

株式市場低迷局面での個人投資家向け 線形計画モデルのパフォーマンスについて —バイアンドホールド戦略や株価インデックスとの比較を含めて—

On a Performance of Linear Programming Model for
Individual Investors during Depression in Stock Exchange Market
—Considering Comparison of “Buy and Hold Strategy”
and “Stock Index”—

渋谷綾子

要旨：本論は昨年夏以降の国内の株式市場低迷局面において、個人投資家が一般的なソフトウェアを実装しただけのパーソナル・コンピュータで簡易な構造の線形計画法を用いた意思決定をしていたらどの程度財産の減少を食い止めることができたかを、モデルの意思決定に現実データの伸び率を反映させたシミュレーションによって検証する。結果としては特定時点での流動性が高く要求されるならば本論で使用した線形計画モデルは有効である。何もしない場合の半分以下の下落率である。しかし、目的関数が現金換算額の最大化のみに配慮しているために株価市場の低迷が数ヶ月継続すると株式の現金化をどんどん進めることになっていった。今回の低迷局面へのモデルの適用では、株式投資に関するモデル構築に当たっては現金換算額だけでなく、株式保有の下限値の設定や各株式の保有比率に対する条件付けなどにも配慮する必要も示された。

Abstract : I attempt to measure a performance of a Linear Programming model developed for individual stock investors. The model in this paper needs general equipment around personal computers and it does not need special knowledge of mathematical models. The simulations are carried out by applying real data to the model's solutions, and the real data indicate a depression in stock exchange market in this planning term. The Linear Programming model can control decrease of investor's net wealth. The amount of reduction is under half level of the case that investors did not use the Linear Programming models. But some problems are rising up from this study. The conclusion of the simulation shows the need of consideration for investor's requirement about stock holding and holding rates among stocks.

1. はじめに

2008年4月1日の日本経済新聞の1面には「日経平均27.5%下落—07年度5年ぶりドル不安波及—」の見出しのもと以下のように2007年度の経済状況をまとめ、「この1年でこう変わった」と題した表を掲げている。

(以下 日本経済新聞からの引用)

三月決算期末となった三十一日の東京市場では日経平均株価が大幅反落し、二〇〇七年度の下落率は二七.五%と日本経済がデフレで苦しんだ〇二年度(二七.七%)に匹敵する大きさとなった。日本株の下げは世界でも突出しており、株式時価総額は三年ぶりの四百兆円割れ。為替市場では円相場が対ドルで一八円も上昇して二十年ぶりの上昇幅を記録した。信用力の低い個人向け住宅融資(サブプライムローン)問題を震源とするドル不安に、政治の機能不全が追い打ちをかけた。四月以降も波乱の展開を予想する向きが多い。

(以下略)

| この1年でこう変わった | | | | |
|----------------|------|------------|------------|---|
| | | 2008年3月31日 | 2007年3月30日 | |
| 日経平均 | | 12525円54銭 | 17287円65銭 | ↓ |
| 東証1部時価総額 | | 393兆9562億円 | 556兆4577億円 | ↓ |
| 円相場 | 対ドル | 99円35銭 | 118円3銭 | ↑ |
| | 対ユーロ | 156円95銭 | 157円19銭 | ↑ |
| 長期金利 | | 1.275% | 1.650% | ↓ |
| 原油(東京ドバイ・1バレル) | | 98.10ドル | 63.50ドル | ↑ |
| M&A 総額 | | 10兆906億円 | 14兆817億円 | ↓ |

(注) M&A はレコフ調べによる年度累計額

(以上 日本経済新聞からの引用)

表1 日本経済新聞の記事のまとめ

| | |
|--------------|--------|
| 日経平均の下落率 | 27.5% |
| 東証1部時価総額の下落率 | 29.2% |
| 対ドル円相場 | 18円上昇 |
| 対ユーロ円相場 | 0.2円上昇 |
| 長期金利下落率 | 22.7% |
| 原油値上がり率 | 54.5% |
| M&A総額の下落率 | 28.3% |

表1によると、日経平均、東証1部時価総額、M&A総額の下落率が20%台の後半、長期金利の下落率が20%台前半を示している。この間、一般的な個人投資家も株式資産の時価総額の減少を免れることは難しかったと想像される。

本論では、渋谷(2007)でモデル化が試みられた¹⁾「Excelで実行可能な64個のシナリオを使用する3資産2期間線形計画モデル」を用いて2007年5月11日から1ヵ月に1度モデルを実行した最適解にしたがって保有状態を変化させ、この意思決定に2007年5月11日から2008年4月11日までの実際の各株価の伸び率を適用してモデルの運用パフォーマンスを測定する。さらに、「バイアンドホールド戦略」²⁾や株価インデックスとの比較を通してそのモデルの特徴について考察する。

本論で想定した投資家は2007年5月11日に「トヨタ自動車」株を517万円分、「三菱UFJフィナンシャル・グループ」株を292万円分、「日本電信電話」株を191万円分、計現金換算額1000万円の株式を所有していた³⁾。その日(2007年5月11日)のうちにパーソナル・コンピュータでExcelを使用して確率ネットワークによる線形計画問題を解き、トヨタ自動車の株を190万円分買い増し、三菱UFJフィナンシャル・グループの株は249.5万円分売却し、日本電信電話の株は58万円分買い増す(現金の保有は0)という意思決定を行い、同年6月11日まで何もしなかった。この間の各株価の現実の伸び率を適用する

- 1) 山口経済学雑誌第56巻第3号「確率ネットワークを使用した個人投資家の株式投資問題について」
- 2) 本論ではと2007年5月11日の保有状態から一切株の売買を行わずに2008年4月11日まで同じ株を保有し続けるものを「バイアンドホールド戦略」とよぶことにする。
- 3) 株価や取引単位の関係で実際には線形計画モデルが使用したり算出する額と全く同額の株式保有は不可能である。ここではモデルの解と同一の株式保有が可能であると仮定する。また2007年5月11日の初期保有銘柄と保有額の決定方法は渋谷(2007)にしている。さらに、この間、三菱UFJフィナンシャル・グループの株式分割があったがモデルの整合性を維持するため、分割後の株価に対しては1000を乗じている。

