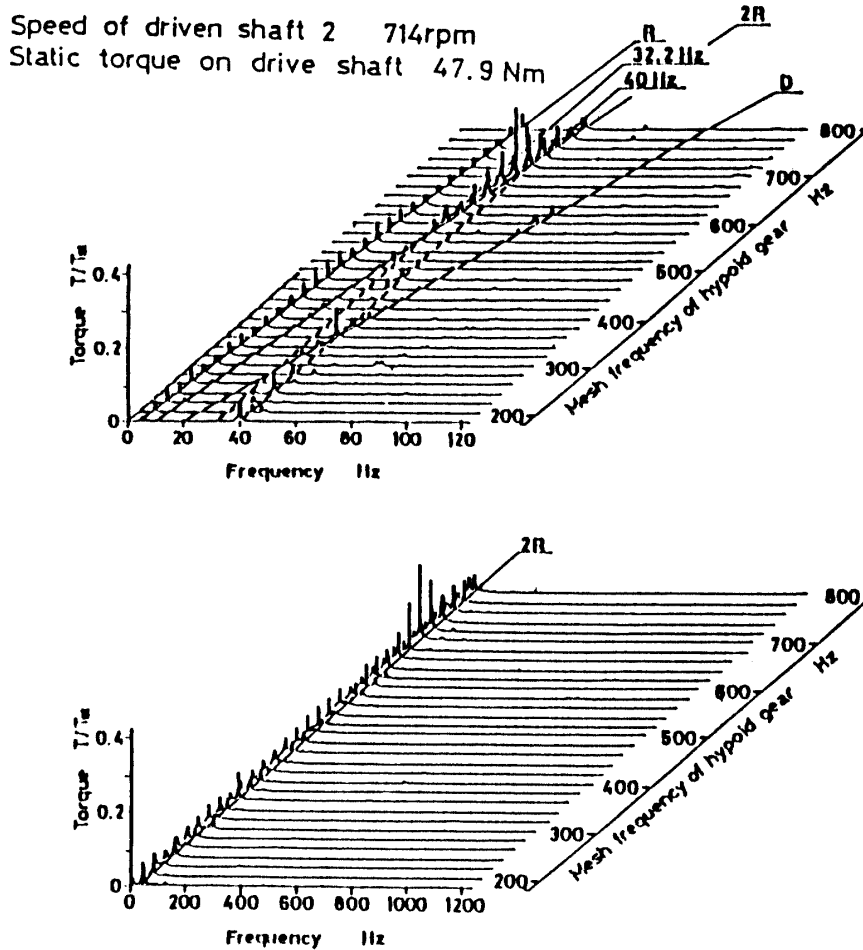


Fig. 6 Frequency spectrum of torque variation of driven shaft 1 (No differential motion).

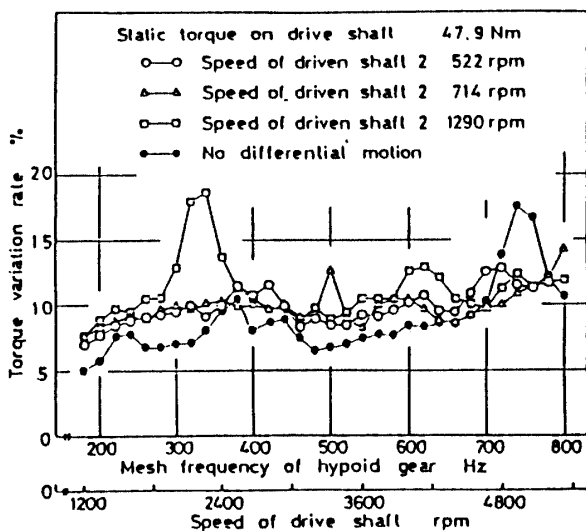


Fig. 7 Torque variation rate.

