

# 分解原理によるオフセット最適化 の演算効率に関する一考察

久井 守\*

A Consideration on the Computational Efficiency of the Offset Optimization  
Technique through Decomposition Principle

Mamoru HISAI

## Abstract

An algorithm has been proposed to optimize the offset patterns of traffic signals in the road networks through Varaiya's decomposition principle by authors. However, the convergency speed is not enough to apply the optimization technique to large scale road networks. So, in this study, the algorithm was modified to improve the computational efficiency. As the result, it was found from some examples that the number of iterations and CPU times were considerably reduced.

### 1. はしがき

閉ループを含む道路網上の交通信号機を対象としたオフセット最適化問題は、ループ閉合条件を制約条件として解かなければならない問題である。したがって、道路網のオフセット最適化問題は典型的な条件つき非線形最適化問題となり、これまであらゆる最適化手法の適用が試みられてきたところである。しかし、従来用いられてきた最適化手法の中には、道路網の規模が大きくなると演算時間が長くなり実際への適用が困難となるような手法が多くみられる。また、道路網全体を1つの最適化問題として解こうとすると道路網の局所的な交通条件に見合ったきめ細かい制御を行なうことが困難になるという欠点もでてくる。そこで筆者らは、短い計算時間で道路網のオフセット最適化を行なうことをねらいとして、すでに分解原理を適用した方法を提案している<sup>1),2)</sup>。すなわち、それは道路網全体をいくつかのサブエリア(部分問題)に分解し、この部分問題をくり返し解くことによって、短い計算時間で道路網全体の最適化を行なうことを提案したものである。このような方法によれば道路網の局所的な交通条件に対応した局所制御を導入することが可能になるといふ別の利点もでてくる。道路網の面制御では、目的関数は非線形の遅れ時間であり、制約条件は線形のル

ープ閉合条件であるという点を考慮すると、多くの分解原理のうち、Varaiyaの分解原理の適用が有効である。

本研究では、Varaiyaの分解原理を適用した従来の研究<sup>1),2)</sup>に改良を加え、解を得るのに必要な入力データの準備を簡略化し、また演算時間を短縮するためにいくつかの方法を試みたのでそれについて報告するものである。

### 2. オフセット最適化問題の定式化とその解法

#### 2.1 Varaiyaの分解原理<sup>3)</sup>

Varaiyaの分解原理が適用できる数式モデルはつぎのようなAngular構造を有するモデルである<sup>4)~6)</sup>。

$$\min z = f_1(\mathbf{x}_1) + f_2(\mathbf{x}_2) + \dots + f_n(\mathbf{x}_n) \quad (1)$$

subject to

$$A_1\mathbf{x}_1 + A_2\mathbf{x}_2 + \dots + A_n\mathbf{x}_n = 0 \quad (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} h_1(\mathbf{x}_1) = 0 \\ h_2(\mathbf{x}_2) = 0 \\ \dots \\ h_n(\mathbf{x}_n) = 0 \end{array} \right\} \dots (3)$$

最適解への収束を保証するためには目的関数 $f_i(\mathbf{x}_i)$ は真に凸な関数でなければならない。式(1)~(3)において、 $\mathbf{x}_i$ は列ベクトル、 $A_i$ は行列である。この最適化問題は $n$ 個の部分問題から構成されており、各部分問題は、 $h_i$

