

# 道路交通流の速度分布における自由車・追従車 構成について

田村 洋一\*・樗木 武\*\*

## Study on a Leaders-Followers Composition in the Speed Distribution of Road Traffic Flow

Youichi TAMURA and Takeshi CHISHAKI

### Abstract

A composition of leaders and followers in road traffic flow has been studied mainly in investigation of headway distribution, but a leaders-followers composition in speed distribution of traffic flow has not been well-established. The headway distribution model which can be evaluated the composition of leader and follower have been derived in our previous study. The model can also be calculated only by giving a traffic volume.

In this paper, a speed distribution model which can express the composition of leaders and followers independently is derived on the basis of the headway distribution model. The leaders-followers composition in speed distribution of traffic under various traffic flow level is evaluated and discussed.

### 1. 緒 言

道路交通流の安全性の向上および効率的な運用を図る諸施策を構ずるにあたっては、交通流現象の明確な把握が必要であることは言うまでもない。

交通流は、道路上を走行している個々の車の挙動と各車間の相互作用により、異なった様相を示し、基本的には、自由あるいは追従的に走行する車の集合体であると考えられる。したがって、交通流の諸現象を自由車、追従車構成の観点からとらえ、解明しようとするアプローチは本質的なものであるといえ、その面からの研究も多々ある。このとき、交通現象をどのような物理量でとらえて定式化するかが問題となる。交通量の物理量としては、速度、密度、交通量、占有率などがあるが、交通流の自由車・追従車構成といった内部構造に立入った検討が可能であり、直接容易に測定可能であること、および、交通流の他の基本量と直接関係付けられることなどを考慮すると、車頭間隔と速度とが、交通現象解明の重要な基本量となると判断さ

れる。ここで、速度は道路の流れ易さを直接表現する指標であり、車頭間隔は道路の混雑程度を表わす指標であるから、これら2つの物理量の諸特性ならびに両者の相互関係を知ることは交通流現象解明の基礎を与えるものであると言える。

交通流の速度と車頭間隔に関しては、個別的、相互関係的に多くの調査、研究が行なわれてきており、その相互関係については、追従理論によりモデル化されている。また、平均的關係については流体アナロジーモデルによる研究が行なわれてきているが、これらはいずれも、交通現象を決定論的に把握しようとするものである。しかしながら、交通流は基本的には確率現象であり、速度、車頭間隔それぞれの分布相互間の関係を明らかにすることが必要であり、より本質的であると考えられるにもかかわらず、この観点からの研究はまだほとんど行なわれていない。

本研究は、以上の諸点を考慮し、車頭時間分布と速度分布との相互関係を明らかにし、交通流の自由車、追従車構成を反映しうる速度分布モデルを構築することを目的とするものである。なお本研究で用いられた観測データは一般国道2車線追越禁止区間で観測されたものであり、その概要を Table. 1 に示す。

\* 建設工学科

\*\* 九州大学工学部土木工学科

Table 1 Summary of observations

Route Number (National road)	R. 190	R. 202	R. 2
Number of observation points	3	1	2
Number of observed vehicles	9078	1845	2626
Observed duration (hr)	13	2	4
Road condition	Level, Straight, Two-lane, No-passing		
Observation devices	16 and 8 mm memo motion camera		

## 2. 自由車・追従車構成を考慮した速度分布モデル

### 2.1 速度分布モデル構築の考え方

車頭時間分布の確率密度関数,  $h(t)$  が与えられ, 車頭時間  $t$  で走行している車の速度分布の確率密度関数  $s(u)$  が与えられるものとする. このとき, 交通流全体における速度分布  $S(u)$  は  $h(t)$  と  $s(u)$  の積を車頭時間  $t$  に関して積分することにより求めることができる. すなわち,

$$S(u) = \int_{t_0}^{\infty} h(t)s(u)dt \quad (1)$$

ここで,  $t$ : 車頭時間,  $u$ : 速度,  $t_0$ : 最小車頭時間であり, したがって,  $h(t)$  と  $s(u)$  を知ることができれば, 式(1)より交通流の速度分布を求めることができる. このモデル構築の根念を Fig. 1 に示す.