#### 4. 歯当りの違いによる振動特性への影響

歯当りの違いによるトルク変動, 歯元応力への影響を調べるため, 駆動小歯車の調整ワッシャ (Fig. 2の⑦)として1.9, 2.4, 2.9mmの3種類のシムを挿入して歯当りを変化させた。そのときの歯当りをFig. 8に示す。この歯当りは伝達トルク47.9Nmのもとでハイポイドギヤの従動大歯車の右側歯面に光明丹を薄く塗布し本装置を超低速運転させて従動大歯車の歯面に残った塗料を透明な粘着テープに写しとって求めた。なお図の白い部分が当たっている部分である。調整ワッシャが2.9mmのときは全面当り, 2.4mmのときは外端当り, 1.9mmのときは強外端当りを示す。

##### 4.1 歯当りとトルク変動の関係

Fig. 9(a)~(c)はそれぞれ全面当り, 外端当り, 強外端当りの場合の駆動軸でのトルク変動の周波数分析結果を示す。これらの図からわかるように全面当りでは

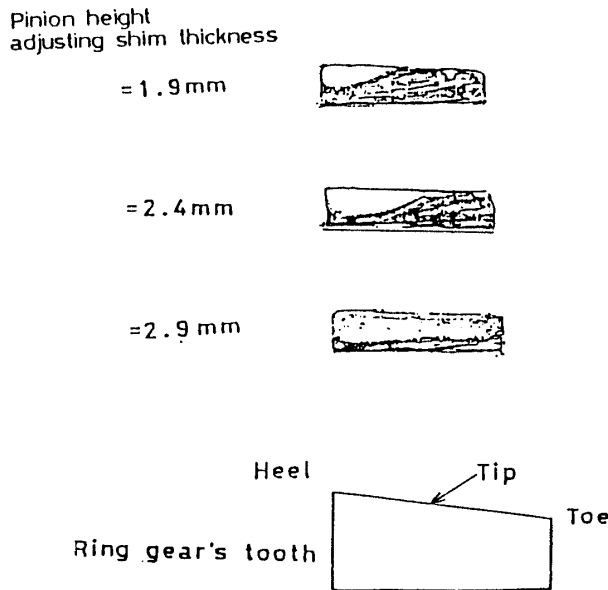


Fig. 8 Tooth hearings.

現れなかったハイポイドギヤのかみあい周波数成分  $f_H$  が外端当りにおいてわずかに現れ、強外端当りにおいて大きく現れている。これは外端当り、強外端当りになるにつれてハイポイドギヤ対のばねこわき変動が大きくなることや、重なりかみあいが小さくなるためと考えられる。強外端当りの場合には  $f_H$  の強制項が330, 500, 780Hzの振動数と一致すると大きくなっているが、330, 500Hzは装置系のねじり振動の固有振動数と考えられ、780Hzはハイポイドギヤの歯の固有振動数と考えられる。これは、Fig. 13の強外端当り外端部での歯元応力波形 ( $f_z=180\text{Hz}$ ) に現れた周期的な波から周波数を求めると約780Hzとなることから容易に推測できる。Fig. 10は各歯当りでのトルク変動率を示す。図からわかるように強外端当りの場合のトルク変動率は、全面当り、外端当りの場合のそれよりもかなり大きい。これは前述したように  $f_H$  成分が強外端当りの場合に大きく現れることによると考えられる。

#### 4.2 歯当りと歯元応力の関係

Fig. 11~Fig. 13は駆動軸の伝達トルク47.9Nm(ハイポイドギヤの歯面荷重3.40kN)のもとで両従動軸に差動動作を生じさせた場合での、ハイポイドギヤ駆動小歯車の歯番号5の圧縮側歯元応力実波形を、歯すじ方向各位置(内端部、中央部、外端部)において示したものである。Fig. 11からわかるように、全面当りの場合の歯すじ方向各位置での最大歯元応力はかみあいの進行にともない外端部、中央部、内端部の順に現れている。これはつぎのように考えられる。ハイポイド

ギヤの歯すじが基礎円錐の母線に対して傾いているために、ハイポイドギヤ駆動小歯車のかみあい歯面上での接触線は、外端歯元部から内端歯先部へと移動する。したがって、最大歯元応力も接触線の移動にともない外端部から順に現れる。また、全面当り、外端当りの場合には、各部の歯元応力には動荷重による影響はほとんど現れていないが、強外端当りの歯元応力ではいづれのかみあい周波数においても動荷重による影響が見られ、特にかみあい周波数  $f_z=720\text{Hz}$  では顕著に現れている。ハイポイドギヤでは歯がねじれているため全面当りにおいて重なりかみあいを生じ、刻々の歯のばね剛性は大きい。それに比べて強外端当りの場合には、重なりかみあいがほとんどなく、極めて歯のばね剛性は小さくなる。したがって、強外端当りの場合には歯の固有振動数は全面当りの場合より小さくなる。したがって、強外端当りの場合の歯元応力波形上に約780Hzの比較的低い周期的な波が現れたものと考えられる。また、Fig. 11~13からわかるように圧縮応力とともに引張応力が生じている。これは表1に示すようにハイポイドギヤ駆動小歯車の歯のねじれ角が  $50^{\circ}27'$  と非常に大きいためかみあいの進行とともに歯番号5の歯のかみあいによる歯元での圧縮応力よりも隣の歯のかみあいによる引張応力が大きくなったものと考えられる。また、ハイポイドギヤ駆動小歯車の歯みぞが小さいことにより隣の歯の影響を受けやすいことも原因と考えられる。

