

時空間相関法によるオプティカル・フロー速度計測法の改良

野村 厚志*・三池 秀敏**・古賀 和利***

Improvement of Pixel Based Spatio-Temporal Correlation Analysis for Determining Optical Flow Velocity

Atsushi NOMURA*, Hidetoshi MIKE** and Kazutoshi KOGA***

Abstract

To date, several methods determining optical flow have been proposed for stereo vision (passive ranging of depth and shape perception). "Gradient method" and "Matching method" are well known and representatives among them. But, there are many restrictions and problems to apply these methods to actual scene analysis. Recently, two of our authors proposed a new method for the determination of optical flow with pixel-based spatio-temporal correlation analysis of sequential image. One can determine optical flow velocity with fine accuracy and high density by the correlation method. However, there still exists some problems such as it needs enormous time for calculation and it is difficult to analyze a passage of plane wave. Both of these are key problems for real-time stereo vision analysis. In this paper, we develop our correlation method and propose new algorithms to conquer these problems. Usefulness of the new algorithms is confirmed with artificial images and an actual dynamic scene (chemical wave propagations).

1. はじめに

物体とカメラとの相対運動に伴う画像内でのパターンの流れを示す変位ベクトル(あるいは速度ベクトル)をオプティカル・フローと呼ぶ。例えば、電車の車窓よりテレビカメラで車外の景色を一定時間撮影した場合、その映像を見るとカメラから遠く離れているものほどゆっくり動き(小さな変位ベクトル)、近距離にあるものほど速く動く(大きな変位ベクトル)。このようにオプティカルフローは、運動物体とこれを捉える観測者(TVカメラ)との相対的な運動から生ずるものであり、こうした映像を解析して得られるオプティカルフローは目的物の空間的な配置や運動についての重要な情報(3次元情報)を与え得る。このような理由により、

動画像からオプティカル・フローを求める研究が1970年代から盛んに行なわれるようになった¹⁾。

従来提案されているオプティカル・フローの決定法は、大きく二つの方法に分類される。第一の方法はマッチング法²⁻⁴⁾と呼ばれ、連続したフレーム間の特徴ある部位(特徴点)を追跡しフレーム間で同一の特徴点を対応させることで変位ベクトルを求める方法である。この方法では、基本的な問題点として特徴点の自動認識が難しいことや、高密度のベクトル場が得にくいということがあげられる⁴⁾。第二の方法はグラディエント法と呼ばれ、HornとSchunckによって最初に提案された⁵⁾。これは画像内の一点における濃淡レベルの空間勾配(グラディエント)と濃淡の時間変化の割合との関係によりオプティカル・フローの速度を求める方法である。すなわち点 (x, y) 、時刻 t における輝度を $E(x, y, t)$ としたとき

* 山口大学大学院工学研究科電気工学専攻

** 山口大学工学部電気工学科

*** 山口大学工業短期大学部情報処理工学科

$$\frac{\partial E(x,y,t)}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial E(x,y,t)}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt} + \frac{\partial E(x,y,t)}{\partial t} = 0 \tag{1}$$

なる関係が成立し、速度の x 成分 $u=dx/dt$ と y 成分 $v=dy/dt$ の二つの未知数を含む式として与えられる。未知数 u, v を求めるには独立なもう一つの式が必要であるが、通常速度ベクトル場が連続であるとの仮定を置くことでオプティカル・フローの速度ベクトル場が決定できる。従ってこの方法の問題点としては、濃淡レベルの時間的・空間的滑らかさ、速度場の空間的連続性などが前提であり解析対象となる動画像に対する制約が多く、現実の画像への応用が難しいことがあげられる⁹⁾。いずれの方法もその後多くの研究者により解析法の改良や新しい提案がなされているが⁷⁻¹¹⁾いずれも決定的なものとは言えず、なおかつ解析精度についても今まで十分に検討されているとは言えない。そこで筆者らは特に物体の運動に伴う速度ベクトル場の高精度の物理計測法としての観点から、動画像中の各画素における輝度の時系列の相互相関解析を用いた時空間相関法を提案して来た¹²⁻¹⁷⁾。これは画像中のある画素とその近傍画素との濃淡レベルの時間変化の相互相関数を利用し、得られた相関値の角度依存性より速度の方向を、その方向での相関値のラグ・タイムより速さを求めようとするものである。この方法の長所は、解析対象の画素を物体が一度でも通過すれば高精度でその点の速度ベクトルが決定できることである。短所としては解析に必要な動画像のフレーム数が多く通常100枚程度が必要で、なおかつ計算量が膨大であることなどがあげられる。また現実の動画像には平面波状の物体の運動が入る場合も多く見られるが、これまでの時空間相関法ではそのように画像中を曲率半径の大きい物体が通過する場合、解析誤差が大きくなる等の問題点も指摘されていた。そこで本研究では時空間相関法を基本に、1) 高速処理可能なアルゴリズムを開発する、2) 曲率半径の大きい物体(平面波など)が通過する場合も解析可能なアルゴリズムを開発する、の二点にしばり改良法を提案する。また、シミュレーション画像の解析や現実の画像解析を通して提案した改良アルゴリズムの有効性、問題点などを明らかにする。