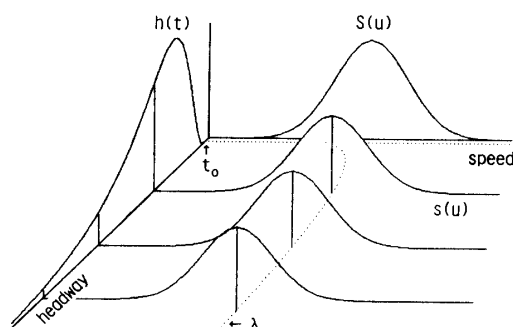


Fig. 1 Concept of speed distribution model.

### 2.2 車頭時間分布

著者らはこれまでの研究<sup>1)~4)</sup>の結果, 非渋滞流は自由車と追従車とにより構成され, 渋滞流は全て追従車のみにより構成されることを確認し, 交通量を与えるのみで良好に実交通の車頭時間分布を表現しうる車頭時間分布モデルを得た. すなわち, 非渋滞流の車頭時間分布  $h_n(t)$  は, 式(2)に示す複合車頭時間分布により表現され, 非渋滞流では単一分布  $h_c(t)$  により表わされる.

$$h_n(t) = P_i h_i(t) + P_f h_f(t) \quad (2)$$

ここで,  $h_n(t)$  は非渋滞流の車頭時間分布の確率密度関数,  $h_i(t)$  は自由車の車頭時間分布の確率密度関数,  $h_f(t)$  は追従車の車頭時間分布の確率密度関数,  $P_i$  は全交通流中に自由車の占める割合,  $P_f$  は全交通流中に追従車の占める割合であり  $P_i + P_f = 1.0$  となる.

実際に車頭時間分布を計算するには,  $h_i(t)$ ,  $h_f(t)$ ,  $h_c(t)$  を具体的に決定することが必要であるが, 種々の理論分布を検討した結果, いずれに対しても式(3)で表わされる対数正規分布を仮定するとき, 最も安定でかつ良好な実測データの表現が可能であることが確認された<sup>1)3)</sup>.

$$h_i(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \zeta_i (t-t_0)} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{\ln(t-t_0) - \xi_i}{\zeta_i} \right)^2 \right\} \quad (3)$$

ここで, 対数分布モデル  $h_i(t)$  のパラメータ  $\xi_i$ ,  $\zeta_i$  は, 車頭時間分布の平均  $T_i$  と分散  $V_i$  とを用いて次式で表わされる.

$$\xi_i = \ln(T_i - t_0) - \frac{1}{2} \ln \left\{ \frac{V_i}{(T_i - t_0)^2} + 1 \right\} \quad (4)$$

$$\zeta_i = \sqrt{\ln \left\{ \frac{V_i}{(T_i - t_0)^2} + 1 \right\}} \quad (5)$$

$t_0$ : 最小車頭時間 (0.35 sec.)

なお, 非渋滞流追従車の車頭時間分布  $h_f(t)$ , 渋滞流の車頭時間分布  $h_c(t)$  は式(3), (4)および(5)において,  $\xi_i$ ,  $\zeta_i$ ,  $T_i$ ,  $V_i$  をそれぞれ,  $\xi_f$ ,  $\zeta_f$ ,  $T_f$ ,  $V_f$ , および  $\xi_c$ ,  $\zeta_c$ ,  $T_c$ ,  $V_c$  で置換したもので表わされる. なお,  $\xi_f$ ,  $\zeta_f$  は  $h_f(t)$  のパラメータであり,  $T_f$ ,  $V_f$  は非渋滞流追従車の車頭時間分布の平均と分散である. 一方,  $\xi_c$ ,  $\zeta_c$  は  $h_c(t)$  のパラメータであり  $T_c$ ,  $V_c$  は渋滞車の車頭時間分布の平均と分散である. 各車頭時間分布の平均,  $T_i$ ,  $T_f$ ,  $T_c$ , 分散,  $V_i$ ,  $V_f$ ,  $V_c$  と交通量との関係は式(6), (7), (8), (9), (10)および(11)に示す回帰式により良好に表わされることが, これまでの研究により確認されており, したがって, 車頭時間分布  $h_i(t)$ ,  $h_f(t)$ ,  $h_c(t)$  のパラメータは, 式(6)~(11)を式(4), (5)にそれぞれ代入することにより, 交通量を与えるのみで決定される.