Fig. 14には全面当りにおける歯元応力比を示し、Fig. 15には強外端当りの場合を示す。この歯元応力比はハイポイドギヤ駆動小歯車の歯番号5と被動大歯車の歯番号5の歯がかみあう場合の各歯すじ方向位置での最大圧縮側歯元応力を連続4同期分について実波形から読み取り、これらの値を静的かみあい(かみあい周波数  $f_z=0.26\text{Hz}$ )での各歯すじ方向位置の最大歯元応力値で割り、4同期の歯元応力のうちの最大値と最小値を各かみあい周波数ごとに表したものである。Fig. 14, 15からわかるように全面当りの場合の歯元応力比の変動は中央部で小さく、内端部、外端部で大きくなっている。これは、トルク変動の影響により駆動小歯車軸がたわみ、これにより歯当りが外端側あるいは内端側に変化しわづかながら歯当り状態が変化するために内端部および外端部での歯元応力比の変動が中央部でのそれに比べて大きくなったものと思われる。また、強外端当りの場合の歯元応力比は外端部での変動よりも中央部での変動が大きい。それは、つぎのような原因によるものと思われる。強外端当りでは外端部に集中的に負荷を受けると考えられ、トルク変動によって軸

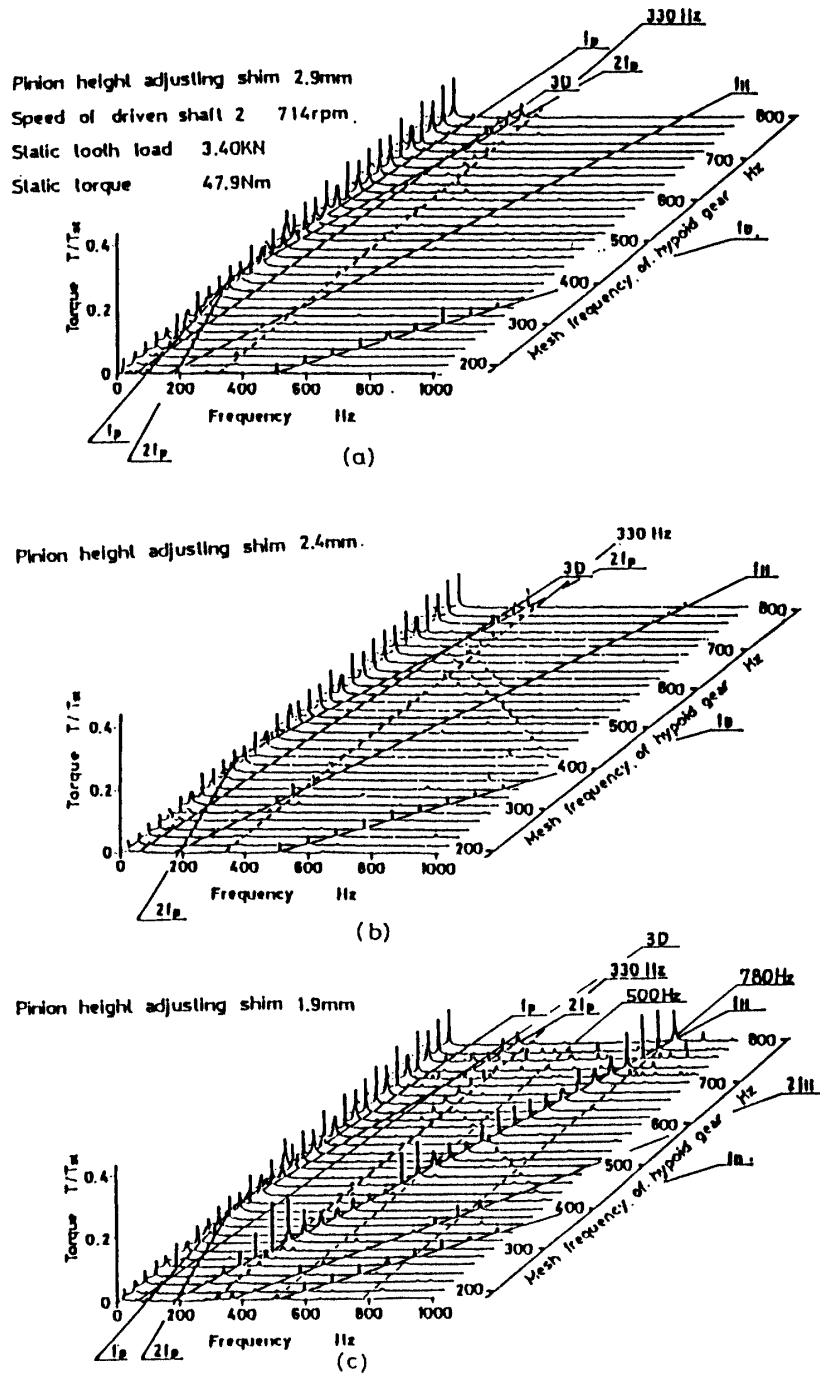


Fig. 9 Frequency spectrum of torque variations of drive shaft in each shim.

