

圧電素子で駆動される小型フレキシブルロボット
アームの先端保持変位制御

長南 征二 佐藤 秀弘 江 鐘偉

日本設計工学会
設計・製図 第26巻 第11号(1991)別刷

圧電素子で駆動される小型フレキシブルロボット アームの先端保持変位制御*

End-point Holding Control of a Miniature Flexible Robotic Arm Driven by Piezoelectric Bimorph Cells

長南 征二** 佐藤 秀弘*** 江 鐘偉****
(Seiji CHONAN) (Hidehiro SATO) (Zhong-wei JIANG)

Theoretical analysis is presented for the end-point holding control of a miniature flexible robotic arm, whose base is under a lateral fluctuation. The arm is driven by piezoelectric bimorph cells cemented on the surface of the arm. It is controlled so that the end-point stays precisely at its initial position in the co-ordinate frame moving with the arm. A theoretical solution is obtained by assuming the cell-arm system as a stepped beam, further by applying the time-discrete method to the governing equations of the system. Obtained numerical results show that the piezoelectric bimorph cells with the use of the PID control are sufficient to suppress the vibration of the arm and make the arm tip stay at its initial position even if the arm is disturbed by translational fluctuation.

1. 緒言

近年、産業用ロボットマニピュレータに対する生産性の向上、エネルギーの節減の要求のため、その高速・軽量化の実現が工業上の重要な課題となっている。また、宇宙構造物に対しては大型化、軽量化が要求され、系が全体として柔軟化する傾向にある。このような場合アームの剛性が低下し、弾性変形によるたわみや振動が発生し易くなるため位置決め精度の低下という問題が発生する。以上のような背景により、ここ数年来フレキシブルアームについての研究が数多くなされるようになってきた。一般に弾性アームのアクチュエータとしてはサーボモータが多く使用されている。モータの回転をボールねじやギヤを用いて伝達すると、バックラッシュや摩擦のため高精度、高速な位置決めは困難である。さらに、アームが小型の場合、サーボモータは寸法の点からアクチュエータとして不向きである。これに対し圧電素子は応答速度が高く、変位精度が高い、モータのように機構によって運動を変換する必要がないため誤差がない、寸法に対して発生力大きいなどの利点がある⁽¹⁾。このため最近、圧電素子を

アクチュエータとして用いた研究がなされている。Tzou^(2,3)、谷ら⁽⁵⁾は圧電素子を用いてアームの振動制御を行っている。また、江ら^(4,5)は圧電素子をアクチュエータとして用い、揺動面に追従する小型フレキシブルアームの開発を行った。いずれの場合もアーム根元は静止した状態を考えている。アームの様々な状態での高速、高精度な制御を実現するためにはアーム根元に加わる外乱の影響をも考慮する必要がある。アーム根元が加振された場合、アームの固有振動数との関係で先端が大きく振動することがある。そのことを考えると、アーム根元が加振された場合のアーム先端の変位制御法を確立しておく必要があるように思われる。

以上の点に鑑み、本研究は外乱によりアーム根元が加振される小型フレキシブルアームを取り上げ、圧電素子を駆動して、アームと共に移動する座標に関し、アーム先端を初期位置に保持、静止させるアクティブ制御問題を解析する。制御方法としてアーム先端情報を直接センサで計測しフィードバックするPID閉ループ制御法を導入し、本制御法が圧電素子で駆動される弾性アームの位置制御に有効であるか否かを検討する。理論解析ではアームを段付きはりと考え、運動方程式にモード展開法を適用、サンプリング周期で離散化し応答を求めらる。

* 原稿受付・1990年11月15日
** 正会員 東北大学工学部(〒980 仙台市青葉区荒巻字青葉)
*** 東北大学大学院(〒980 仙台市青葉区荒巻字青葉)
**** 東北大学工学部(〒980 仙台市青葉区荒巻字青葉)

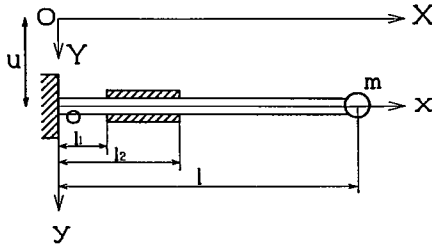


図1 解析モデル.