2. 基本理論

2.1 解析原理

今、動画像中では物体の輝度分布(画像関数と呼ぶ)が不変で、これが一定速度で移動しているものと仮定する。この動画像中の $n \times n$ 画素の小領域を考え、その

中心に存在する画素を中心画素と呼び番号を0とする。ここでは提案する解析法の性格上小領域を 5×5 画素に限定して以下の話を進める。この場合、中心画素から一画素おいた16近傍画素が考えられるが、それぞれに Fig. 1 のように番号を付ける^{12,13)}。この範囲内にある一定の画像関数を持つ物体が一定速度で通過するものと仮定すれば、中心画素とその近傍画素の輝度が時間とともに変化する。具体的に直径が1画素よりも大きく3画素よりも小さい粒子が通過する場合を考えよう。この時粒子の中心が通過した画素とその両隣の画素でのみ輝度に変化し、その他の画素では輝度変化はない。粒子はこの小領域 (5×5) では一定速度で移動していると仮定しているから、中心画素の輝度変化と、中心画素に関して対称な2つの画素での輝度変化は非常に類似しているが、それらの画素間を移動するのに必要な時間(伝播時間)だけずれている。ここで中心画素と近傍画素との間の相互相関関数を次のように定義する。

$$M_0^k(\tau) = \frac{1}{T} \cdot \frac{1}{S} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \{E_0(t) - \bar{E}_0\} \{E_k(t + \tau) - \bar{E}_k\} dt \tag{2}$$

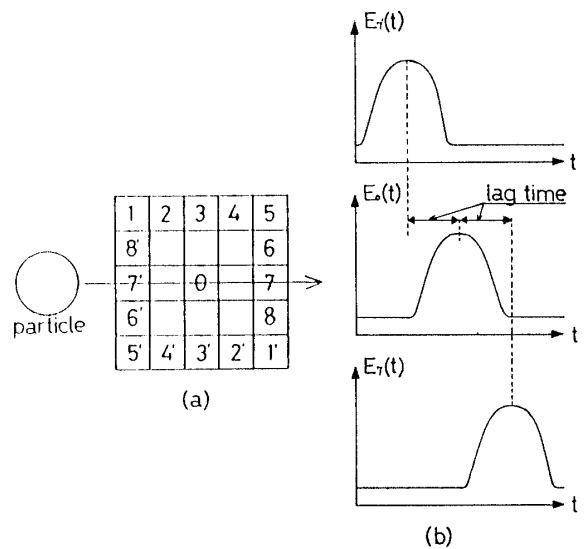


Fig. 1 Basic principle of analysis. (a) Translational motion of particle through a target pixel(0) and configurations of sixteen neighboring pixels (1,1', 2,2', ..., 8,8'). (b) The relation between a lag time and time sequence of brightness change on pixels.

$$\text{ここで } \begin{cases} E_0(t) = E(x_0, y_0, t) \\ E_k(t) = E(x_k, y_k, t) \end{cases}$$

ただし、 $M_0^k(\tau)$ は中心画素0と番号kの近傍画素との相互相関関数で、 τ はずらした時間、 $E_0(t), E_k(t)$ はそれぞれ番号0, kの画素での輝度の時系列、 E_0, E_k は $E_0(t), E_k(t)$ の平均値、 T は観測時間、 S は一種の規格化定数でここでは番号0, kの画素の時系列の分散のうち大きい方を採用している。式(2)に従って、時系列の相互相関を計算する。すると一般には τ を伝播時間に等しくした時に相関が最大となる。以下このときの τ をラグ・タイム、 M_0^k の値を相関値と呼ぶ。 M_0^0, M_0^7 の値が他の近傍画素での相関の最大値に比べて大きければ粒子が7 \rightarrow 0 \rightarrow 7番の画素を通ったことが推定できる。

しかし同じような輝度分布を持った異なる3個の粒子が7, 0, 7番の画素をそれぞれ独立に通っても同様に $M_0^0(\tau), M_0^7(\tau)$ の最大値が他の画素との相関値よりも大きくなる恐れがある。同一粒子が通過した場合の特徴は、 $M_0^0(\tau)$ と $M_0^7(\tau)$ とが一方の時間軸を逆にした時ほぼ一致することであり、異なった粒子が通過した場合にはそのようにはならない。そこでこれらを区別する目的で次のような $M_0^{k,k}(\tau)$ を定義した^{12,13)}。

$$M_0^{k,k}(\tau) = M_0^k(\tau) \times M_0^{k-k}(\tau) \quad (3)$$

この関数を計算することにより、同一粒子が7, 0, 7番の画素を通った時のみ $M_0^{k,k}(\tau)$ が明らかに最大値を持ち、その他の場合は0に近づく。これらのことから粒子の運動の方向は7 \rightarrow 0 \rightarrow 7、速さは(0番と7番の画素間の距離)/(ラグ・タイム)であるとわかる。