\*土木工学科

$(x_i) = 0$  なる制約条件と  $f_i(x_i)$  なる目的関数を有しており、各部分問題は式(2)の線形結合条件で規定されているのが特徴である。

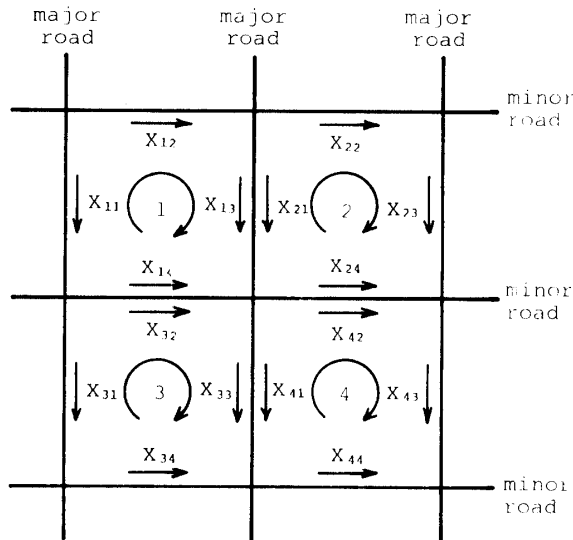


Fig. 1 Divided subsystems and definition of relative offsets

2.2 オフセット最適化問題の定式化

最適化計算の対象道路網は任意の形状でよいし、また大きさも任意でよいが、説明を簡単化するために、Fig. 1 のような道路網を例として、オフセット最適化問題を定式化する。サブエリアへの分解（部分問題のつくり方）も任意でよいが、ここでは1つのループを1つのサブエリア（部分問題）と考え、最適化問題全体を独立なループの数に等しい個数の部分問題に分解する。部分問題の相対オフセット  $x_i$  を決定ベクトルとする。ここで  $x_i$  は

$$x_i = \begin{pmatrix} x_{i1} \\ x_{i2} \\ x_{i3} \\ x_{i4} \end{pmatrix}$$

である。ここに  $i$  番目ループ、 $j$  番目リンクの相対オフセット  $x_{ij}$  はリンクの青開始時点のずれとし、上り方向に測るものとし、周期に対する比率で表わす。このようにするとループ閉合条件はループ（サブエリア）ごとに成り立ち、 $i$  番目のループではループ閉合条件は、

$$h_i(x_i) = x_{i1} - x_{i2} - x_{i3} + x_{i4} - c_i - N_i = 0 \tag{4}$$

となる。ここに  $c_i$  はループに含まれる4つの信号の現示率によって定まる定数であり、 $N_i$  は整数である。

つぎに隣接するループに共通するリンクについては、たとえば、 $x_{13} = x_{21}$  でなければならないので

$$\begin{cases} x_{13} - x_{21} = 0 \\ x_{14} - x_{32} = 0 \\ x_{33} - x_{41} = 0 \\ x_{24} - x_{42} = 0 \end{cases} \tag{5}$$

なる条件が必要である。これが式(2)の結合条件に相当するものである。行列  $A_i$  をつぎのように定義すると式(5)は式(2)の形に帰着する。

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A_2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

目的関数は、リンクの遅れ時間の総和とし、つぎのように表わす。

$$f_i(x_i) = \sum_{j=1}^4 f_{ij}(x_{ij}) \tag{6}$$

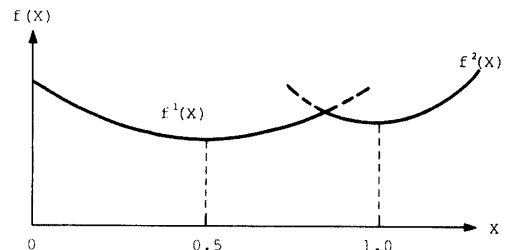


Fig. 2 Delay function

すなわち、1つのリンクの遅れ時間はそのリンクの相対オフセット  $x_{ij}$  のみの関数とする。また、1つのリンクの遅れ時間  $f_{ij}(x_{ij})$  は、Fig. 2 に示すように2つの2次放物線で近似し、次式で表わす。

$$f_{ij}(x_{ij}) = \alpha_{ij} f_{ij}^1(x_{ij}) + (1 - \alpha_{ij}) f_{ij}^2(x_{ij}) \tag{7}$$