2. 理論解析

図1に本解析で用いた、圧電素子をアクチュエータとするフレキシブルアームのモデルを示す。圧電素子は電圧を加えると印加電圧に応じて伸長あるいは収縮し、素子の発生する曲げモーメントによりアームが駆動される。図中、 $O-XY$ は空間に置かれた固定座標系である。一方、 $o-xy$ はアームに固定され、揺動するアームと共に運動する座標系である。アーム固定端に原点 o を置きアームに沿って x 軸、またこれに垂直に y 軸をとっている。アーム根元が変位 $u(t)$ なる外乱を受けると、それぞれの座標系に関するアームの変位 Y と y との間には

$$Y = y + u(t) \tag{1}$$

なる関係が成立する。アームが面内でのみ振動すると仮定すると、アームに固定された座標 $o-xy$ に関するアームの運動方程式は、

$$\begin{aligned} & [\rho(x)A(x) + m\delta(x-l)]\partial^2 y / \partial t^2 \\ & + \partial^2 / \partial x^2 [E(x)I(x)(1 + c\partial / \partial t)\partial^2 y / \partial x^2] \\ & = M[\delta'(x-l_1) - \delta'(x-l_2)] \\ & - [\rho(x)A(x) + m\delta(x-l)]d^2 u(t) / dt^2 \end{aligned} \tag{2}$$

となる。ここに

$$\begin{aligned} \delta'(x) &= d\delta(x) / dx \\ \rho(x)A(x) &= \begin{cases} \rho_b A_b & (0 \leq x \leq l_1, \\ & l_2 \leq x \leq l) \\ (\rho A)_{bp} & (l_1 \leq x \leq l_2) \end{cases} \\ E(x)I(x) &= \begin{cases} E_b I_b & (0 \leq x \leq l_1, \\ & l_2 \leq x \leq l) \\ (EI)_{bp} & (l_1 \leq x \leq l_2) \end{cases} \end{aligned} \tag{3}$$

また

- ρ : アームの密度
- A_b : アームの断面積
- E_b : 縦弾性係数
- I_b : 断面二次モーメント
- m : 先端質量
- c : 内部減衰係数

$\delta(\cdot)$: Dirac のデルタ関数

$(\rho A)_{bp}$: 圧電素子をはりつけた部分のアームの単位長さ当りの質量

$(EI)_{bp}$: 圧電素子をはりつけた部分の曲げ剛性

また、 M は素子が印加電圧によって発生するはり単位長さあたりの曲げモーメントで、結晶物理学によると $M = k(d_{31}/h_p)V$ で近似できる。ここに V は印加電圧、 d_{31} は圧電横効果の圧電定数、 h_p は圧電素子の厚さ、 k ははりとも圧電素子の縦弾性係数と断面寸法により定まる定数である。

以下、モード級数展開法を用いて式(2)を解くこととする。始めに系のモード関数を求める。アームは中間に圧電素子を有するため、アームの断面はその部分で不連続となる。いま、アームを3つの等断面部に分け固定端側から i 番目のはりを i とすると、そのモード関数は

$$\begin{aligned} w^i(x) &= A^i S(\xi^i x) + B^i T(\xi^i x) \\ &+ C^i U(\xi^i x) + D^i V(\xi^i x) \\ &+ \bar{m} l \xi^i w^i(l) V[\xi^i(x-l)] H(x-l) \end{aligned} \tag{4}$$

$i = 1, 2, 3.$

ここに

$H(\cdot)$: Heaviside の単位ステップ関数であり、また

$$\begin{aligned} (\xi^1)^4 &= (\xi^3)^4 = k^2 \rho_b A_b / (E_b I_b) \\ (\xi^2)^4 &= k^2 (\rho A)_{bp} / (EI)_{bp} \\ \bar{m} &= m / \rho_b A_b l \\ S(\xi x) &= [\cosh(\xi x) + \cos(\xi x)] / 2 \\ T(\xi x) &= [\sinh(\xi x) + \sin(\xi x)] / 2 \\ U(\xi x) &= [\cosh(\xi x) - \cos(\xi x)] / 2 \\ V(\xi x) &= [\sinh(\xi x) - \sin(\xi x)] / 2 \end{aligned} \tag{5}$$

図1に見られるアームの境界条件と、各はりの結合部において変位、傾きが連続及びモーメント、せん断力が平衡であることを用いて、式(4)の固有値 ξ^i と未定係数 $A^i \sim D^i$ が決定される。