と6月11日には現金換算総額は1015万円であった。6月11日にもパーソナル・コンピュータで確率ネットワークによる線形計画問題を解き、トヨタ自動車の株を238.1万円分売却し、三菱UFJフィナンシャル・グループの株は82.4 ($\times 0.999$) 万円分買い増し、日本電信電話の株も28.4 ($\times 0.999$) 万円分買い増し、現金を126.8万円保有する、という意思決定を行い、1ヵ月後には現金換算額1008.5万円としている(以上、渋谷(2007)による意思決定とその結果に、丸め誤差に対する修正を施したもの)。本論はこの投資家がその後も2008年4月11日まで1ヵ月に1度確率ネットワークによる線形計画モデルにしたがった意思決定を行い、その結果に現実の各株価の伸び率を掛け合わせていくというシミュレーションによってモデルのパフォーマンスの測定を試みる。

表2 期間の定義

| | |
|-------|-------------------|
| 第1期間 | 2007年5月11日～6月10日 |
| 第2期間 | 6月11日～7月10日 |
| 第3期間 | 7月11日～8月9日 |
| 第4期間 | 8月10日～9月10日 |
| 第5期間 | 9月11日～10月10日 |
| 第6期間 | 10月11日～11月8日 |
| 第7期間 | 11月9日～12月10日 |
| 第8期間 | 12月11日～2008年1月10日 |
| 第9期間 | 2008年1月11日～2月7日 |
| 第10期間 | 2月8日～3月10日 |
| 第11期間 | 3月11日～4月10日 |

なお、後の説明のために、「期間」と「期(目)」の使い分けを定義しておく。期間はこのシミュレーションを実行する単位(表2参照)で、「期(目)」は(多期間)線形計画問題として定式化したこのモデルの各問題内の期である。本論の線形計画モデルは3資産2期間モデルなので、「第1期目」と「第2期目」しかない。

2. 本論で使用したExcelのソルバーによる線形計画問題の解法

2.1 本論の線形計画問題

本論での投資意思決定は渋谷(2007)で紹介された確率ネットワークを使用したものである。各株価の伸び率の予測に過去1年間の各株価データ(月間データ)の伸び率の四分位数を用い(株価が上がったときは第3四分位数、

下がったときは第1四分位数を採用)、株価はランダムウォークするとして上がる確率も下がる確率もそれぞれ1/2ずつの同確率とした。

表3 本論の線形計画モデルに使用した四分位数

| | トヨタ自動車 | | 三菱UFJフィナンシャル・グループ | | 日本電信電話 | |
|--------------|--------|--------|-------------------|--------|--------|--------|
| | 上がったとき | 下がったとき | 上がったとき | 下がったとき | 上がったとき | 下がったとき |
| 第1期に適用した伸び率 | 1.0321 | 1.0033 | 1.0034 | 0.9586 | 1.0246 | 0.9910 |
| 第2期に適用した伸び率 | 1.0321 | 0.9980 | 1.0034 | 0.9586 | 1.0214 | 0.9840 |
| 第3期に適用した伸び率 | 1.0598 | 0.9980 | 0.9966 | 0.9586 | 1.0078 | 0.9697 |
| 第4期に適用した伸び率 | 1.0407 | 0.9834 | 0.9966 | 0.9449 | 1.0078 | 0.9590 |
| 第5期に適用した伸び率 | 1.0407 | 0.9555 | 0.9966 | 0.9368 | 1.0214 | 0.9590 |
| 第6期に適用した伸び率 | 1.0109 | 0.9555 | 0.9966 | 0.9224 | 1.0137 | 0.9590 |
| 第7期に適用した伸び率 | 1.0059 | 0.9552 | 0.9966 | 0.9224 | 1.0137 | 0.9590 |
| 第8期に適用した伸び率 | 1.0009 | 0.9456 | 0.9966 | 0.9224 | 1.0127 | 0.9566 |
| 第9期に適用した伸び率 | 1.0001 | 0.9456 | 0.9857 | 0.9224 | 1.0207 | 0.9566 |
| 第10期に適用した伸び率 | 0.9834 | 0.9456 | 0.9790 | 0.9224 | 0.9951 | 0.9555 |
| 第11期に適用した伸び率 | 0.9926 | 0.9567 | 0.9790 | 0.9248 | 0.9907 | 0.9481 |

本論で採用している2期間モデルで3つの株式が1期目も2期目も「上がる」とするシナリオを「シナリオ1」、3つの株式が1期目は全て上がり、2期目は2つの株が上がって3つ目の株だけが下がるとするシナリオを「シナリオ2」とすると、3株式の2期間モデルは図1のシナリオツリーが示すように64 ($2^6=64$) 個のシナリオを必要とする。本論では株価変動にランダムウォークを想定しているのでこの64シナリオの生起確率はすべて同じ(0.015625)である。したがって、各シナリオの最適解における各変数の算術平均値を64シナリオ全体から導かれた最適解としている。

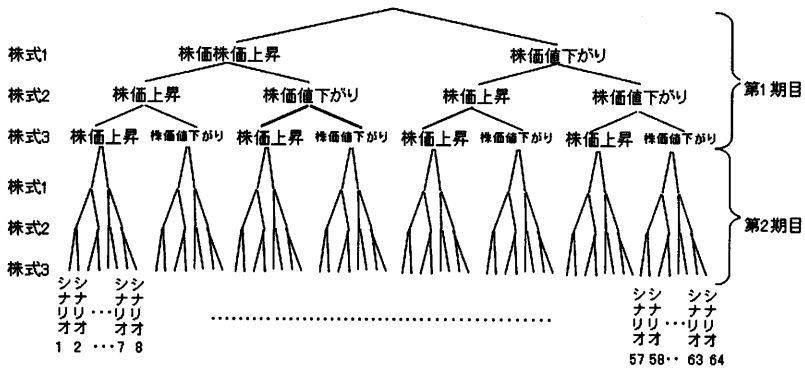


図1 3株式2期間モデルのシナリオツリー

表4はシナリオごとのランダムウォークによる株価変動と伸び率の対応を第1期間を例に示している。本論の線形計画モデルでは1期間に64シナリオが使用されているので、1期間の意思決定のために、線形計画問題を64回解いている。