ここに、 $f^1(x)$  は  $x=0.5$  付近で極小となり、 $f^2(x)$  は  $x=1.0$  付近で極小となる放物線である。遅れ時間をこのような2つの放物線で近似したのは、Fig. 3 のように交差点発進時の交通パタンのピークが1つであり、また上り下りのパタンが等しく、かつ上り下りの交通量が

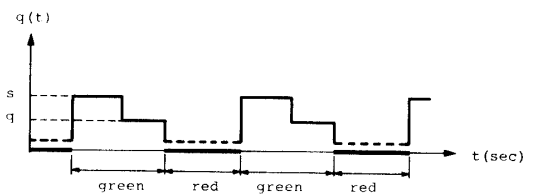


Fig. 3 Traffic pattern departing from signalized intersection

等しい場合では、遅れ時間は  $x=0.5$ ,  $x=1.0$  またはその近傍において最小になることを考慮したものであり、また平等オフセットでは、最適オフセットは  $0.5$  または  $1.0$  のいずれかであることをも考慮したものである。このように遅れ時間を式(7)のように近似した場合、 $\alpha_{ij}$  は  $0$  または  $1$  でなければならない。したがって、オフセットパタンの最適化では、 $x_{ij}$  の最適化と同時に  $\alpha_{ij}$  の最適化も同時に行なうことが必要になる。

### 3. 最適化計算の方法

#### 3.1 最適化のアルゴリズム

田村<sup>5)</sup>および児玉ら<sup>6)</sup>によると、Varajya の分解原理によって最適解を得るためのアルゴリズムはつぎのとおりである (Fig. 4 参照)。

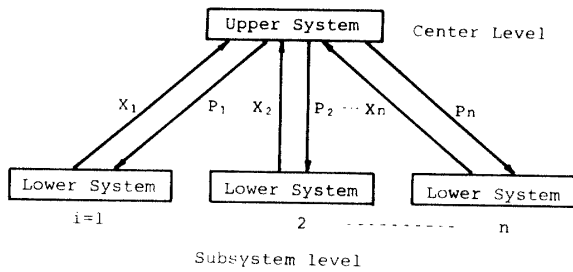


Fig. 4 Two level system of the offset optimization

ステップ 1: 補助パラメータ  $p_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) の初期値を任意に設定する。ここに

$$p_i = \begin{bmatrix} d_{i1} \\ d_{i2} \\ d_{i3} \\ d_{i4} \end{bmatrix}$$

である。

ステップ 2:  $n$  個の部分問題

$$\min\{f_i(x_i) + p_i^T x_i\} \quad (8)$$

$$\text{subject to } x_{i1} - x_{i2} - x_{i3} + x_{i4} - C_i - N_i = 0 \quad (9)$$

を解く ( $i = 1, 2, \dots, n$ )。

ステップ 3: 誤差ベクトル

$$e = \sum_{i=1}^n A_i x_i \quad (10)$$

を計算し、もし  $\|e\| \leq \epsilon$  なら計算を終了し、そうでない場合は、

$$p_i^{K+1} = A_i^T e \Delta t + p_i^K \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (11)$$

によって補助パラメータを変更してステップ 2 にもどる。ここに  $K$  はくり返し回数、 $\Delta t$  は補助パラメータ変更のステップ幅、 $\epsilon$  は許容誤差である。

#### 3.2 遅れ時間関数の放物線近似

遅れ時間は、TRANSYT 交通流モデルによって求め、これに放物線をあてはめて遅れ時間関数を作成する。その場合、交差点発進時の交通パタンは、Fig. 4 に示すような階段波とする。すなわち、交通パタンは上流信号の影響を受けない定形波と仮定する。この交通パタンを固定したままオフセット  $0 \sim 1$  の範囲を  $0.02$  きざみで変化させ、 $50$  通りの遅れ時間を求め、それを  $2$  つの放物線で近似する。そのようにして得られた遅れ時間関数の例を Fig. 5 に示す。