アームのモード関数、式(4)を用いて、式(2)の解を

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^N w_n^i(x) f_n(t) \quad i = 1, 2, 3 \quad (6)$$

とおく。式(6)を式(2)に代入し、さらに正規関数の直交性

$$\int_0^l [\rho(x)A(x) + m\delta(x-l)] w_n(x) w_m(x) dx = \begin{cases} 0 & \text{if } m \neq n \\ \phi_n & \text{if } m = n \end{cases} \quad (7)$$

を用いると次式を得る。

$$d^2 f_n(t)/dt^2 + k^2 c f_n(t)/dt + k^2 f_n(t) = R_n - S_n \quad (8)$$

ここに

$$R_n = M(t)/\phi_n [dw_n(l_2)/dx - dw_n(l_1)/dx] \\ S_n = d^2 u/dt^2 / \phi_n \int_0^l [\rho(x)A(x) + m\delta(x-l)] w_n(x) dx \quad (9)$$

以下、圧電アクチュエータの発生する曲げモーメント M を制御し、アーム先端を座標系 $o-xy$ に関する初期位置 $y_0 = 0$ に保持、静止させる問題を考える。アームの制御法としてはPID (比例+微分+積分) 制御法を使用し、アーム先端の位置および速度をフィードバック信号として用い、素子に加える電圧を制御、圧電素子を駆動する。この場合圧電アクチュエータがアームに加える曲げモーメントは

$$M(t) = -G_p y(l, t) - G_v \dot{y}(l, t) - G_I \int_0^t y(l, \tau) d\tau \quad (10)$$

と表される。ここで $y(l, t)$ 、 $\dot{y}(l, t)$ はアーム先端の変位と速度、 G_p 、 G_v および G_I はそれぞれ位置、速度および積分フィードバックゲインである。式(8)を解くにあたりサンプリング周期 T で離散化する。この時、各区間 $(N-1T, NT)$ での制御力を一定にし、この区間の出発点を $\tau = 0$ とすると、時間域 $0 < \tau < T$ において式(8)は

$$\ddot{f}_n(\tau) + 2\mu \dot{f}_n(\tau) + k^2 f_n(\tau) = R_n(N-1T) - S_n(N-1T) \quad (11)$$

と表される。Duhamel積分を用いれば式(11)の解は

$$y_n(NT) = \exp(-\mu T) [B_n \cos(p_d T) + C_n \sin(p_d T)] + [R_n(N-1T) - S_n(N-1T)] [1 - \exp(-\mu T) (\cos(p_d T) + \mu \sin(p_d T)/p_d)] / (\mu^2 + p_d^2) \quad (12)$$

と求まる。ここに

$$2\mu = k^2 c \\ p_d = \sqrt{k^2 - \mu^2} \\ B_n = y(N-1T) \\ C_n = [\mu y(N-1T) + \dot{y}(N-1T)] / p_d \quad (13)$$

以下、式(12)につき数値計算を行うこととする。

3. 数値計算例

前章までの解析に基づき、はりの振動モードを3次まで考慮しサンプリング周期 $T = 5$ (msec) として数値計算を行った。計算に用いたパラメータの値を表1に示す。アームは、銅製のはりを仮定しており、はり

表1 アームのパラメータ

	アーム	圧電素子
長さ(mm)	168.4	40.9
幅(mm)	12.2	12.2
厚さ(mm)	0.3	0.65
密度(Kg/m ³)	8.67×10 ³	7.8×10 ³
縦弾性係数(N/m ²)	102.47×10 ⁹	58.03×10 ⁹

の根元から素子までの距離は10(mm)、内部減衰係数は 4.08×10^{-4} (s)、先端質量は8.7(g)とする。この場合、1次固有振動数は2.97(Hz)、2次固有振動数は25.5(Hz)となる。また、フィードバックゲイン G_p 、 G_v と G_I は、シミュレーション結果を参考にしながら、適宜設定する。

基礎に加わる外乱としては、まず以下の式(14)で表されるものを用いるとする。

$$u(t) = \begin{cases} 10 \sin^2 \omega t & (0 \leq t \leq \pi/2\omega) \\ 10 & (\pi/2\omega \leq t) \end{cases} \quad (14)$$