しかしこのままの方法では、デジタル画像の性格上時間・空間的なデジタル誤差により速さ及び角度の分解能が悪い。そこでまず速さのデジタル誤差を解消するために、横軸に τ 、縦軸に $M_0^{k,k}(\tau)$ をとり補間法を用いることで真のラグ・タイムと相関値を推定する¹⁴⁾。また角度についても横軸に角度、縦軸にその角度方向の相関値をとり、これも補間法を用いることで相関値の角度依存性よりその運動方向を推定する¹⁴⁾。この考え方の基本は相関最大の方向が運動ベクトルの方向と考えていることであり、時系列相関法を基礎として補間法を用いることで近似的に真の運動ベクトルを求める方法と言える。一方別の方法として、物体の画像関数が不変という仮定を基本とし、1) 中心対称な画像関数を持つ運動物体に対する厳密解が導けること^{15,16)}、2) 画像関数の一種の空間的自己相関関数に一定の仮定を設け、画素時系列間の相互相関関数との関

連を論理的に考察することで相関値及びラグ・タイムと速度ベクトルの間の関係を導き、これよりオプティカル・フローを決定する方法¹⁷⁾等を提案して来た。これらの方法によると画像関数が仮定に一致する場合は高精度でオプティカル・フローを決定できるが、平面波のような曲率半径の大きい物体が画像中を通過するような場合は誤差が大きい等の問題点も残されている。そこで、ここでは特定の仮定を必要とせずより汎用性があると考えられる近似法を基本として解析法を改良していく。

2.2 高速化アルゴリズム

時空間相関法では高精度のオプティカル・フローが得られるが、画像中の各中心画素において近傍画素との相互相関関数を求めるため膨大な計算量となる。従って、コンピュータ・ビジョンによる3次元認識へこの方法を適用していくためには高速化アルゴリズムの開発が望まれる。

今回考察する高速化アルゴリズムには三つの方法がある。第一は解析原理で述べたように、(中心画素と近傍画素との距離)/(ラグ・タイム)により速さが求められるので、速さの精度を一定に保てば十分であるという観点から、大きなラグ・タイムの領域の相関計算を間引くという方法が考えられる。具体的にはフレーム数を100とした場合、従来法では τ を0 \sim ± 50 の範囲で ± 1 ずつ変化させて(2)式を計算していたが、このアルゴリズムではTable. 1のように τ を変化させて(2)式を計算することで高速化を行なっている(但し、中心画素と近傍画素との距離を2pixelとした)。すなわちラグ・タイムの大きな領域で計算する速さの段階をほぼ0.1p/f一定に保っており、単純に考えて計算量は約1/5に減少することが期待される。第二は速度ベクトルを求める場合に必要なのは最大の相関値とその時のラグ・タイムであるから、 $\tau=0$ より相関計算を開始し相関が最大となったところで計算を打ち切るという方法が考えられる。通常解析対象となる物体の運動の速さは解析法の特徴と現実に取り扱える画像の量から制限を受け0.1 \sim 2.0(p/f)程度となり、ラグ・タイムの大きな領域(速さの小さな領域)は実際にはあまり計算する機会が少ないことによる。第三は一般的な画像処理においては平滑化フィルターをかけてデジタル誤差を解消しているが、時空間相関法の性格上少なくとも時間方向にはすでに一種の平均化操作が行なわれていると考えられるし、また時間・空間の両方に補間法を用いることでデジタル誤差を解消している¹⁴⁾、平滑化フィルターを省くことが可能と考えられる。解析精度を落とさず

に解析の前処理としての平滑化フィルターを省ければ計算時間短縮につながる。

2.3 見かけの速さの方向依存性を用いた解析法

従来までの時空間相関法では注目している画素とその近傍画素とを曲率半径の大きい物体が通過した場合は解析誤差が大きかった。この章ではその原因を明確にするとともに、そのような動画像に対して有効なアルゴリズムを提案する。

曲率半径の大きい物体の例として1つの平面波を考え、これが画像中の注目している画素を通過する場合を考える (Fig 2.a)。従来法に従えば、最初に中心画素とその近傍画素との相互相関値とラグ・タイムを計算し、中心画素に関して対称な画素の相関値を式(3)のように掛け合わせる。この時通過した物体は平面波であるため、相関の最大値は16近傍のどの画素に対してもほとんど1に近い。従来法では方向の決定に相関値の角度依存性のみを用いているため、こうした平面波の場合その情報だけでは方向の決定が不可能となる。そこで相関値以外の情報も有効に用いて平面波の速度

ベクトルを解析できるようなアルゴリズムを考える必要がある。平面波が通過する場合の大きな特徴としては、どの近傍画素との相関値もほぼ1となり、見かけ上の速さ=距離/ラグ・タイムは中心画素を通過して進行方向に引いた直線に近い画素方向ほど小さく、遠い画素方向ほど大きいことがわかる (Fig 2.b)。つまり見かけ上の速さの角度依存性を用いれば平面波が通過する場合真の速度ベクトルが決定できる可能性がある(ただし、平面波は波面に垂直に伝播すると仮定している)。Fig 2.aを参考にして幾何学的に考えると角度 θ 方向の見かけ上の速さは、