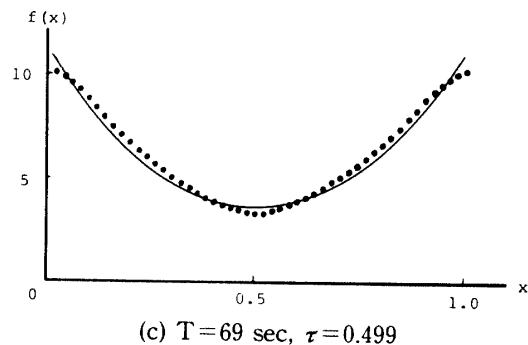
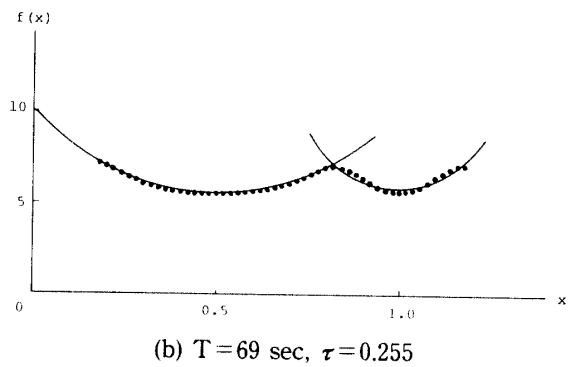
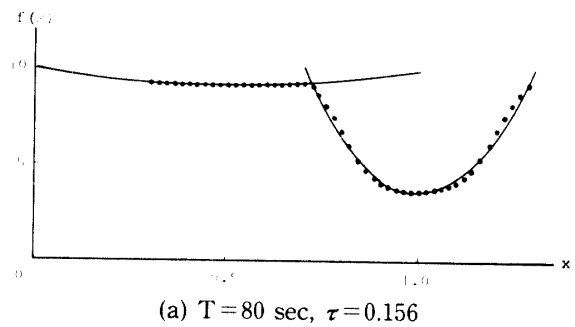


Fig. 5 Examples of delay function



部分問題の解が結合条件を満足しない場合は、補助パラメータ  $p_i$  の値を変更してサブシステムに送り返す。この場合、変更のステップ幅  $\Delta t$  の値が解の収束に大きく影響することは従来の研究<sup>2)</sup>で指摘したとおりであるが、本研究では、 $\Delta t$  の値を一定に保つことはせず、解の収束状況に応じて  $\Delta t$  の値を調整する方法によって最適化計算を行なった。 $\Delta t$  を調整する基本的考え方はつぎのとおりである。

(1)  $\Delta t$  は共通リングごとに異なる値を与える。

(2) 解の収束誤差が小さくなったリンクについては  $\Delta t$  を大きくする。

(3) 収束誤差の符号が変化したリンクについては  $\Delta t$  を小さくする。

(4)  $\Delta t$  の初期値とその変化量は、リンクの走行所要時間を周期で基準化した値が小さいリンクでは大きいリンクより大きくする。

一般的傾向としては、解の収束誤差が小さくなるにしたがって収束速度が小さくなるので、収束誤差が小

さくなるにしたがって、 $\Delta t$  の値を大きくするが、共通リンクの誤差の符号が変化した場合は、 $\Delta t$  の値が大きすぎたと考えて  $\Delta t$  を減少させるというのが基本的考え方である。また、信号区間距離と信号周期は遅れ時間関数に大きく影響し、ひいてはそれが解の収束性に大きく影響することが考えられるので、その点を考慮したのが(4)である。ただし、本研究では、 $\Delta t$  調整の定量的、一般的方法を明らかにするまでには至っておらず、計算例では、 $\Delta t$  の値を試行錯誤で調整したにすぎないが、 $\Delta t$  を一定に保った従来の研究<sup>2)</sup>に比較してかなり収束速度を速くすることができた。