がたわみ外端部付近で歯当りがわずかに変化すると考えられる。歯当りの変化の影響が歯元応力の小さい中央部で大きく現れ中央部での歯元応力比の変動が大きくなったものと考えられる。また、全面当りの場合の歯元応力比は内端部、中央部、外端部のいずれもかみあい周波数の増加に対してわずかに変動はするがほぼ一定である。それに対して強外端当りの場合の歯元応力比はかみあい周波数の増加とともに上昇する傾向に

ある。これらの傾向はFig. 10に示したトルク変動率のかみあい周波数に対する変化傾向とよく似ている。すなわち、全面当りの場合のトルク変動率はかみあい周波数の増加とともにわずかに上昇するのに対して強外端当りではかみあい周波数とともに大きく増加している。以上のことより、各歯当りでの歯元応力比はトルク変動によって強く影響されることがわかる。

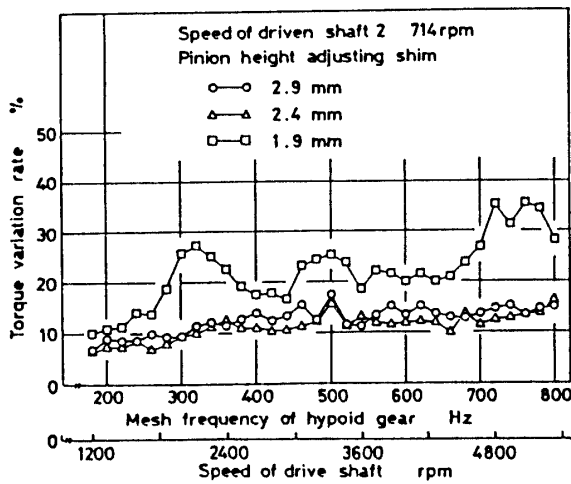


Fig. 10 Torque variation rate of drive shaft in each shim.

Pinion height adjusting shim 2.4mm  
 Speed of driven shaft 2 714rpm  
 Static tooth load 3.40KN  
 Tooth No. 5

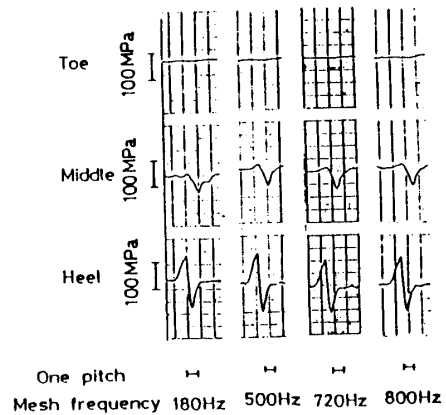


Fig. 12 Examples of measured tooth root stresses (Shim thickness=2.4mm).