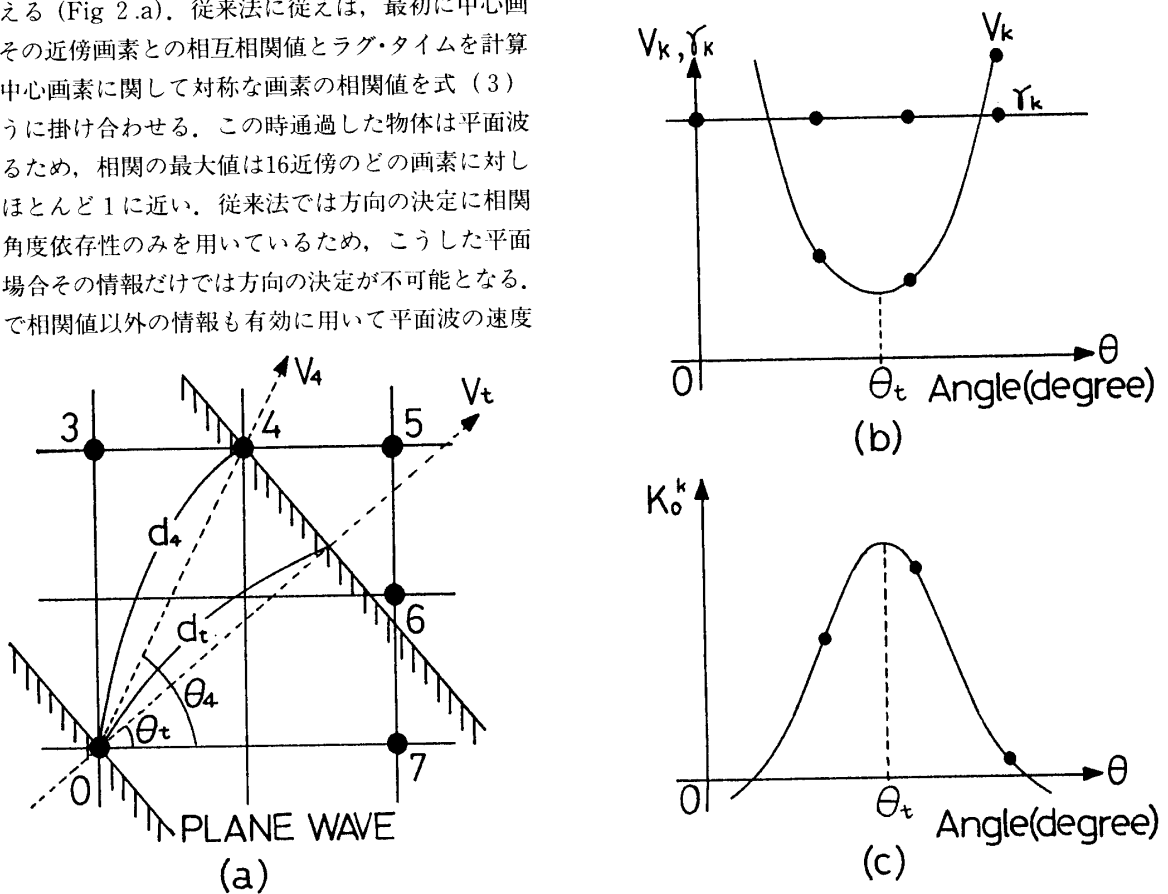


Fig. 2 New algorithm for the analysis of a plane wave propagation.
 (a) Geometrical relation between an apparent velocity V_4 and true velocity V_t .
 (b) Angular dependence of mutual-correlation coefficient and apparent velocity V_k of plane wave.
 (c) Angular dependence of newly introduced parameter K_0^k .

Table 1 Selections of lag time to be calculated.

τ (frame)	0	± 1	± 2	± 3	± 4	± 5	± 7	± 10	± 20	± 30	± 50
speed (p/f)	∞	2.0	1.0	0.67	0.50	0.40	0.29	0.20	0.10	0.067	0.040

$$v(\theta) = \frac{d_t}{\pi} \cdot \frac{1}{\cos(\theta - \theta_t)} \quad (4)$$

となる。但し π は波面が d_t だけ伝播するのに必要な時間である。 $\theta = \theta_t$ においてテイラー展開すると、

$$v(\theta) = \frac{d_t}{\pi} \cdot \left\{ 1 + \frac{1}{2}(\theta - \theta_t)^2 + \dots + \frac{v^{(n)}(\theta)}{n!} \cdot (\theta - \theta_t)^n + \dots \right\} \quad (5)$$

2 次の項までで近似し、

$$v(\theta) = \frac{d_t}{\pi} \cdot \left\{ 1 + \frac{1}{2}(\theta - \theta_t)^2 \right\} \quad (6)$$

となる。この式からわかるように、真の速度ベクトルの角度成分は見かけ上の速さ $v(\theta)$ が最小となる場所である。よって、角度成分を決定する場合は中心画素から各画素方向への見かけ上の速さを求めその中の最小値とその両隣の値を二次曲線で補間し、見かけ上の速さが最小となる角度を求めればよいことになる。