表4 第1期間のランダムウォークによる株価変動と伸び率の対応

| | 1期目 トヨタ自動車 | 1期目 三菱UFJ・・・ | 1期目 日本電信電話 | 2期目 トヨタ自動車 | 2期目 三菱UFJ・・・ | 2期目 日本電信電話 |
|--------|---------------|-----------------|---------------|---------------|-----------------|---------------|
| シナリオ1 | 上 | 上 | 上 | 上 | 上 | 上 |
| シナリオ2 | 上 | 上 | 上 | 上 | 上 | 下 |
| シナリオ3 | 上 | 上 | 上 | 上 | 下 | 上 |
| シナリオ4 | 上 | 上 | 上 | 上 | 下 | 下 |
| { | { | { | { | { | { | { |
| シナリオ62 | 下 | 下 | 下 | 下 | 上 | 下 |
| シナリオ63 | 下 | 下 | 下 | 下 | 下 | 上 |
| シナリオ64 | 下 | 下 | 下 | 下 | 下 | 下 |



| | 1期目 トヨタ自動車 | 1期目 三菱UFJ・・・ | 1期目 日本電信電話 | 2期目 トヨタ自動車 | 2期目 三菱UFJ・・・ | 2期目 日本電信電話 |
|--------|---------------|-----------------|---------------|---------------|-----------------|---------------|
| シナリオ1 | 1.0321 | 1.0034 | 1.0246 | 1.0321 | 1.0034 | 1.0246 |
| シナリオ2 | 1.0321 | 1.0034 | 1.0246 | 1.0321 | 1.0034 | 0.991 |
| シナリオ3 | 1.0321 | 1.0034 | 1.0246 | 1.0321 | 0.9586 | 1.0246 |
| シナリオ4 | 1.0321 | 1.0034 | 1.0246 | 1.0321 | 0.9586 | 0.991 |
| { | { | { | { | { | { | { |
| シナリオ62 | 1.0033 | 0.9586 | 0.991 | 1.0033 | 1.0034 | 0.991 |
| シナリオ63 | 1.0033 | 0.9586 | 0.991 | 1.0033 | 0.9586 | 1.0246 |
| シナリオ64 | 1.0033 | 0.9586 | 0.991 | 1.0033 | 0.9586 | 0.991 |

次にシナリオごとに定式化される線形計画問題の作成手順を、「第1期間のシナリオ1」を例にして述べる。株1（トヨタ自動車）の1期目の伸び率は1.0321，株2（三菱UFJフィナンシャル・グループ）の1期目の伸び率は1.0034，株3（日本電信電話）の1期目の伸び率は1.0246，また，シナリオ1は2期目も3つの株価がすべて「上がる」という内容なので，それぞれ，1.0321，1.0034，1.0246（1期目と同様）であり，取引手数料は取引額の0.1%として確率ネットワークの乗数としては1から0.1%（=0.001）を差し引いた0.999，現金の伸び率はこの間のゆうちょ銀行の通常貯金の年利0.21%を12で割った値に1を加えた1.00018としてこの第1期間のシナリオ1を線形計画問題に定式化すると⁴⁾以下ようになる。各変数名と取引内容の対応は図2に示す。

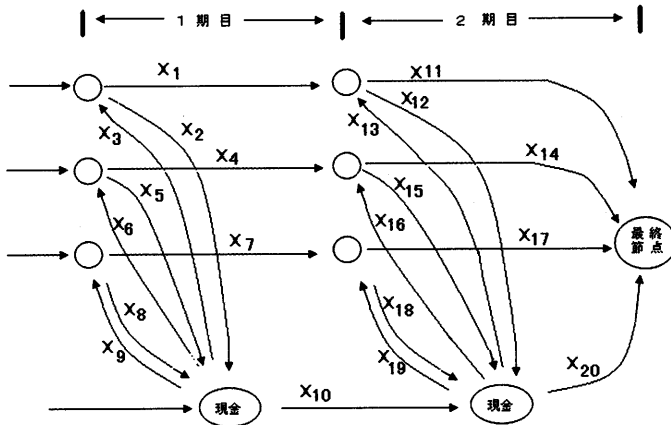


図2 3資産2期の確率ネットワークの変数名

図2に示された各変数名と，株価の伸び率や貯金金利や取引手数料を反映した乗数を組み合わせることによって定式化がなされる。

4) 確率ネットワークの線形計画問題への定式化方法は渋谷 (2007) に準ずる。ただし，本論では簡便化のために流出する枝の流量をマイナス，流入する枝の流量をプラスに統一し，初期保有を表す節点に関する制約式で初期保有額(定数項)を左辺に移項している。

[第1期間のシナリオ1 に対する線形計画問題]

目的関数 $1.0321x_{11} + 1.0034x_{14} + 1.0246x_{17} + 1.00018x_{20} \rightarrow$ 最大化

$$\begin{cases} -x_1 - x_2 + 0.999x_3 + 517 = 0 \\ -x_4 - x_5 + 0.999x_6 + 292 = 0 \\ -x_7 - x_8 + 0.999x_9 + 191 = 0 \\ -x_3 - x_6 - x_9 - x_{10} + 0.999x_2 + 0.999x_5 + 0.999x_8 = 0 \\ \text{制約条件} \begin{cases} -x_{11} - x_{12} + 1.0321x_1 + 0.999x_{13} = 0 \\ -x_{14} - x_{15} + 1.0034x_4 + 0.999x_{16} = 0 \\ -x_{17} - x_{18} + 1.0246x_7 + 0.999x_{19} = 0 \\ -x_{13} - x_{16} - x_{19} - x_{20} + 0.999x_{12} + 0.999x_{15} + 0.999x_{18} + 1.00018x_{10} = 0 \\ x_1 \sim x_{20} \geq 0 \leftarrow \text{変数の非負条件} \end{cases} \end{cases}$$

上記の制約条件の行列表現を以下に示す。表現様式を変えることにより著者自身はケアレスミスの検出に役立っている。ただし、行列表現では定数項の左辺への移項は行っていない。