$u(t)$ を図示すると図2のようになる。以下に示す先端変位の応答は、アームと共に移動するアーム根元に固定された座標系 $o-xy$ より見たものである。図3は $\omega = \pi$ の場合、すなわち図2に示す外乱が0.5秒間で10(mm)立ち上がりその後静止する変位がアーム根元に加わった時のアーム先端変位の時間応答である。(a)は制御力をかけない場合、(b)は最も早くアーム先端が目標位置に収束するようなフィードバックゲインを選び制御した場合である。(a)ではアーム先端が目標位置を中心に振動し減衰が小さいが、(b)ではほぼ目標位置に保持で

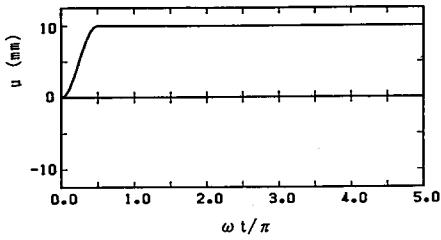


図2 基礎に加わる外乱. $u(t) = 10\sin^2\omega t$ ($0 \leq t \leq \pi/2\omega$), $10(\pi/2\omega \leq t)$

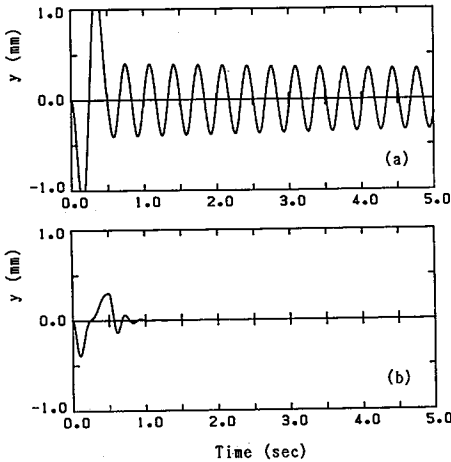


図3 先端変位の時間変化. $\omega = \pi$; (a)フィードバックをかけない場合 ($G_p = G_v = G_I = 0$); (b) $G_p = 500, G_v = 200, G_I = 0$.

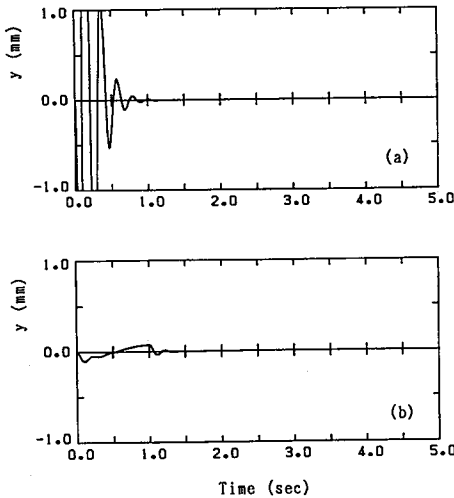


図4 外乱の立ち上がり時間を変化させた時の先端変位の時間変化. $G_p = 500, G_v = 200, G_I = 0$; (a) $\omega = 5\pi$; (b) $\omega = 0.5\pi$.

きている。図4は、図3と同じゲインのもとで、外乱の立ち上がりを $\omega = 5\pi, 0.5\pi$ と変えた場合(図2に示す外乱の立ち上がり時間が、それぞれ0.1秒と1秒の場合)の先端変位の変化である。根元がゆっくり動く(b)では根元静止後すぐに先端は収束しているが、立ち上がりが急な(a)の場合は初めの振幅が大きく、収束までに根元静止後1秒近く要している。外乱の立ち上がりに応じて適当なゲインを選べば、アーム先端をさらに早く収束させることができる。