以上は、対象が曲率半径の大きい物体に対応するための見かけの速さによる真の速度ベクトル方向の推定法である。これに従来までの相関値による真の速度ベクトル方向の推定法も加味し平面波も含めた一般的な画像に対して有効な解析法を提案する。すなわち従来法で相関値の角度依存性を用いる場合はその最大値が、また平面波に対して見かけ上の速さの角度依存性を用いる場合はその最小値が速度ベクトルの真の方向を与えることを考慮し、この両方を取り込んだ次のような新しい評価パラメータを定義する。

$$K_k^b = \gamma_k / v_k \quad (7)$$

ただし、 γ_k は $M_k^b, k(\tau)$ の最大値、 v_k はラグ・タイムから求められる各画素方向の見かけ上の速さ、 k は画素番号である。一般にこのパラメータは方向 θ に依存した高次の項を含む複雑な関数になると思われるが、 θ が真の方向に近い領域ではこのパラメータが二次曲線で近似できるものと仮定すれば (Fig. 2.c), その真の最大値を探ることによって運動物体の真の速度ベクトルを推定することが可能となる。すなわち近傍画素 k での角度 θ_k と、近傍画素 k と中心画素との距離 d_k を用いて真の角度及び速さを表わすと次式のようになる。

$$\begin{aligned} \theta_t &= \{ \theta \mid K_0(\theta) \rightarrow \max \} \\ v_t &= \frac{d_k}{\pi} \cdot \cos(\theta_k - \theta_t) \end{aligned} \quad (8)$$

ただしここでは、近傍画素 k の離散的な位置でのみ定義された K_k^b を、角度 θ の連続関数として捉え直し $K_0(\theta)$ としている。

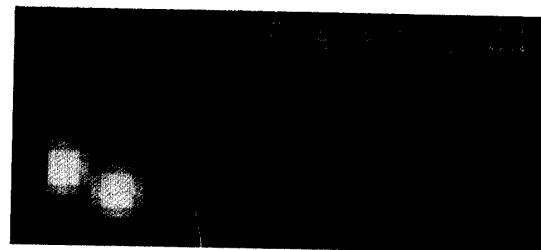
3. シミュレーションによる検討

本章では計算機シミュレーションによって作成した3種類の人工的な動画像を、今回提案したアルゴリズムによって解析しその有効性を確かめた。ここで利用した動画像のうち2種類は、ガウス関数的な輝度分布を持った3つの粒子が0.5および1.0(p/f)の速さ、角度0 (degree)の一定速度で並進運動を行なうもので、残りの1種類は平面波が速さ1.0(p/f), 角度0 (degree)で伝播するものである。粒子のシミュレーション画像の例を Fig. 3 (a)~(c)に示した。

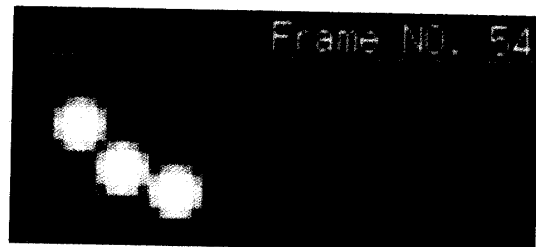
まず、高速化アルゴリズムの有効性を調べるために2.2章の理論にしたがって次の3つの方法を試みた。

(1) 速さの精度を一定に保てばよいという観点から、大きなラグ・タイムの領域の計算を間引く。

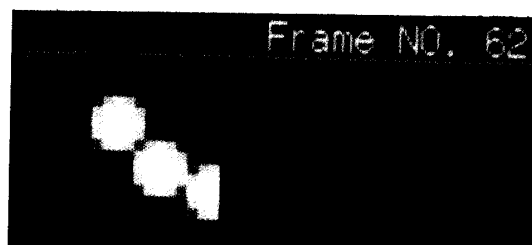
(2) ラグ・タイム = 0 より相関計算を開始し相関が最



(a)



(b)



(c)

Fig. 3 Example of artificial images.
(particles move from left to right with 1.0 pixel/frame)

大となるところで計算を打ち切る。

(3)時空間相関法の特徴上平滑化フィルターを省く、以上の3つの方法を取り入れたプログラムによって、粒子の並進運動のシミュレーション画像を解析し従来法と計算時間について比較した。結果を Table. 2 に示す。従来法による解析時間を100%として(1), (2), (3)の方法による計算時間を示している。結果として2種類の粒子の並進画像に対してどちらも計算時間が約1/5程度になっており、計算時間の短縮化に極めて有効であることが判る。ここでは(2)の高速化アルゴリズムがもっとも効果的に働いていることが確認できるが速さのより遅い運動(0.2p/f以下程度)では(1)の高速化アルゴリズムがより顕著となることが期待される。

次に、2.3章で提案した速度ベクトル方向の推定法の有効性を従来法での解析結果と比較することにより確かめた。利用した動画は速さ1.0 (p/f)、角度0

Table 2 Evaluation of new algorithm for calculation time.