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0.999 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0.999 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0.999 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.999 & -1 & 0 & 0.999 & -1 & 0 & 0.999 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.0321 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0.999 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0034 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0.999 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0246 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0.999 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.00018 & 0 & 0.999 & -1 & 0 & 0.999 & -1 & 0 & 0.999 & -1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ x_{10} \\ x_{11} \\ x_{12} \\ x_{13} \\ x_{14} \\ x_{15} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -517 \\ -292 \\ -191 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

上の行列表現に示されるように、係数行列を縦にみると-1とそれ以外の数が1度ずつ出現し、ペアが見当たらない変数のもう一つの係数は目的関数に含まれている。このような規則的で0の多い係数行列をもつことはこの問題の規模が大きくなっても効率的な計算が行える可能性を示している。

2.2 Excelのソルバーによる解法

2.1で定式化された線形計画問題のExcelへの展開を図3に示す。

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O |
|----|-----|---|---------|---|------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | X1 | | 1.0321 | | 目的関数 | =C11*B11+C14*B14+C17*B17+C20*B20 | | | | | | | | | |
| 2 | X2 | | 0.999 | | | | | | | | | | | | |
| 3 | X3 | | 0.999 | | 制約条件 | =-B1-B2+0.999*B3+517 | | | | | | | | | |
| 4 | X4 | | 1.0034 | | | =-B4-B5+0.999*B6+292 | | | | | | | | | |
| 5 | X5 | | 0.999 | | | =-B7-B8+0.999*B9+191 | | | | | | | | | |
| 6 | X6 | | 0.999 | | | =-B3-B6-B9-B10+0.999*B2+0.999*B5+0.999*B8 | | | | | | | | | |
| 7 | X7 | | 1.0246 | | | =-B11-B12+C1*B1+0.999*B13 | | | | | | | | | |
| 8 | X8 | | 0.999 | | | =-B14-B15+C4*B4+0.999*B16 | | | | | | | | | |
| 9 | X9 | | 0.999 | | | =-B17-B18+C7*B7+0.999*B19 | | | | | | | | | |
| 10 | X10 | | 1.00018 | | | =-B13-B16-B19-B20+0.999*B21+0.999*B15+0.999*B18+C10*B10 | | | | | | | | | |
| 11 | X11 | | 1.0321 | | | | | | | | | | | | |
| 12 | X12 | | 0.999 | | | | | | | | | | | | |
| 13 | X13 | | 0.999 | | | | | | | | | | | | |
| 14 | X14 | | 1.0034 | | | | | | | | | | | | |
| 15 | X15 | | 0.999 | | | | | | | | | | | | |
| 16 | X16 | | 0.999 | | | | | | | | | | | | |
| 17 | X17 | | 1.0246 | | | | | | | | | | | | |
| 18 | X18 | | 0.999 | | | | | | | | | | | | |
| 19 | X19 | | 0.999 | | | | | | | | | | | | |
| 20 | X20 | | 1.00018 | | | | | | | | | | | | |
| 21 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 22 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 23 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 24 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 25 | | | | | | | | | | | | | | | |

図3 ソルバーを使用したExcelでの線形計画法の解法（第1期間のシナリオ1）

ソルバー：パラメータ設定ウィンドウの[実行]ボタンをクリックすると最適解（＝最適な意思決定変数の値）はB列に書き込まれる。本論での線形計画問題では可能性は低いが、局所最適解に陥る危険をまぬがれるためにソルバー実行前はB列は空欄にしておくべきである。A列は変数名のラベルにすぎない。C列には各変数に付される乗数を入力しておく。株価の伸び率のようにシナリオごとに変化する乗数をもつ変数は1期目の x_1 、 x_4 、 x_7 、2期目の x_{11} 、 x_{14} 、 x_{17} のみである。取引手数料はこの問題では終始0.1%なので株の売買を表す枝（ $x_2, x_3, x_5, x_6, x_8, x_9, x_{12}, x_{13}, x_{15}, x_{16}, x_{18}, x_{19}$ に対応する枝）への乗数は0.999でシナリオごとに変化しない。同様に、現金の利息も終始変化せず1.00018なので x_{10} と x_{20} に対応する枝の乗数も1.00018のままシナリオごとに変化しない。

F1には目的関数を、F3～F10には非負条件以外の制約条件式をC列の係数とB列の変数のセル参照を組み合わせる。あとはソルバー：パラメー

タ設定ウィンドウを開いて目的セルはF1, 目標値は最大値を指定し, 「変化させるセル」のテキストボックスを選択してB1からB20をドラッグすると“\$B\$1:\$B\$20”と表示される。制約条件の指定も「追加」ボタンをクリックしたあと, F3からF10をドラッグしただけでセル参照の欄に\$F\$3:\$F\$10と表示されるので, あとは「=」と「0」を入力するだけである。この操作により, F3=0, F4=0, F5=0, F6=0, F7=0, F8=0, F9=0, F10=0と指定したことになる。変数の非負条件も「追加」ボタンをクリックしてB1からB20をドラッグして「≥」と「0」を入力する。そうすると図3の「ソルバー：パラメータ設定」ウィンドウで示されるように制約条件の欄が非常にすっきりしたものになる。制約条件の定数項を左辺に移項したのは右辺を0にするため、このようなささいな工夫が数理計画問題の解決の効率性を向上させることがしばしばある。

| | A | B | C | D | E | F | G |
|----|-----|-------|---------|---|------|-------|---|
| 1 | X1 | 999 | 1.0321 | | 目的関数 | 1064 | |
| 2 | X2 | 0 | 0.999 | | | | |
| 3 | X3 | 482.5 | 0.999 | | 制約条件 | 0 | |
| 4 | X4 | 0 | 1.0034 | | | 0 | |
| 5 | X5 | 282 | 0.999 | | | 0 | |
| 6 | X6 | 0 | 0.999 | | | 0 | |
| 7 | X7 | 4E-15 | 1.0246 | | | 1E-07 | |
| 8 | X8 | 191 | 0.999 | | | 0 | |
| 9 | X9 | 0 | 0.999 | | | 0 | |
| 10 | X10 | -0 | 1.00018 | | | 1E-07 | |
| 11 | X11 | 1031 | 1.0321 | | | | |
| 12 | X12 | 1E-06 | 0.999 | | | | |
| 13 | X13 | 0 | 0.999 | | | | |
| 14 | X14 | 0 | 1.0034 | | | | |
| 15 | X15 | 0 | 0.999 | | | | |
| 16 | X16 | 0 | 0.999 | | | | |
| 17 | X17 | 0 | 1.0246 | | | | |
| 18 | X18 | -0 | 0.999 | | | | |
| 19 | X19 | -0 | 0.999 | | | | |
| 20 | X20 | 0 | 1.00018 | | | | |