次に基礎に正弦波の外乱を加えた場合について検討する。図5は振幅2(mm)、振動数1(Hz)の正弦波を $t = 0$ よりアーム根元に加えた場合の応答を示したも

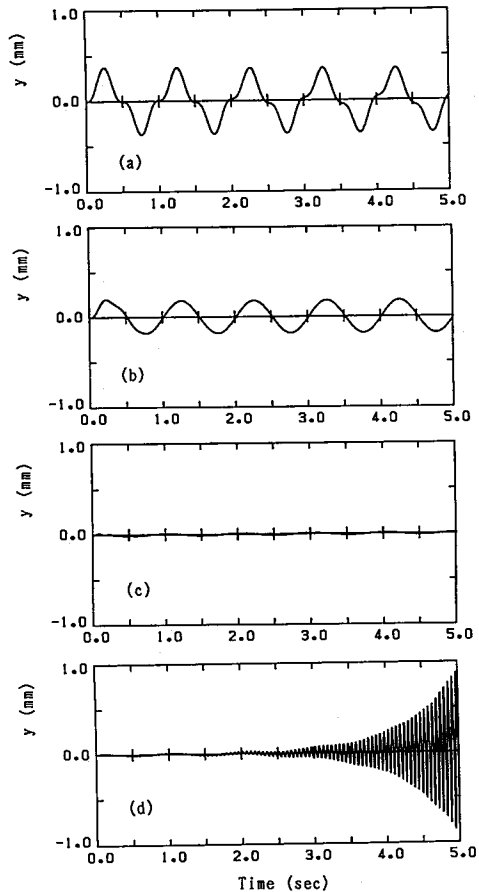


図5 先端変位の時間変化. 外乱は振幅2(mm)、1(Hz)の正弦波;
 (a) $G_p = 0, G_v = 0, G_I = 0$;
 (b) $G_p = 200, G_v = 100, G_I = 0$;
 (c) $G_p = 1500, G_v = 500, G_I = 300$;
 (d) $G_p = 3000, G_v = 626, G_I = 300$.

のである。(a)は制御を行わない場合、(b)(c)(d)はそれぞれのフィードバックゲインで制御を加えた場合である。図より、ゲインを調整してアーム先端を静止させることが可能であるのがわかる。図6は、アームの1次固有振動数(2.97Hz)に近い3Hzの正弦波を用い、振幅2(mm)で加振した場合の結果を示す。(a)の縦軸の最大値は50(mm)であり、(b)(c)(d)の最大値は1.0(mm)である。また図7は、この時のアームの振動形の時間変化であり、図(a)と(b)はそれぞれ図6の(a)と(c)に対応する。このように1次固有振動数に近い周波数で加振される場合は、フィードバック制御をか

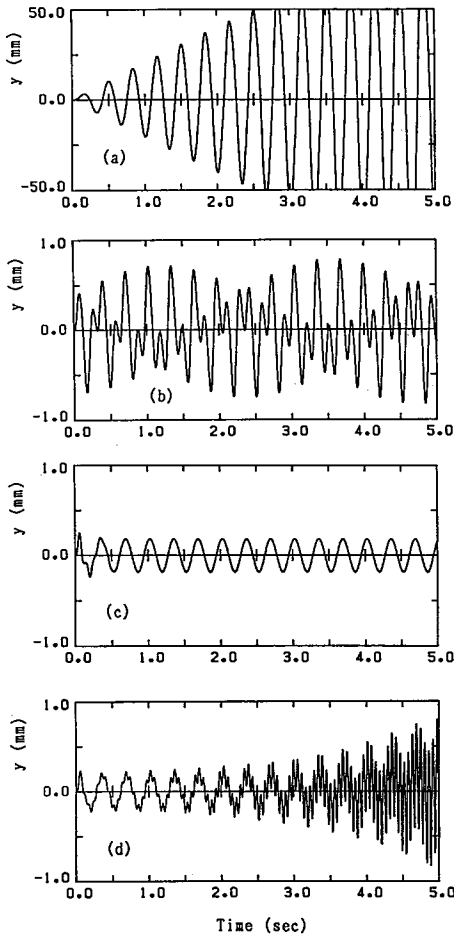


図6 先端変位の時間変化。外乱は振幅2(mm)、3(Hz)の正弦波；
 (a) $G_p = 0, G_v = 0, G_I = 0$;
 (b) $G_p = 1200, G_v = 500, G_I = 300$;
 (c) $G_p = 3000, G_v = 600, G_I = 500$;
 (d) $G_p = 3000, G_v = 655, G_I = 500$.