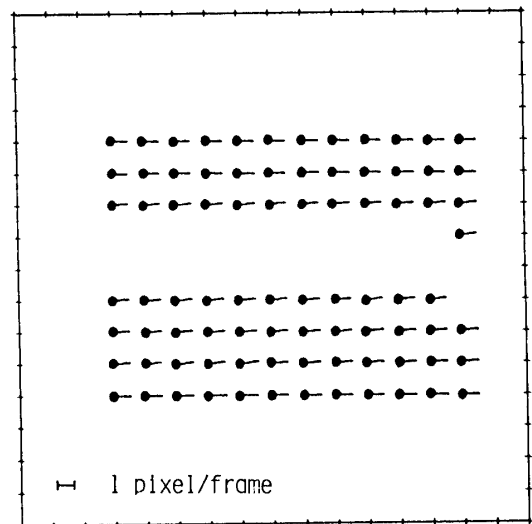
Data	0.5(p/f), 0.0(deg)	1.0(p/f), 0.0(deg)
(1)	70(%)	70(%)
(2)	25	22
(3)	97	97
tatal	23	20

(degree)の粒子の並進運動画像と平面波伝播画像の2種類である。それぞれの解析結果を Fig 4, 5 に示した。両図ともに (a) が従来法, (b) がここで提案した方法による解析結果である。どちらの場合も画像中の左から右へと粒子または平面波が進行している。粒子運動の解析結果 (Fig 4 (a), (b)) は両方法とも大差がないが、平面波が伝播する例では従来法の解析結果 (Fig 5 (a)) は速度ベクトルがさまざまな方向を向いており予想されたように正しい結果が得られていない。一方、新しく提案した方法では平面波についても良好な結果が得られており、解析法の妥当性が確認できる。

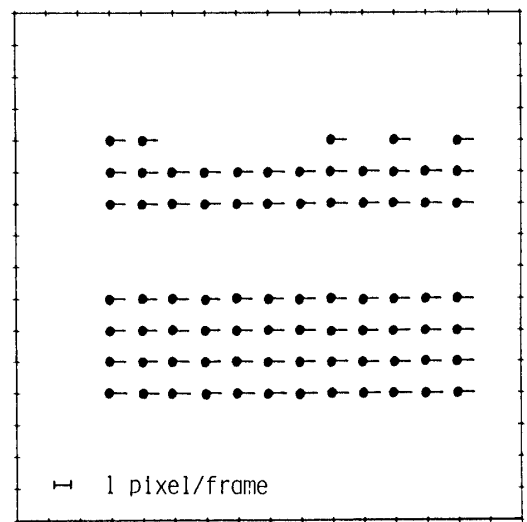
4. 実画像の処理

平面波の伝播と速度の空間分布が存在する例として非平衡非線形化学反応系として有名な Belousov-Zhabotinsky(B-Z)反応における化学反応波の伝播・衝突を取り上げた^{18,19)}。Fig. 6 に反応波伝播パタンの時間

変化を示す。この図は PC-9801 を中心とした画像解析システム²⁰⁾でデジタル画像として取り込んだ動画を疑似カラーにより表示させたものである。この中の2つの化学反応波がちょうどぶつかりあっている領域を含んだ64×64画素の範囲(部分画像)を抜き出し、新しく提案したアルゴリズムに基づき解析を試みた。解析によって得られた2次元の速度ベクトル場を Fig. 7 に



(a)



(b)

Fig. 4 Analyzed optical flow for artificial image sequences.

(translational motion of particles: see Fig.3)

(a) analyzed by original spatio-temporal correlation method.

(b) analyzed by newly proposed method.

示す。実際の画像では、波がぶつかりあっている領域が他の領域に比べ伝播速度が大きくなっている。それを Fig. 7 は定性的によく表わしており、速度の方向も現画像上での裸眼による観察とよく一致している。しかし最後のフレームにおいて波面が存在している部分では、ここで反応波が止まってしまうために時系列上でのエッジの効果*が現われたと考えられる^{15,16)}。以上のことより基本的には新しく提案したアルゴリズムは現実の平面波状の物体の運動を含む画像に対してもか