図4 ソルバー実行後

図4は図3のソルバー実行後の画面である。F1に最適解の目的関数の値(1064), B列に $x_1=999, x_2=0, x_3=482.5, \dots$ $x_{19}=0, x_{20}=0$ という各変数の最適解が表示されている。

本論の64シナリオの結合解は前述したように, 64個のシナリオの最適解における各変数の算術平均値をその期の意思決定として採用

している。その際, 同時期に同株式の売却と購入を行っているような矛盾は手動で解消させた⁵⁾。

5) 矛盾解消の具体的な方法は渋谷(2007)に準ずる。

3. 線形計画モデルを1カ月に1度実行するシミュレーションの経過

この線形計画モデルによる意思決定に現実の各株価の伸び率を適用すると、第2期間初頭(2007年6月11日)で1015.1、第3期間初頭(7月11日)で1008.5となった⁶⁾。表5は現実の株式市場で観測されたこの時期の株価とその伸び率である。

表5 3銘柄の株価と伸び率

| | トヨタ自動車 | 三菱UFJフィナンシャル・グループ | 日本電信電話 |
|------------|--------|-------------------|---------|
| 2007年5月11日 | 7,150 | 1,340,000 | 606,000 |
| 6月11日 | 7,540 | 1,400,000 | 548,000 |
| 7月11日 | 7,660 | 1,340,000 | 530,000 |
| 8月10日 | 7,090 | 1,180,000 | 496,000 |
| 9月11日 | 6,430 | 1,040,000 | 515,000 |
| 10月11日 | 6,690 | 1,178,000 | 550,000 |
| 11月9日 | 6,150 | 920,000 | 494,000 |
| 12月11日 | 6,360 | 1,228,000 | 540,000 |
| 2008年1月11日 | 5,630 | 1,012,000 | 523,000 |
| 2月8日 | 5,880 | 936,000 | 499,000 |
| 3月11日 | 5,310 | 865,000 | 432,000 |
| 4月11日 | 4,950 | 963,000 | 461,000 |

| | トヨタ自動車 | 三菱UFJフィナンシャル・グループ | 日本電信電話 |
|---------|--------|-------------------|--------|
| 第1期伸び率 | 1.0545 | 1.0448 | 0.9043 |
| 第2期伸び率 | 1.0159 | 0.9571 | 0.9672 |
| 第3期伸び率 | 0.9256 | 0.8806 | 0.9358 |
| 第4期伸び率 | 0.9069 | 0.8814 | 1.0383 |
| 第5期伸び率 | 1.0404 | 1.1327 | 1.0680 |
| 第6期伸び率 | 0.9193 | 0.7810 | 0.8982 |
| 第7期伸び率 | 1.0341 | 1.3348 | 1.0931 |
| 第8期伸び率 | 0.8852 | 0.8241 | 0.9685 |
| 第9期伸び率 | 1.0444 | 0.9249 | 0.9541 |
| 第10期伸び率 | 0.9031 | 0.9241 | 0.8657 |
| 第11期伸び率 | 0.9322 | 1.1133 | 1.0671 |

6) 渋谷(2007)では7月11日では1008.4となっているが丸め誤差等の調整によりここでは1008.5とする。

本論では第3期間以降の意思決定を示すが、64シナリオの全変数についての算術平均をとる操作や同時の購入と売却の矛盾を解消する操作に丸め誤差も含めて各変数の小数点以下の計算結果が不整合を起こすことが頻発する。このようなとき、本論では“保有する解” (x_1, x_4, x_7, x_{10} の値) を優先させた。

表6と図5は本論の線形計画問題の第3期間の解である。この解が示している投資案は「株式1を11.3売却して503.8保有、株式2はすべて(121.1)売却、株式3は6.9(×0.999)購入して251.8保有、現金は差し引き251.9保有」というものである⁷⁾。この意思決定の結果、1ヵ月後に資産総額は953.9円になってしまった。この第3期間の初頭(7月11日)にこの投資家の株式資産総額は1008.5であったので1ヵ月で5.4%資産総額を減らしたことになる。2007年8月はサブプライムローン問題の影響が日本に波及し始めた時期だが⁸⁾、8月10日時点でも表5に示されているようにこの投資家が保有していたすべての株が値下がりにしている。

表6 第3期間に対する線形計画問題の解

初期状態：株式1→515.4 株式2 121.20 株式3→245.1 現金→126.8
合計 1008.5

| | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | X6 | X7 | X8 | X9 | X10 |
|-------|-------|------|-----|-----|-------|-----|-------|-----|-----|-------|
| 調整後の解 | 503.8 | 11.3 | 0.0 | 0.0 | 121.2 | 0.0 | 251.8 | 0.0 | 6.9 | 251.9 |
| | X11 | X12 | X13 | X14 | X15 | X16 | X17 | X18 | X19 | X20 |
| 調整後の解 | 519.4 | 14.3 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 259.6 | 0.0 | 6.0 | 259.7 |