$$T_i = 66.314q^{-0.7460}(\text{秒}) \quad (6) \quad V_i = 2133.4q^{-1.1558}(\text{秒}^2) \quad (7)$$

$$T_f = 3.0887q^{-0.1336}(\text{秒}) \quad (8) \quad V_f = 5.3727q^{-0.5614}(\text{秒}^2) \quad (9)$$

$$T_c = 60q^{-1.0} \quad (\text{秒}) \quad (10) \quad V_c = 1928.8q^{-2.4746}(\text{秒}^2) \quad (11)$$

ここで、 $q$ : 1分間交通量 (台/分)

以上のことから、非渋滞流、渋滞流の車頭時間分布、 $h_n(t)$ ,  $h_c(t)$  は1分間交通量  $q$  を与えるのみでただちに計算可能である。

なお本研究では、速度分布における自由車・追従車構成を評価することを目的としており、また、その結果がそのまま渋滞流の場合に対しても適用できることから、以後非渋滞流の場合について議論を進めることにする。

### 2.3 速度分布と $s(u)$ 車頭時間と $t$ の関係

観測データを車頭時間1秒ごとに分類し、各車頭時間分布に対する速度分布について解析を行なった結果、次の結果を得た。すなわち、速度分布、 $s(u)$  は、式(12)で表わされる正規分布により表わされることが明らかとなった。

$$s(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\eta} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{u-\lambda}{\eta} \right)^2 \right\} \quad (12)$$

ここで、 $u$ : 速度、 $\lambda$ : 速度の平均、 $\eta$ : 速度の標準偏差データ解析の結果、式(12)のパラメータ、 $\eta$  (以下の議論では非渋滞流に対する  $\eta$  を  $\eta_n$  とし渋滞流に対する  $\eta$  を  $\eta_c$  とする)、は車頭時間に関して変化せず一定であると見なしうることに、また、 $\lambda$  は非渋滞流では車頭時間が大きくなるにしたがって大きくなり、渋滞流では小さくなり、それぞれ次式の回帰式により、その関係が良好に表わされることがわかった。すなわち、

$$\lambda_n = A_n + B_n \ln(t - t_0) \quad (13)$$

$$\lambda_c = A_c + B_c \ln(t - t_0) \quad (14)$$

ここで、 $\lambda_n$ ,  $\lambda_c$  はそれぞれ、非渋滞流、渋滞流で車頭時間  $t$  で走行している車の平均速度であり、回帰定数はそれぞれ、 $A_n = 48.9$ ,  $B_n = 2.5$ ,  $A_c = 25.6$ ,  $B_c = -8.1$  である。なお、ここで示した速度の解析においては、これまでの研究<sup>2)</sup>より、35 km/h が、渋滞流の上限速度であると見なしうることから、この速度以下の車を渋滞車として計算を行なった。

### 2.4 速度分布モデルの誘導<sup>5)</sup>

車頭時間分布ならびに各車頭時間分布に対する速度分布が明らかとなったので、式(2), (3), (4), (5), (12)および(13)を式(1)に適用し、演算整理す

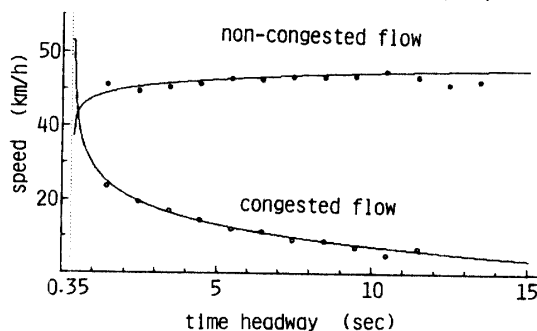


Fig.2 Relationships between the means of speed distribution and headway.