なり有効であることが確認できた。しかし見た目と一致しない部分も少しあり解析法のより一層の改善が望まれる。

5. まとめ

本論文ではコンピュータ・ビジョンによる3次元認識を目指し、オプティカル・フローの時空間相関法による決定法の改良を行なうことを目的とした。具体的に

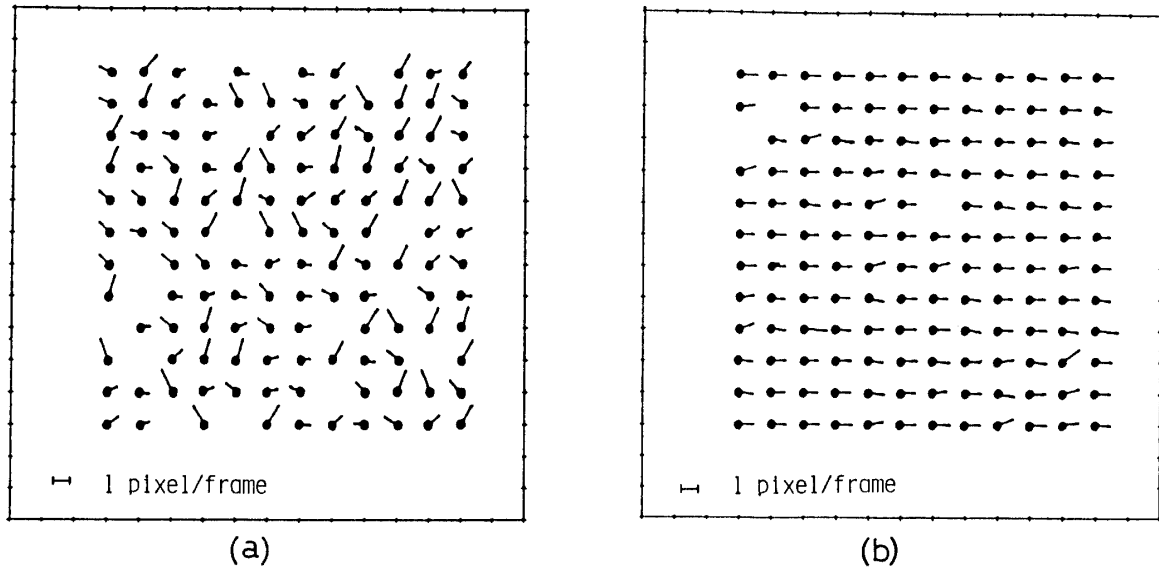


Fig. 5 Analyzed optical flow for artificial image of plane wave propagation. (a) analyzed by original spatio-temporal correlation method. (b) analyzed by newly-proposed method.

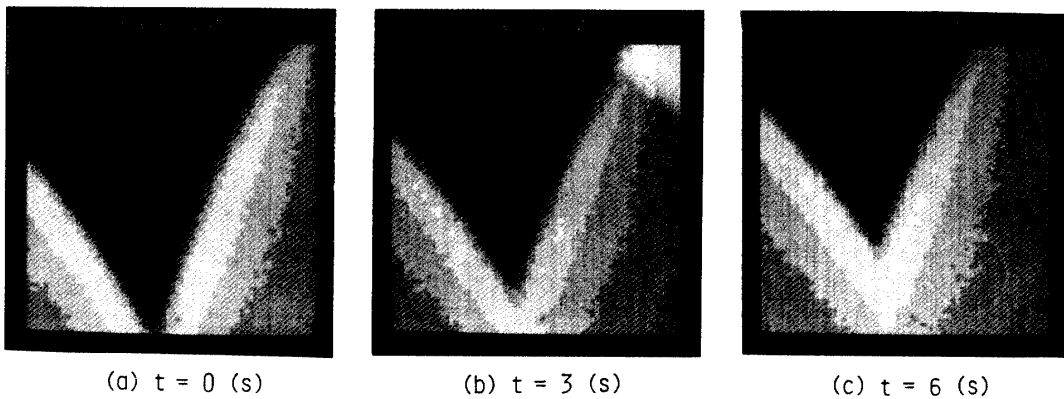


Fig. 6 Propagation and collision of chemical waves accompanied with BZ-reaction.

*最初のフレームですでに存在している物体が以後のフレームで続けて運動していく場合、最初のフレーム中の物体の端の部分が存在するような画素領域では、相関関数に対称性がなく、適切な相関値が求まらない。この影響で正しい速度ベクトルが求まらないことがある。これをここではエッジの効果と呼び、物体が注目している16近傍画素領域中を完全に通過しない場合に起こることが多い。

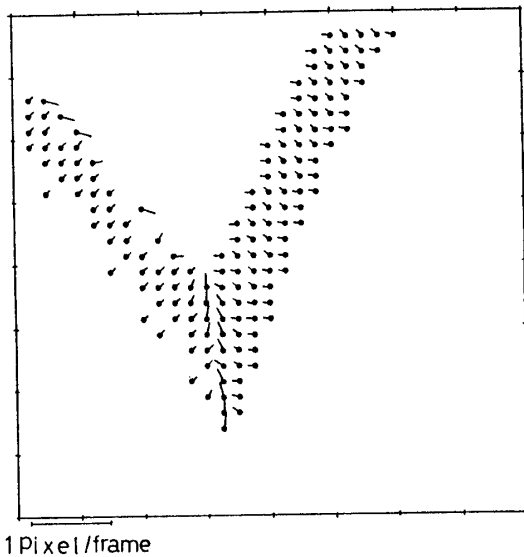


Fig. 7 An example of actual dynamic scene (propagation and collision of chemical waves) analysis with proposed new algorithm.