7) 本論の線形計画モデルでは全シナリオの第1期目の解だけを使用する。

8) 日経平均株価が8月で最も低い値だったのは8月17日

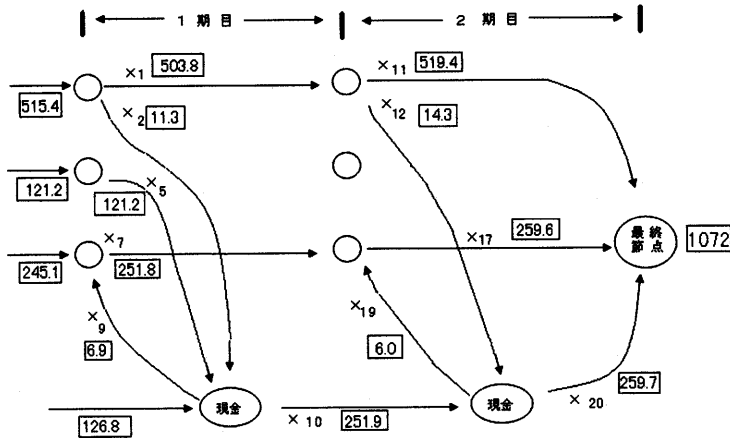


図5 第3期間の解のネットワーク図

表7は第4期間の解である。第3期間初頭に行った意思決定に現実の各株価の伸び率を反映させると第4期間初頭（8月10日）には株式1は466.3、株式2は0、株式3は235.6、現金は252.0、合計953.9となっている。この初期状態に対して線形計画モデルは「株式1を10.5（ $\times 0.999$ ）購入して476.6保有、株式2は引き続き保有せず、株式3は2.8（ $\times 0.999$ ）購入して238.2保有、現金は差し引きで238.3保有」という解を導き出した。全シナリオの最適解の目的関数の平均値は995.3円であったが、この間の現実の伸び率を反映させると次の第5期間初頭（9月11日）の株式資産総額は917.8円であった。

表7 第4期間に対する線形計画モデルの解

初期状態：株式1 → 466.3 株式2 → 0 株式3 → 235.6 現金 → 252.0
 合計 953.9

| | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | X6 | X7 | X8 | X9 | X10 |
|-------|-------|-----|------|-----|-----|-----|-------|-----|-----|-------|
| 調整後の解 | 476.6 | 0.0 | 10.5 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 238.2 | 0.0 | 2.8 | 238.3 |
| | X11 | X12 | X13 | X14 | X15 | X16 | X17 | X18 | X19 | X20 |
| 調整後の解 | 486.8 | 8.9 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 243.3 | 0.0 | 3.4 | 243.4 |

表8は第5期間の解である。第5期間初頭(9月11日)は株式1が432.2, 株式2が0, 株式3が247.3, 現金が238.3, 合計917.8円である。これに対し線形計画モデルは「株式1を31.5($\times 0.999$)購入して463.5保有, 株式2は0.1($\times 0.999$)購入して0.1保有, 株式3は27.3売却して219.9保有, 現金は差し引きで233.6保有」としている。この意思決定に現実の伸び率を適用すると次の第6期間初頭(10月11日)の株式資産総額は950.7円になった。

表8 第5期間に対する線形計画モデルの解

初期状態: 株式1 \rightarrow 432.2 株式2 \rightarrow 0 株式3 \rightarrow 247.3 現金 \rightarrow 238.3
合計 917.8

| | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | X6 | X7 | X8 | X9 | X10 |
|-------|-------|-----|------|-----|-----|-----|-------|------|-----|-------|
| 調整後の解 | 463.5 | 0.0 | 31.5 | 0.1 | 0.0 | 0.1 | 219.9 | 27.3 | 0.0 | 233.6 |
| | X11 | X12 | X13 | X14 | X15 | X16 | X17 | X18 | X19 | X20 |
| 調整後の解 | 475.0 | 6.7 | 0.0 | 0.0 | 0.1 | 0.0 | 223.5 | 0.9 | 0.0 | 240.8 |

表9は第6期間の解である。第6期間初頭(10月11日)は株式1が482.2, 株式2が0.1, 株式3が234.8, 現金が233.6, 合計950.7円である。それに対して線形計画モデルは「株式1を206.9売却して275.2保有, 株式2は保有している0.1を全額売却して0保有, 株式3は193.8($\times 0.999$)購入して428.3円保有, 現金は差し引きで246.4保有」とした。1ヵ月後株式資産総額は884.1円になった。

表9 第6期間に対する線形計画モデルの解

初期状態: 株式1 \rightarrow 482.2 株式2 \rightarrow 0.1 株式3 \rightarrow 234.8 現金 \rightarrow 233.6
合計 950.7

| | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | X6 | X7 | X8 | X9 | X10 |
|-------|-------|-------|-----|-----|-----|-----|-------|-----|-------|-------|
| 調整後の解 | 275.2 | 206.9 | 0.0 | 0.0 | 0.1 | 0.0 | 428.3 | 0.0 | 193.8 | 246.4 |
| | X11 | X12 | X13 | X14 | X15 | X16 | X17 | X18 | X19 | X20 |
| 調整後の解 | 232.8 | 45.3 | 0.0 | 2.3 | 0.0 | 2.4 | 479.1 | 0.0 | 45.1 | 243.8 |

表10は第7期間の解である。第7期間初頭(11月9日)は株式1が253.0、株式2が0、株式3が384.7、現金が246.4、合計884.1円になっている。これに対し、線形計画モデルは「株式1は32.1売却して220.8保有、株式2は売却も購入せずに保有しない状態を維持、株式3は57.2($\times 0.999$)購入して441.7保有、現金は差し引きで220.9保有」するというものである。1ヵ月後株式資産総額は932.0円になった。

表10 第7期間に対する線形計画モデルの解

初期状態：株式1→253.0 株式2→0 株式3→384.7 現金→246.4
合計 884.1

| | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | X6 | X7 | X8 | X9 | X10 |
|-------|-------|------|-----|-----|-----|-----|-------|-----|------|-------|
| 調整後の解 | 220.8 | 32.1 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 441.7 | 0.0 | 57.2 | 220.9 |
| | X11 | X12 | X13 | X14 | X15 | X16 | X17 | X18 | X19 | X20 |
| 調整後の解 | 222.4 | 0.0 | 0.5 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 445.0 | 2.5 | 0.0 | 222.5 |

表11は第8期間の解である。この期の初頭(12月11日)には株式資産総額が932.0円であるが、これに対し、線形計画モデルは「株式1は117.7売却して110.6保有、株式2は0.7($\times 0.999$)購入して0.7保有、株式3は27.1売却して455.5保有、現金は差し引きで364.6保有」するというものである。1ヵ月後株式資産総額は904.4円になった。