ると非渋滞流における速度分布  $S_n(u)$  は次式の複合正規分布により表わされる<sup>注1)</sup>。

$$S_n(u) = \frac{P_i}{\sqrt{2\pi}\eta_i^*} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{u-\lambda_i^*}{\eta_i^*} \right)^2 \right\} + \frac{P_f}{\sqrt{2\pi}\eta_f^*} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{u-\lambda_f^*}{\eta_f^*} \right)^2 \right\} \quad (15)$$

ここで、 $\lambda_i^*$ ,  $\eta_i^*$  は非渋滞流自由車に対する速度の平均と分散、また、 $\lambda_f^*$ ,  $\eta_f^*$  は非渋滞流追従車に対する速度の平均と分散であり、車頭時間分布、速度分布のパラメータおよび、式(13)の回帰定数を用いて次式で表わされる。

$$\lambda_i^* = A_n + B_n \hat{\epsilon}_i \quad (16) \quad \eta_i^{*2} = \eta_n^2 + B_n^2 \hat{\epsilon}_i^2 \quad (17)$$

$$\lambda_f^* = A_n + B_n \hat{\epsilon}_f \quad (18) \quad \eta_f^{*2} = \eta_n^2 + B_n^2 \hat{\epsilon}_f^2 \quad (19)$$

なお、 $S_i(u)$  の平均、 $\lambda_f$ , 分散  $\eta_n^2$  は次式で与えられる<sup>注2)</sup>。

$$\lambda_n = P_i \lambda_i^* + P_f \lambda_f^* \quad (20)$$

$$\eta_n^2 = P_i \eta_i^{*2} + P_f \eta_f^{*2} + P_i P_f (\lambda_i^* - \lambda_f^*)^2 \quad (21)$$

式(15)の右辺第1項は非渋滞流自由車、第2項は非渋滞車追従車に対する速度分布を表わす。渋滞流に対する速度分布は、式(15)において  $P_i = 0$ ,  $P_f = 1.0$  とし、各パラメータを渋滞流に対するものに置換することにより得られる。

これまでの議論から明らかなように、速度分布モデル中に含まれているパラメータは全て交通量  $q$  を与えるのみで計算可能である。したがってここで求められた速度分布モデルを用いることにより、任意の交通量レベルにおける速度分布の自由車、追従車構成をそれぞれ個別に評価することができる。

注1) 誘導の過程を付録1に示す

注2) 誘導の過程を付録2に示す

### 3. モデルの計算結果と考察

非渋滞流におけるモデルの計算例を Fig. 3 と Fig. 4 に示す. Fig. 3 は 100~1800VPH の各交通量レベルにおける速度分布を 100VPH ごとに計算した例を示し, Fig. 4 に 300~1800VPH の各交通量レベルにおける速度分布の自由車・追従車構成を 300VPH ごとに計算した例を示す.

Fig. 3 より明らかなように, 非渋滞流の速度分布は交通量の増加に伴ない平均, 分散が小さくなるが, 交通量が小さい領域 (0~400VPH) で平均値がやや大きく減少するものの, その変化はそれほど大きなものではない. このような傾向は, 従来の交通量と速度との関係に関する研究で求められている一般的傾向と一致するものである.

このように, 表面的には, 交通量が増加しても速度分布はほとんど変わらないと言える. しかしながら, 速度分布の内容を自由車・追従車構成の変化という観点からみると, Fig. 4 に示すように, その内部構造には大きな変化があることがわかる. すなわち, 交通量が増加するに伴ない, 追従車の占める割合が増加してゆくとわかる. また, Fig. 4 は, 交通量が増加するに伴ない, 比較的速度の低い車に高速車が追いつくことにより, 車群が形成される様子を表わしているとも解釈できる. したがって, 表面的には速度分布に変化がないように見えても, 交通量の増加に伴ない, 速度分布における自由車・追従車構成が変化し, 自由速度で走行できない車が増加する. このことは, 追越禁止区間が長く続くと, それ程大きな速度の低下は生じなくても, ドライバーの満足度は低下し, 追越しの欲求が高まるものと推察される.