は、ロボットの目に代表されるように視覚として用いられる場合を想定して

- (1) リアルタイム処理を可能にするため計算時間の短縮化を行なう、
- (2) 現実のシーンを動画像として取り込んだ場合、曲率半径の大きい物体が入ってくる場合が多いが、今までの時空間相関法では解析が困難であった。平面波を含む多様な形状を持つ現実のシーンのオプティカル・フローが解析可能なアルゴリズムを提案する、

の二つの課題の達成を目的とした。これらの目的の下で、新アルゴリズムを開発しプログラムを実現したところ次のような結果が得られた。

- (1) 計算時間は従来の約1/5程度になった。
- (2) 平面波も解析可能であることがシミュレーションで確認できた。
- (3) 現実の画像の解析においても、提案したアルゴリズムは基本的に有効であることが確かめられた。

ところで、特に(3)では視察と一致していない部分もありまた精度等の点で問題が残されていることも確かである。今後の課題としては、精度の低下を定量的に検討しながら解析に必要な動画像の枚数をできるだけ少なくし速度場の時間変化の解析を可能とすることや、今回新しく提案した近似法に基づく解析アルゴリズムを理論的に見直し、画像モデルに基づく解析法と融合させさらに高精度のオプティカル・フローを得るアルゴリズムを確立すること、及びそれをもとに3次

元認識を行なう具体的方法を開発していくこと等があげられる。

謝辞

本研究を進めるにあたり助力頂いた工学部電気基礎工学講座並びに、工業短期大学部情報処理工学科の諸氏に謝意を表します。なお、本研究は一部文部省科学研究費補助金(一般研究C:1987年度及び1988年度)による。

参考文献

- 1) M. Davit: "Vision", Freeman Press, San Francisco (1982)
- 2) S. T. Barnard, W. B. Thompson: "Disparity analysis of images", IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., Vol. **PAMI-2**, No.4, pp.333-340 (1980)
- 3) J. M. Prager, M. A. Arbib: "Computing the Optic Flow: The MATCH Algorithm and Prediction", Compt. Graphics Image Process., Vol. **24**, pp.271-304 (1983)
- 4) P. Anandan, R. Weiss: "Introducing a Smoothness Constraint in a Matching Approach for the Computation of Displacement Fields", COINS Technical Report 85-38 (1985)
- 5) B. K. P. Horn, B. G. Schunck: "Determining Optical Flow", Artificial Intell. **17**, pp.185-203 (1981)
- 6) H.-H. Nagel, W. Enkelmann: "An Investigation of Smoothness Constraints for the estimation of Displacement Vector Fields from Image Sequences", IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., Vol. **PAMI-8**, No.5, pp.565-593 (1986)
- 7) M. Yachida: "Determining Velocity Maps by Spatio-Temporal Neighborhoods from Image Sequences", Compt. Graphics Image Process., Vol. **21**, pp.262-279 (1983)
- 8) K. Kanatani: "Tracing planar surface motion from projection without knowing the correspondence", Compt. Graphics Image Process., Vol. **29**, pp.1-12 (1984)
- 9) D. Terzopoulos: "Image Analysis Using Multigrid Relaxation Methods", IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., Vol. **PAMI-8**, No.2, pp. 129-139 (1986)
- 10) 飯間 昇, 小野木克明, 西村義行: "時空間微分法によるオプティカル・フローの検出可能性と3次元運動推定の一方法", 計測自動制御学会論文集, Vol. **24**, No.1, pp. 76-82 (1988)

- 11) H.-H.Nagel: "On a Constraint Equation for the Estimation of Displacement Rates in Image Sequences", IEEE Trans. Anal. Mach. Intell., Vol. 11, No.1, pp.13-30 (1989)
- 12) H. Miike, Y. Kurihara, K. Koga, H. Hashimoto: "Velocity-Field Measurement of a Vortex by Dynamic Image Processing", Japanese Journal of Applied Physics, Vol.25, No.5, pp.L409-412 (1986)
- 13) H. Miike, Y. Kurihara, H. Hashimoto, K. Koga: "Velocity-Field Measurement by Pixel-Based Temporal Mutual-Correlation Analysis of Dynamic Image", The Transactions of The IECE of Japan, Vol.E69, No.8, pp.877-882 (1986)
- 14) 三池秀敏, 栗原靖, 古賀和利: "画素時系列の相互相関解析を用いた動画処理による速度ベクトル場計測法の改良", 電子情報通信学会論文誌 D, Vol. J70-D, No.4, pp.836-839 (1987)
- 15) K. Koga, H. Miike, M. Momota: "Exact Determination of Optical Flow by Pixel-Based Temporal Mutual-Correlation Analysis", The Transactions of The IEICE, Vol.E70, No.8, pp.719-722 (1987)
- 16) 古賀和利, 三池秀敏: "動画からのオプティカル・フローの検出", 電子情報通信学会論文誌 D, Vol. J70-D, No. 8, pp.1508-1515, (1987)
- 17) 古賀和利, 三池秀敏: "動画の時空間相関に基づくオプティカル・フローの解析", 電子情報通信学会論文誌 D, Vol. J70-D, No.4, pp.1-10 (1989)
- 18) C. Vidal, P. Hanusse: "Non-equilibrium behavior in isothermal liquid chemical systems", International Reviews In Physical Chemistry, Vol.5, No.1, pp.1-55 (1986)
- 19) 三池秀敏: "B-Z 反応系の動画処理と流体现象", Sci. From, Vol.3, pp.155-184(1988)
- 20) 三池秀敏, 生駒実, 古賀和利: "動画処理による正弦波空間フィルタ速度計測法", 電子情報通信学会論文誌 投稿中

(平成元年4月15日)