けてもアーム先端を完全に静止させることはできないが(図6(c))、制御をかけない場合(図6(a))に比べて振幅を小さく抑えることができ制御効果が認められる。また図5、6の(b)(c)(d)より、外乱の周波数が低いほど、アーム先端変位を目標位置に保持できるゲインの範囲が広く、外乱の周波数が高くなるにつれ、アーム先端を変位制御できるゲインの範囲が狭くなることがわかる。

さらに図8に、2次固有振動数に近い振動数25(Hz)、振幅2(mm)の正弦波で、 $t = 0$ より加振した場合の先

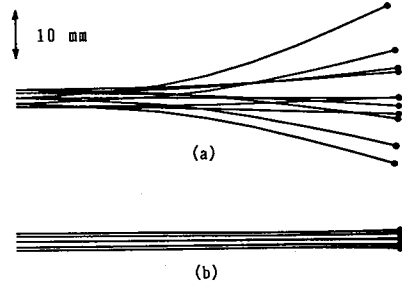


図7 静止座標系より見たモード図(0 ~ 1秒間を0.1秒ごとに描く)。外乱は振幅2(mm)、3(Hz)の正弦波；
 (a) $G_p = 0, G_v = 0, G_I = 0$;
 (b) $G_p = 3000, G_v = 600, G_I = 500$;

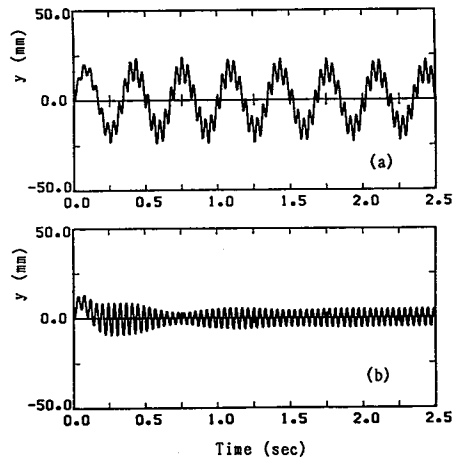


図8 先端変位の時間変化。外乱は振幅2(mm)、25(Hz)の正弦波；
 (a) $G_p = 0, G_v = 0, G_I = 0$;
 (b) $G_p = 0, G_v = 300, G_I = 0$;

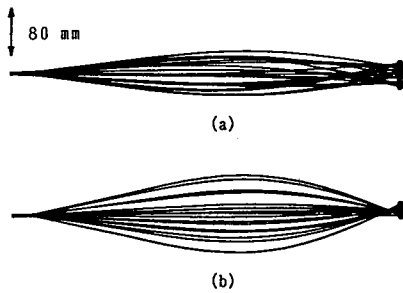


図9 静止座標系より見たモード図(0~1秒間を0.05秒ごとに描く). 外乱は振幅2(mm)、25(Hz)の正弦波;
 (a) $G_p = 0, G_v = 0, G_I = 0$;
 (b) $G_p = 0, G_v = 300, G_I = 0$;

端変位の応答を示す。(a)が制御しない場合、(b)は振幅が最も小さくなるようにゲインを選んだ場合である。図9は、このときのアームの振動形の時間変化を示したものである。本例の場合振動数の低い過渡応答は制御できているが、2次の強制振動は抑えていないことがわかる。

4. 結 言

圧電素子をアクチュエータとする小形フレキシブルロボットアームの根元に並進外乱が加わった場合のアーム先端の保持制御問題を、シミュレーションにより解析

した。得られた結果を要約すると次のようになる。

- (1) 先端情報をフィードバックするPID制御を用いることにより、外乱により発生するアーム先端の振動を抑え、先端を初期位置に保持することができる。
- (2) アーム根元に正弦波が加わった場合、その振動数がはりの1次固有振動数より低い場合はアーム先端の振動を本方法で制御できる。一方、入力振動数がそれより高い場合は完全に制振することはできないが、十分な保持効果が見られる。

なお本研究は、(財)メカトロニクス技術高度化財団、平成元年度研究助成金の補助を受けて行われたことを付記する。

文 献

- (1) 内野, 圧電/電歪アクチュエータ, (1986), 森北出版.
- (2) Tzou, H.S., J.Robotic Syst., 6-6(1989), 745.
- (3) Tzou, H.S. and Gadre, M., J.Sound & Vibr., 132-3(1989), 433.
- (4) 江・長南・谷, 機論C, 56-522(1990), 416.
- (5) 谷・長南・劉・高橋・大友・布田, 機論C, 56-525(1990), 1147.
- (6) Jiang, Z.W., Chonan, S., Abe, H. and Tani, J., Trans. ASME, J. Dyn. sys. Meas. and Control 113-2(1991), 327.