本計算例に示す 1800VPH レベルの交通量は, 現実の交通流では長時間維持されるものでなく, 一般の 2 車線道路では, 1300VPH レベルの交通量付近を境界として渋滞流へと移行するが, 一分間単位で交通流を考える場合には, 30VPM 程度の交通流は非渋滞流でも十分生じるものであり, このような場合, Fig. 4 に示すように, 自由車はほとんど存在しないことがわかる. このことから, 交通流が非渋滞から渋滞流へと移行する場合, 現象は連続的に変化するのではなく, 不連続な変化を生ずるものと推察されるが, 現段階では, まだこの点について十分明らかにするには至っていない.

また, Fig. 4 は, 交通流における車群の形成と交通量との関係を反映しているものと考えられる. 従来の

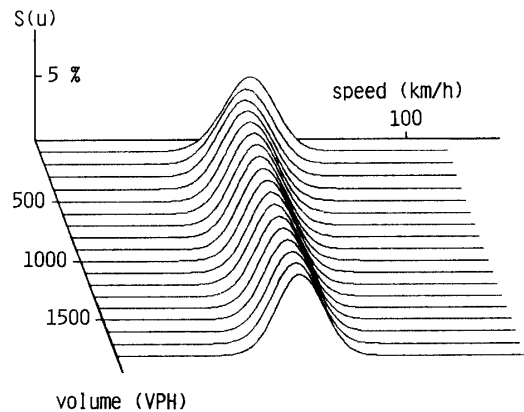


Fig. 3 Speed distribution and traffic volume for non-congested flow.

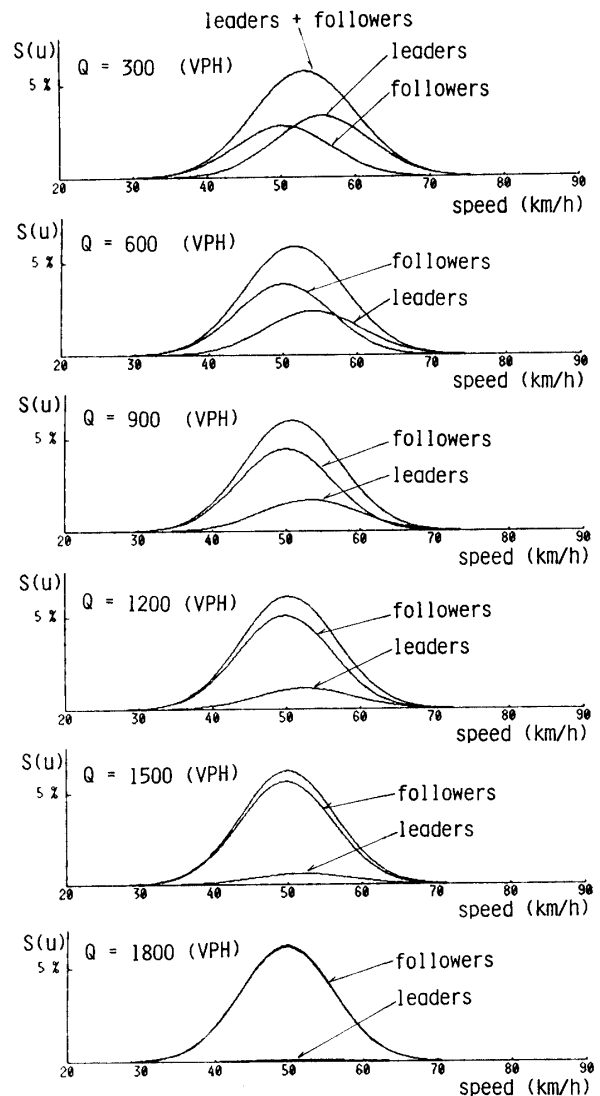


Fig. 4 Compositions of leader and follower in speed distribution.