Pinion height adjusting shim 2.9mm  
 Speed of driven shaft 2 714rpm  
 Static tooth load 3.40KN  
 Tooth No. 5

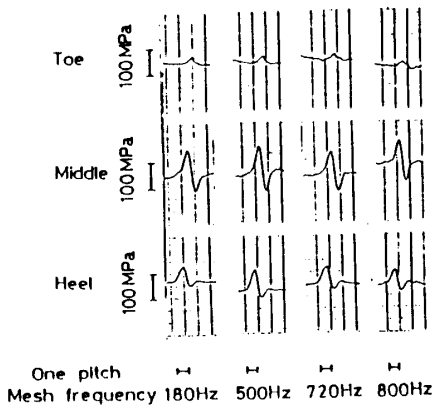


Fig. 11 Examples of measured tooth root stresses (Shim thickness=2.9mm).

Pinion height adjusting shim 1.9mm  
 Speed of driven shaft 2 714rpm  
 Static tooth load 3.40KN  
 Tooth No. 5

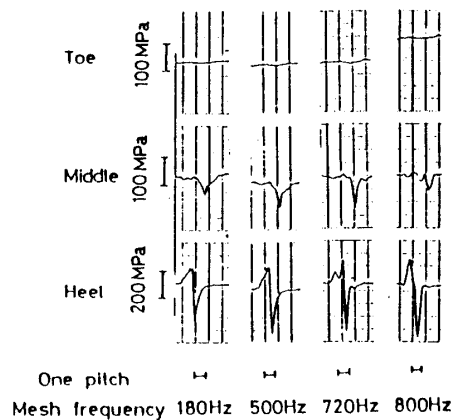
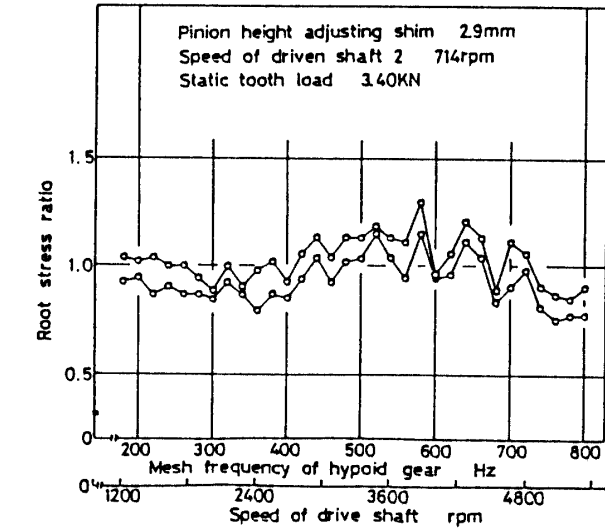
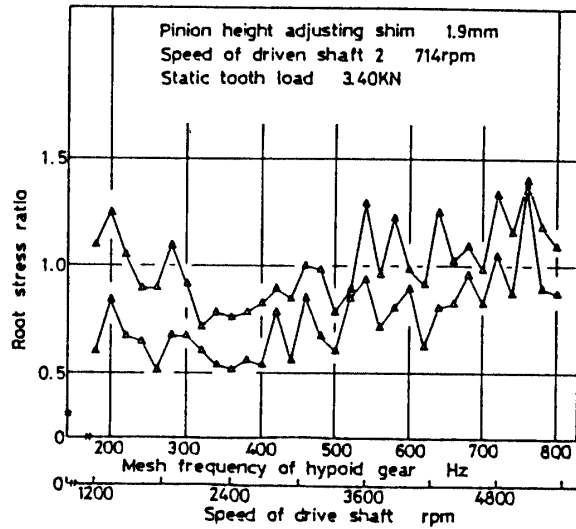


Fig. 13 Examples of measured tooth root stresses (Shim thickness=1.9mm).