#### 4. 計算例

以上述べた最適化の方法によって、5行4列からなる道路網について計算を行なった。信号区間距離は従来の研究<sup>2)</sup>と同一の値であり、これは、ランダムに与えたものである。交通量、飽和流量、右左折率、現示率、損失時間などの条件も同一である。信号周期  $T=40$ ,

(1.000)	1.020	(0.500)	0.611	(0.500)	0.686
(0.500)	(0.500)	(0.500)	(0.500)	(0.500)	(0.500)
0.484	0.483	0.483	0.470	0.471	0.694
(1.000)	1.019	(0.500)	0.598	(0.500)	0.908
(0.500)	1.019	(0.500)	0.597	(0.500)	0.908
(1.000)	(0.500)	(0.500)	(0.500)	(0.500)	(0.500)
0.396	0.372	0.372	0.640	0.641	0.452
(1.000)	0.994	(0.500)	0.866	(0.500)	0.719
(1.000)	0.993	(1.000)	0.864	(0.500)	0.718
(0.500)	(1.000)	(1.000)	(0.500)	(0.500)	(0.500)
0.458	0.934	0.935	0.478	0.479	0.674
(0.500)	0.469	(0.500)	0.407	(0.500)	0.913
(0.500)	0.468	(0.500)	0.406	(1.000)	0.913
(0.500)	(0.500)	(0.500)	(0.500)	(0.500)	(1.000)
0.418	0.478	0.479	0.500	0.501	1.027
(0.500)	0.465	(0.500)	0.428	(0.500)	0.439

T=70sec

Fig. 6 Initial offsets and optimum offsets obtained from decomposition principle

60, 70, 80, 100, 120sec の 6 ケースについて計算を行なった。演算に要した CPU タイムと反復回数  $K$  はつぎのとおりである。( ) 内の数字は従来の研究<sup>2)</sup>の反復回数である。

$T=40\text{sec}$ の場合	CPUタイム=2.7sec	$K=14$
$T=60\text{sec}$ の場合	CPUタイム=2.3sec	$K=1$ (14)
$T=70\text{sec}$ の場合	CPUタイム=2.7sec	$K=19$
$T=80\text{sec}$ の場合	CPUタイム=2.7sec	$K=13$ (42)
$T=100\text{sec}$ の場合	CPUタイム=3.0sec	$K=11$ (56)

$T=120\text{sec}$  の場合 CPUタイム=3.1sec  $K=11$  (2)  
CPU タイムはコンパイル等に要する時間と遅れ時間関数の作成に要する時間を含んだ時間である。収束の反復回数は、従来の研究<sup>2)</sup>では14~56回であったものが、同一の計算条件で、20回以下に減少していることがわかる。反復回数が1~2回のケースは、初期解がすでに結合条件をほぼ満足している場合である。