表11 第8期間に対する線形計画モデルの解

初期状態：株式1→228.3 株式2→0 株式3→482.8 現金→220.9
合計 932.0

| | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | X6 | X7 | X8 | X9 | X10 |
|-------|-------|-------|-----|-----|-----|-----|-------|------|-----|-------|
| 調整後の解 | 110.6 | 117.7 | 0.0 | 0.7 | 0.0 | 0.7 | 455.5 | 27.1 | 0.0 | 364.6 |
| | X11 | X12 | X13 | X14 | X15 | X16 | X17 | X18 | X19 | X20 |
| 調整後の解 | 76.7 | 33.5 | 0.0 | 0.0 | 0.7 | 0.0 | 466.9 | 0.0 | 6.2 | 392.3 |

表14は第11期間の解である。この期の初頭（3月11日）には株式資産総額が883.3円であるが、これに対し、線形計画モデルは「株式を一切購入せず現金として保有」というものである。1ヵ月後株式資産総額は883.5円になった。

表14 第11期間に対する線形計画モデルの解

初期状態：株式1→0 株式2→0 株式3→0 現金→883.3
合計 883.3

| | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | X6 | X7 | X8 | X9 | X10 |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-------|
| 調整後の解 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 883.3 |
| | X11 | X12 | X13 | X14 | X15 | X16 | X17 | X18 | X19 | X20 |
| 調整後の解 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 883.5 |

4. 「バイアンドホールド戦略」や株価インデックスとの比較

図6、表15、表16は線形計画モデルと「バイアンドホールド戦略」や株価インデックス（日経平均株価）のパフォーマンスの比較を示している。図6の左の縦軸の目盛りはバイアンドホールド戦略と線形計画モデルに対応し、右の縦軸の目盛りは日経平均株価に対応している。

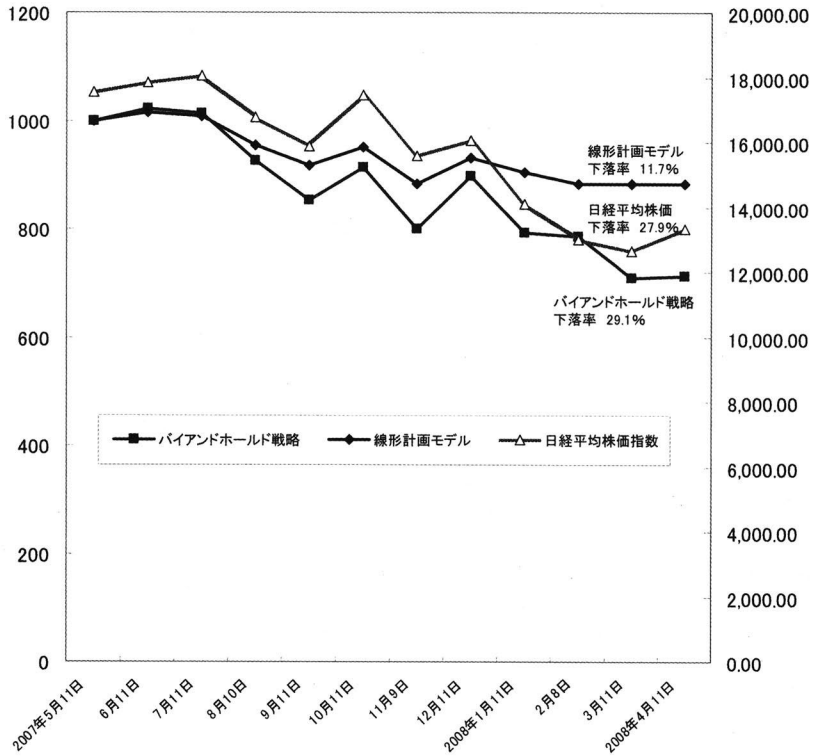


図6 バイアンドホールド戦略と線形計画モデルの比較

2007年5月から2008年3月までの最終的な下落率は、線形計画モデル11.7%、日経平均株価27.9%、バイアンドホールド戦略29.1%で、線形計画モデルが最も低下率であった。しかし、前述のとおり、この線形計画モデルを使用した投資家は2008年2月8日に株式をすべて売却し尽くし、2008年3月や4月には現金のみの保有状態に陥っている。株式市場の景気が回復すれば株を買い戻すであろうが、もし、元手の1000万円を2007年5月11日からずっとゆうちょ銀行の通常貯金(年利0.21%)に預けたままであれば下落するどころか、約2万円財産を増やせたのである。さらに、手放してしまった株は

将来飛躍的に値上がりするかもしれない。

本論の線形計画モデルは2007年5月に株を保有していて、2008年3月～4月という限定された時期に株式を現金化する必要のある投資家には有効である。特に株価市場低迷局面で良いパフォーマンスを示した。しかし、株という投機性の高い資産をある程度は保有し続けたいという投資家や、相場の低い時期にわざわざ現金化する必要のない投資家にとっては本論の線形計画モデルの解は好ましいものではないかもしれない。そのような条件を追加してシミュレーションを実行することで何らかの新しい知見が得られるかもしれない。

表15 バイアンドホールド戦略と線形計画モデルの結果

| | バイアンドホールド戦略の場合 | | | | 線形計画 (法) モデルの場合 | | | | |
|---------------------|----------------|-----------------------|------------|---------|-----------------|-----------------------|------------|-------|---------|
| | トヨタ自動車 | 三菱UFJ フィナンシャル・グループ | 日本 電信電話 | 合計 | トヨタ 自動車 | 三菱UFJ フィナンシャル・グループ | 日本 電信電話 | 現金 | 合計 |
| 初期保有額 | 517 | 292 | 191 | 1000 | 517 | 292 | 191 | 0 | 1000 |
| 2007年5月11日 | 517 | 292 | 191 | 1000 | 517 | 292 | 191 | 0 | 1000 |
| 6月11日 | 545.2 | 305.1 | 172.7 | 1023.0 | 745.6 | 44.4 | 225.2 | 0.0 | 1015.1 |
| 7月11日 | 553.8 | 292.0 | 167.0 | 1012.9 | 515.4 | 121.2 | 245.1 | 126.8 | 1008.5 |
| 8月10日 | 512.6 | 257.1 | 156.3 | 926.1 | 466.3 | 0.0 | 235.6 | 252.0 | 953.9 |
| 9月11日 | 464.9 | 226.6 | 162.3 | 853.9 | 432.2 | 0.0 | 247.3 | 238.3 | 917.8 |
| 10月11日 | 483.7 | 256.7 | 173.3 | 913.8 | 482.2 | 0.1 | 234.8 | 233.6 | 950.7 |
| 11月9日 | 444.7 | 200.5 | 155.7 | 800.8 | 253.0 | 0.0 | 384.7 | 246.4 | 884.1 |
| 12月11日 | 459.9 | 267.6 | 170.2 | 897.6 | 228.3 | 0.0 | 482.8 | 220.9 | 932.0 |
| 2008年1月11日 | 407.1 | 220.5 | 164.8 | 792.4 | 97.9 | 0.6 | 441.2 | 364.7 | 904.4 |
| 2月8日 | 425.1 | 204.0 | 157.3 | 786.4 | 6.4 | 0.0 | 431.2 | 445.9 | 883.5 |
| 3月11日 | 383.9 | 188.5 | 136.2 | 708.6 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 883.3 | 883.3 |
| 2008年4月11日 | 357.9 | 209.8 | 145.3 | 713.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 883.5 | 883.5 |
| 2007年5月～ 2008年3月 | -0.2574 | -0.3821 | -0.2117 | -0.2914 | | | | | -0.1167 |
| 2007年5月～ 2008年4月 | -0.3077 | -0.2813 | -0.2393 | -0.2870 | | | | | -0.1165 |