研究では, 車群は車頭時間分布に基づいて, 限界車頭時間により車群車, 非車群車が分離されているが, 本質的には, 車群の形成は, 先行車と後続車の速度が相

対的に高いか、低いかにより生ずるものであるから、限界車頭時間による車群定義は、簡便な方法ではあるにしても、必ずしも合理的であるとは言えず、限界車頭時間の決定は任意的に設定されているにすぎない。したがって、先行車と後続車との速度の相対的な関係に基づいて定義するのが、より合理的であり本質的であると言える。ここで、計算された結果を見ると、モデルは、各速度における自由車と追従車の占める割合を評価しうるものであり、交通流が増加するに伴ない、速度の低いほど、追従車の割合が増加することを示している。したがって、この構成割合に基づいて、交通流の車群形成、あるいは、車群台数分布を表現しうる事が可能であると考えられる。

4. 結 言

本研究では、車頭時間分布モデルとして複合正規分布モデルが適用可能であること、同等な車頭時間で走行している車の速度分布が正規分布により表わされ、また、その分散は変化せず一定であり、平均のみが車頭時間に関して変化することに基づいて、交通流の速度分布を自由車、追従車のそれを、それぞれ独立に評価しうるモデルを誘導し、各交通量レベルにおける速度分布を計算した。その結果得られた事項は以下のよう

- (1) 非渋滞流の速度分布は、複合正規分布、渋滞流の速度分布は単一正規分布で表わされる。
- (2) 速度分布モデルは、単位時間交通量を与えるのみで計算可能であり、自由車、追従車の速度分布を独立して表現しうる。
- (3) 非渋滞流においては、交通量の増加に伴ない、速度分布の平均・分散はやや減少するものの表面的にはほとんど変化しないが、その自由車・追従車構成からみた速度分布の内部構造は大きく変化する。すなわち
- (4) 交通量の増加に伴ない、追従車の全交通流中に占める割合が増加し、相対的に低い速度の車に追従する車の割合が増加する。

なお、本研究で示したモデルの計算はまだ試算の域を出るものではなく、十分な実証的検討を加えるには至っていない。したがって、今後、モデルの適合性を、

種々の道路条件、交通条件のもとで検証することが必要であり、また前節で述べたごとく、ここで提案したモデルは、交通流の車群形成問題に新しい視点を与えるものである。以上の2点について、現在研究が進行中であり、近々報告する予定である。

本研究の遂行にあたり、池田秀之氏（現府中市役所、当時山口大学学生）には、モデル計算において負うところが大きい。ここに謝意を表す。

参 考 文 献

- 1) 田村洋一・樗木 武：自由車・追従車の分離に基づいた車頭間隔分布モデル、九州大学工学集報、第55巻、第2号、pp. 89~95、(1982)
- 2) 田村洋一・樗木 武：非渋滞時の交通現象について、第34回土木学会中四国支部年講概要集、pp. 248~249 (1982)
- 3) 田村洋一・樗木 武：自由車・追従車構成に着目した車頭時間分布モデルに関する研究、土木学会論文報告集、No. 336号、pp. 159-168 (1983)
- 4) 樗木 武・田村洋一：道路交通量の変動を考慮した実際車頭時間分布モデルに関する研究、土木学会論文報告集（投稿中）
- 5) 田村洋一・樗木 武：道路交通流の速度分布モデルについて、第38回土木学会年講概要集、第4部、pp. 345~346 (1983)

付録 1. 速度分布モデル S(u) の誘導

車頭時間分布  $h(t)$  として式(1)の対数正規分布を仮定し、車頭時間  $t$  で走行している車の速度分布に対して式(2)、(3)、(4)を仮定する。

$$h(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\zeta}(t-t_0)} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{\ln(t-t_0) - \xi}{\zeta} \right)^2 \right\} \tag{1-1}$$

$$s(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\eta}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{u-\lambda}{\eta} \right)^2 \right\} \tag{1-2}$$

$$\lambda = A + B \ln(t-t_0) \tag{1-3}$$

$$\eta = \text{constant} \tag{1-4}$$

式(1-1)、(1-2)、(1-3)および(1-4)より交通流全体に対する速度分布  $S(u)$  は次のように求められる。

$$S(u) = \int_{t_0}^{\infty} h(t)s(u)dt \tag{1-5}$$

$$= \int_{t_0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\zeta}(t-t_0)} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{\ln(t-t_0) - \xi}{\zeta} \right)^2 \right\} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{u - A - B \ln(t-t_0)}{\eta} \right)^2 \right\} dt$$

$$= \int_{t_0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\eta\zeta}(t-t_0)} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \underbrace{\left\{ \left( \frac{\ln(t-t_0) - \xi}{\zeta} \right)^2 + \left( \frac{u-A-B \ln(t-t_0)}{\eta} \right)^2 \right\}}_I \right\} dt \quad (16)$$