$T=70\text{sec}$  の場合の計算結果を、Fig.6~Fig.9 に示す。Fig.6 は初期オフセットと最適オフセットをリン

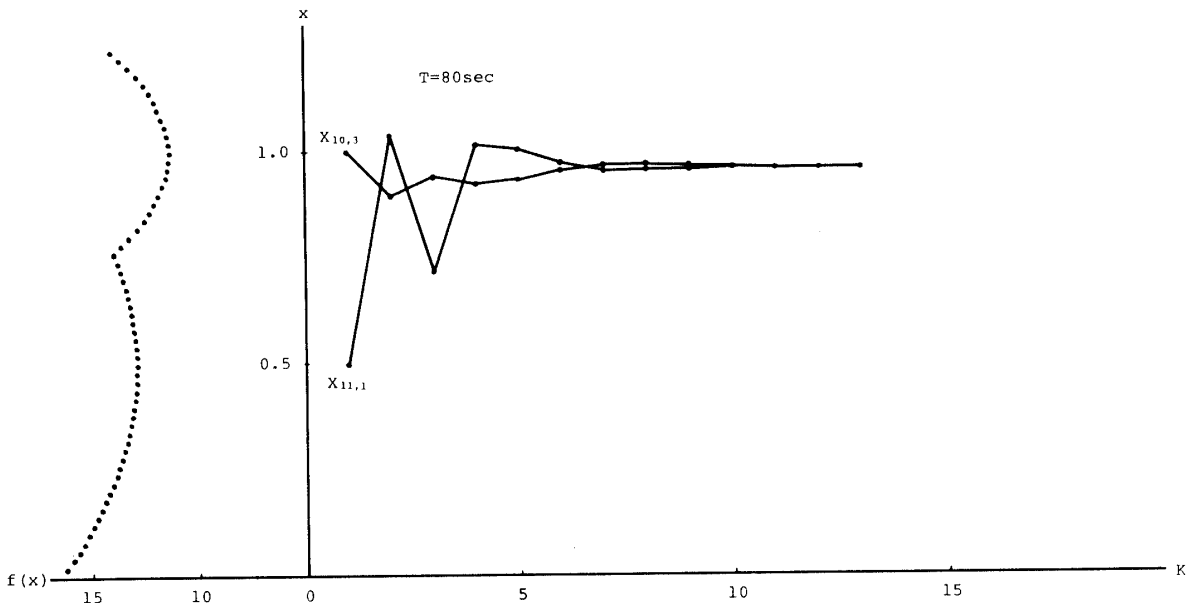


Fig. 7 Convergence of the two offsets on the common link of adjacent subareas

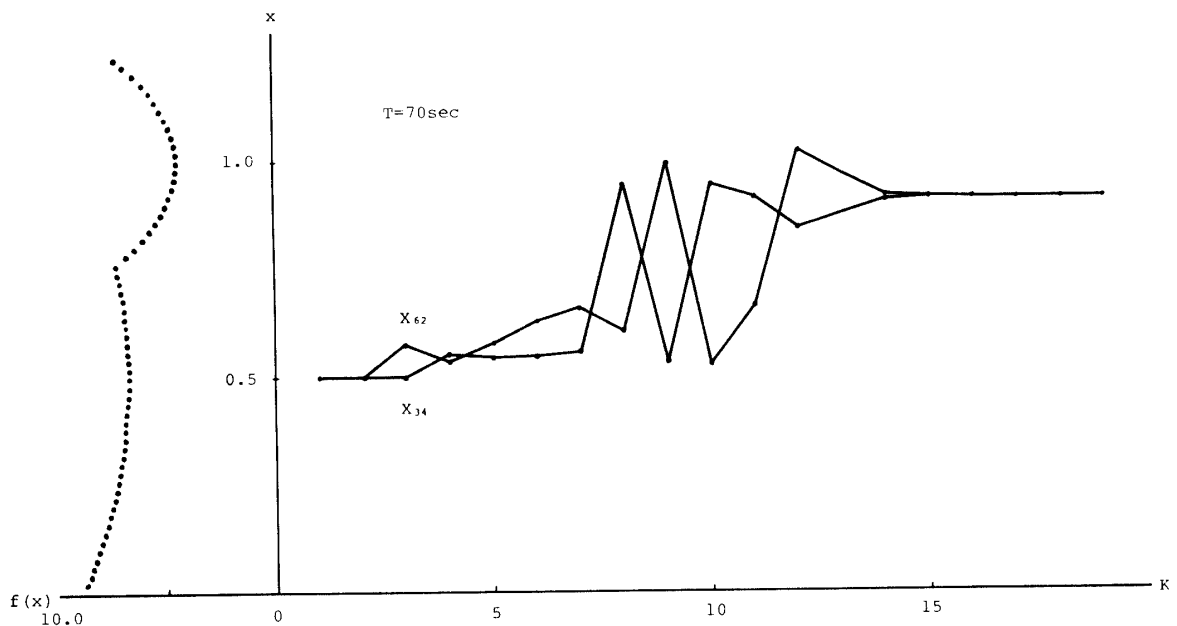


Fig. 8 Convergence of the two offsets on the common link of adjacent subareas

ク別に示したものである。Fig. 7 および Fig. 8 は共通リンクのオフセットの収束過程を示している。Fig. 8 の  $x_{34}$  と  $x_{62}$  はかなり変動しながら、しかし一定の値に