表16 株式を保有しない場合や株価インデックスとの比較

| | バイアード ホールド戦略 | 線形計画 (法) モデル | 最初から現金 のみ通常貯金 | 日経平均 株価指数 |
|---------------------|-----------------|-----------------|------------------|--------------|
| 2007年5月11日 | 1000.0 | 1000.0 | 1000.0 | 17553.7 |
| 6月11日 | 1023.0 | 1015.1 | 1000.2 | 17834.5 |
| 7月11日 | 1012.9 | 1008.5 | 1000.4 | 18049.5 |
| 8月10日 | 926.1 | 953.9 | 1000.5 | 16764.1 |
| 9月11日 | 853.9 | 917.8 | 1000.7 | 15877.7 |
| 10月11日 | 913.8 | 950.7 | 1000.9 | 17459.0 |
| 11月9日 | 800.8 | 884.1 | 1001.1 | 15583.4 |
| 12月11日 | 897.6 | 932.0 | 1001.3 | 16044.7 |
| 2008年1月11日 | 792.4 | 904.4 | 1001.4 | 14110.8 |
| 2月8日 | 786.4 | 883.5 | 1001.6 | 13017.2 |
| 3月11日 | 708.6 | 883.3 | 1001.8 | 12658.3 |
| 2008年4月11日 | 713.0 | 883.5 | 1002.0 | 13323.7 |
| 2007年5月～ 2008年3月 | -0.2914 | -0.1167 | 0.0018 | -0.2789 |
| 2007年5月～ 2008年4月 | -0.2870 | -0.1165 | 0.0020 | -0.2410 |

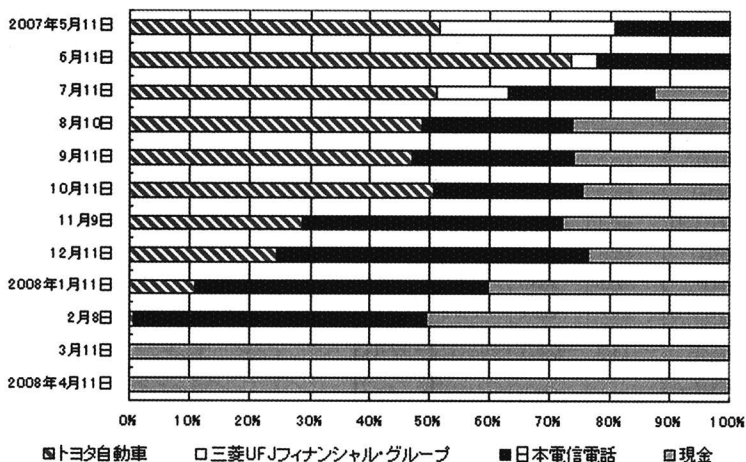


図7 本論のモデルによるシミュレーションでの各株式の保有比率の変遷

5. まとめ

本論のシミュレーションによってExcelのソルバーを使用した64シナリオ・3資産2期間の線形計画モデルは、株式市場が低迷している局面で随時現金換算した資産額を保持する目的に対して良いパフォーマンスが示された。

この種のモデルでのパフォーマンスはシナリオに記述する伸び率の決定方法が最も決定力を有している。本論では過去1年間の月間データの伸び率の四分位数を用いたが、この期間をさらに過去まで拡張したり、四分位数ではなく、移動平均値や β 値を採用したりすることでさらにパフォーマンス向上の可能性がある。

また本論のシミュレーション結果からは、現金換算額のみでなく資産内容への配慮をモデルに取り入れる必要が示唆されたと思う。株式投資家が株式を全部現金化するという現象を排除するか、あるいは各銘柄に最低保有額を設定しておくなど、さらに制約条件を緻密に設計すれば保有比率にも配慮することができるようになるかもしれない。

参考文献

1. Mulvey, J.M., "Nonlinear Network Models in Finance," *Advances in Mathematical Programming and Financial Planning*, pp.253-271, Vol.1, 1987
2. Mulvey, J.M., and H. Vladimirov, "Stochastic Network Optimization Models for Investment Planning," *Annals of Operations Research*, pp.187-217, Vol.20, 1989
3. Mulvey, J.M., and H. Vladimirov, "Solving Multistage Stochastic Networks: An Application of Scenario aggregation," *Networks*, pp.619-643, Vol.21, 1991
4. 渋谷綾子, 確率ネットワークによるポートフォリオ選択に関する研究, 専修大学経営学研究科 (修士論文), 1997
5. 渋谷綾子, シナリオと確率ネットワークを使用した資産配分問題に関する研究, 専修大学経営学研究科 (博士論文), 2000
6. 渋谷綾子, 確率ネットワークを使用した個人投資家の株式投資問題について, 山口経

経済雑誌第56巻第3号, 2007年9月

7. バートン・マルキール (井手正介訳), ウォール街のランダム・ウォーカー, 日本経済新聞社, 2004年4月15日

なお, 株価情報はYahoo!ファイナンス (<http://quote.yahoo.co.jp/>) から得ました。