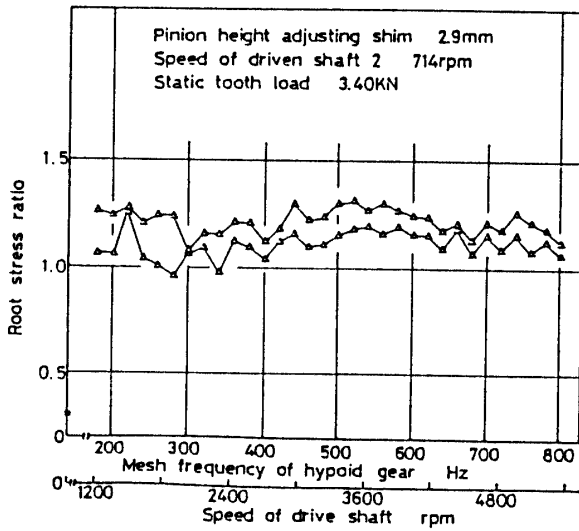




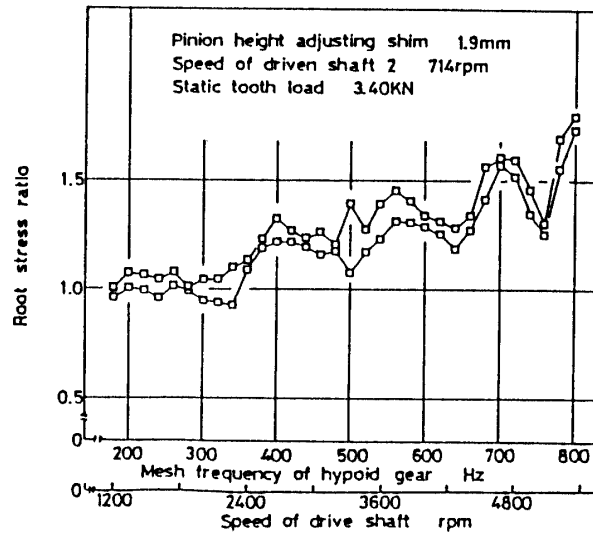
(a) Toe



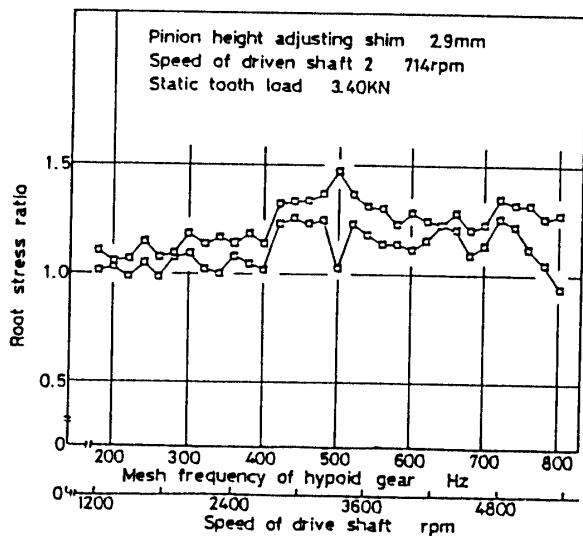
(a) Center



(b) Center



Heel



(c) Heel

Fig. 14 Root stress ratio (Shim thickness=2.9mm).

Fig. 15 Root stress ratio (Shim thickness=1.9mm).

5. 結 言

自動車の動力伝達用終減速装置を対象にこの装置の駆動軸と従動軸のトルク変動特性および、ハイポイドギヤ対の歯当りの違いによるトルク変動、歯元応力への影響を実験により明らかにし、それらについて考察した結果を要約するとつぎのようになる。

(1) 差動歯車装置の両従動軸が差動動作を行う場合の各軸のトルク変動には両従動軸が等速の場合に現れる成分に加えて、差動小歯車のかみあい周波数成分とその整数倍成分が現れる。したがって、差動動作を行う場合の各軸のトルク変動率は等速回転する場合のそ

れに比べて大きくなる。

(2) ハイポイドギヤ対が全面当り、外端当り、強外端当りの場合でのトルク変動はともに同じ周波数成分を含んでいる。しかし、トルク変動の大きさは全面当り、外端当りの場合に比べて強外端当りの場合において著しく大きくなる。

(3) ハイポイドギヤの歯元応力比は全面当りでは中央部に比べて内端部、外端部で大きく変動し、外端当り、強外端当りでは外端部に比べて中央部において大きく変動する。また、ハイポイドギヤの歯元応力比はトルク変動の影響を強く受け、全面当りの場合の歯元

応力比は回転数の増加に対してほとんど増加しないが、強外端当りの場合では大きく増加する。

#### 参 考 文 献

- 1) Bain, E. H., Machine design, (1970), 124.
- 2) H. Opits., Geraushuntersuchungen an Zahnradgetrieben, Forschungsberichte des Landes Nordrhein-Westflaen, Nr. 1977 (1968).
- 3) 仙波正荘, 歯車, 10(昭42), 3805, 日刊工業新聞社.

(昭和63年4月13日受理)