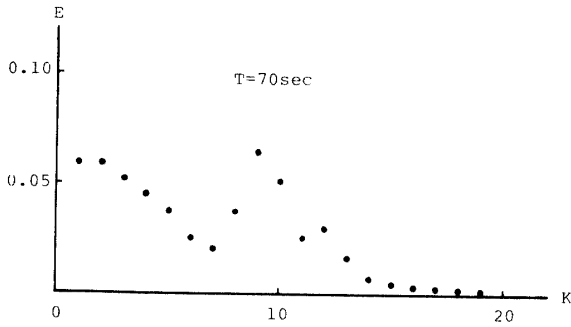


Fig. 9 Reduction of discrepancy for the offset-closure conditions

収束していることがわかる。Fig. 9 は平均収束誤差  $E$  の収束状況を示したものである。この  $E$  は誤差ベクトル  $e$  の要素の絶対値の平均値である。反復回数10回目前後で収束誤差が大きくなっているが、その後、単調に減少していることがわかる。

つぎに  $T=80\text{sec}$  の場合の計算結果を Fig. 10 ~ Fig. 12 に示す。この場合は、平均収束誤差  $E$  は単調に減少していることがわかる。

(1.000)	1.007	(0.500)	0.492	(0.359)	0.341
(0.500)	(0.500)	(0.500)	0.500)	(0.640)	(0.356)
0.494	0.506	0.505	0.576	0.575	0.338
(1.000)	1.019	(0.500)	0.564	(1.075)	(1.104)
(1.000)	1.019	(0.500)	0.565	(1.088)	(1.104)
(1.000)	(1.000)	(1.000)	(0.500)	(0.330)	(0.584)
0.938	0.995	0.995	0.434	0.432	0.620
(1.000)	1.077	(1.000)	1.004	(0.342)	0.293
(1.000)	1.077	(1.000)	1.005	(0.332)	0.293
(0.500)	(1.000)	(1.000)	(0.500)	(0.631)	(0.391)
0.336	1.048	1.048	0.618	0.617	0.378
(0.500)	0.790	(0.500)	0.576	(1.093)	1.054
(1.000)	0.790	(0.500)	0.577	(1.000)	1.055
(0.500)	(1.000)	(0.500)	(0.500)	(0.500)	(1.000)
0.402	0.959	0.958	0.567	0.567	1.004
(0.500)	0.348	(0.500)	0.186	(0.500)	0.492

T=80sec

Fig. 10 Initial offsets and optimum offsets obtained from decomposition principle

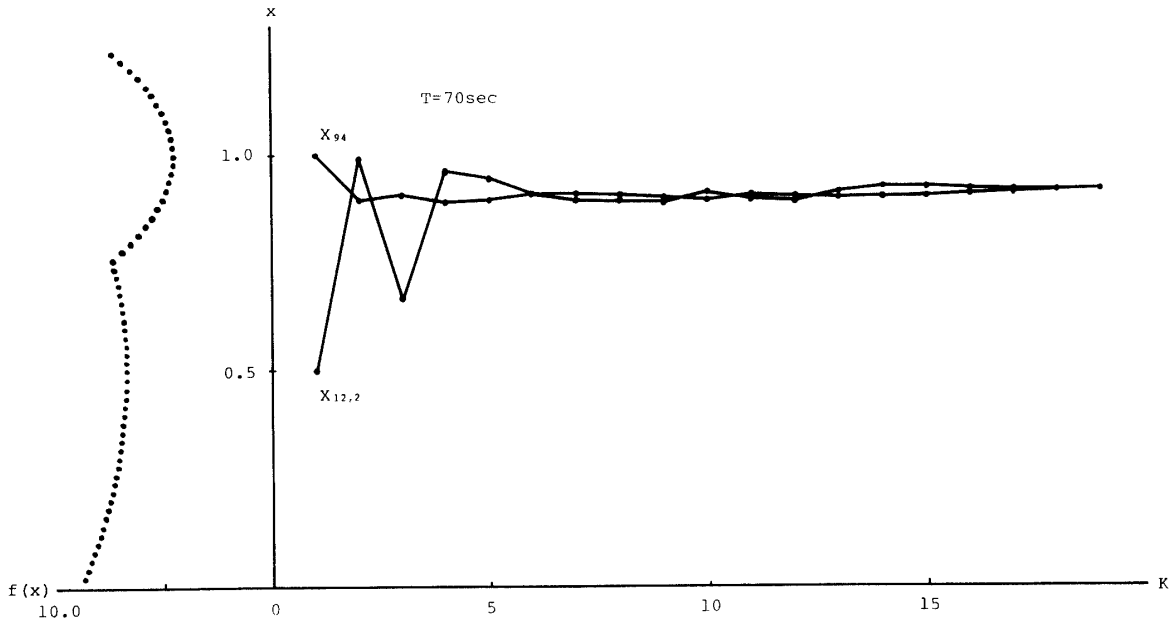


Fig. 11 Convergence of the two offsets on the common link of adjacent subareas

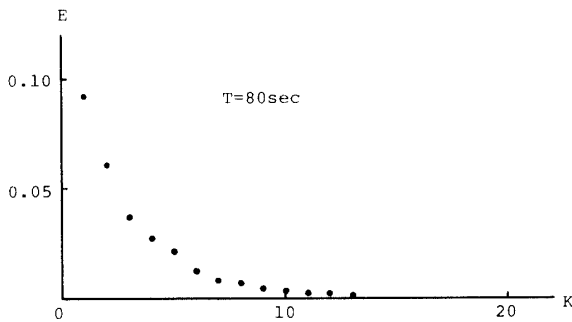


Fig. 12 Reduction of discrepancy for the offset-closure conditions

5. むすび

本研究は、Varaiya の分解原理によって道路網のオフセット最適化を行なった従来の研究を改良し、計算効率を向上させ、入力データ作成を省力化したものである。その改良点はつぎのとおりである。

- (1)従来の研究では、連立方程式を逐一解いて部分問題の解を求めていたのを、本研究では、逆行列を求めて解く方法を提案し計算時間の短縮を図った。
- (2)補助パラメータを変更するときのステップ幅  $\Delta t$  の値は一定値とせず、収束状況に応じて変化させて収

束速度を向上させ、反復回数を少なくした。

(3)結合条件式の係数行列をコンピュータ内で自動的に作成し、入力データ作成時の省力化を行なった。

本研究では、卒研究生の牧晴彦君に計算方法の改良とプログラム作成で協力をいただいた。ここに記して謝意を表する次第である。なお計算は、山口大学情報処理センター ACOS-850 によった。

参 考 文 献

- 1) 久井守：分解原理のオフセット最適化問題への適用可能性について、徳山工業高等専門学校研究紀要, No. 6, 143~150 (1982)
- 2) 久井守：分解原理による街路網のオフセット最適化に関する研究, 土木学会論文報告集, No. 347, 69~76 (1984)
- 3) Varaiya, P.: Decomposition of large-scale systems, J. SIAM Control, Vol. 4, No. 1, 173~178 (1966)
- 4) 田村担之：大規模数理計画法, システムと制御, Vol. 21, No. 1, 54~55 (1977)
- 5) 田村担之：大規模システムの最適化理論, 電気学会雑誌, Vol. 92, No. 11, 23~27 (1972)
- 6) 児玉慎三, 馬場鎮一：Varaiya 氏の分解原理による線形系の最適制御, 電気学会雑誌, Vol. 88, No. 7, 209~218 (1968)

(昭和60年10月15日 受理)