指数部 ( { } 内の部分) を  $I$  とおくと

$$\begin{aligned} I &= \frac{\ln^2(t-t_0) - 2\xi \ln(t-t_0) + \xi^2}{\zeta^2} + \frac{(u-A)^2 - 2B(u-A) \ln(t-t_0) + B^2 \ln^2(t-t_0)}{\eta^2} \\ &= \frac{1}{\eta^2 \zeta^2} \{ \eta^2 \ln^2(t-t_0) - 2\xi \eta^2 \ln(t-t_0) + \xi^2 \eta^2 \\ &\quad + \zeta^2 (u-A)^2 - 2B\zeta^2 (u-A) \ln(t-t_0) + B^2 \zeta^2 \ln^2(t-t_0) \} \\ &= \frac{1}{\eta^2 \zeta^2} \{ \eta^2 + B^2 \zeta^2 \} \ln^2(t-t_0) - 2(\xi \eta^2 + B\zeta^2 (u-A) \ln(t-t_0) + \xi^2 \eta^2 + \zeta^2 (u-A)^2) \\ &= \frac{\eta^2 + B^2 \zeta^2}{\eta^2 \zeta^2} \left\{ \ln^2(t-t_0) - 2 \frac{\xi \eta^2 + B\zeta^2 (u-A)}{\eta^2 + B^2 \zeta^2} \ln(t-t_0) + \frac{\xi^2 \eta^2 + \zeta^2 (u-A)^2}{\eta^2 + B^2 \zeta^2} \right\} \\ &= \frac{\eta^2 + B^2 \zeta^2}{\eta^2 \zeta^2} \left\{ \ln(t-t_0) - \frac{\xi \eta^2 + B\zeta^2 (u-A)}{\eta^2 + B^2 \zeta^2} \right\}^2 + \left( \frac{u-A - \xi B}{\sqrt{\eta^2 + B^2 \zeta^2}} \right)^2 \end{aligned} \quad (1-7)$$

式(1-7)を式(1-6)に代入すると

$$\begin{aligned} S(u) &= \int_{t_0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\eta\zeta}(t-t_0)} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left\{ \frac{\eta^2 + B^2 \zeta^2}{\eta^2 \zeta^2} \left( \ln(t-t_0) - \frac{\xi \eta^2 + B\zeta^2 (u-A)}{\eta^2 + B^2 \zeta^2} \right)^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left( \frac{u-A - \xi B}{\sqrt{\eta^2 + B^2 \zeta^2}} \right)^2 \right\} \right\} dt \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\eta\zeta}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{u-A - \xi B}{\sqrt{\eta^2 + B^2 \zeta^2}} \right)^2 \right\} \\ &\quad \times \int_{t_0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}(t-t_0)} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left\{ \frac{\ln(t-t_0) - \frac{\xi \eta^2 + B\zeta^2 (u-A)}{\eta^2 + B^2 \zeta^2}}{\sqrt{\frac{\eta^2 \zeta^2}{\eta^2 + B^2 \zeta^2}}} \right\}^2 \right\} dt \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\eta\zeta}} \sqrt{\frac{\eta^2 \zeta^2}{\eta^2 + B^2 \zeta^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{u-A - \xi B}{\sqrt{\eta^2 + B^2 \zeta^2}} \right)^2 \right\} \\ &\quad \times \underbrace{\int_{t_0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}(t-t_0) \sqrt{\frac{\eta^2 \zeta^2}{\eta^2 + B^2 \zeta^2}}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{\ln(t-t_0) - \frac{\xi \eta^2 + B\zeta^2 (u-A)}{\eta^2 + B^2 \zeta^2}}{\sqrt{\frac{\eta^2 \zeta^2}{\eta^2 + B^2 \zeta^2}}} \right)^2 \right\} dt}_{=1} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{\eta^2 + B^2 \zeta^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{u-A - \xi B}{\sqrt{\eta^2 + B^2 \zeta^2}} \right)^2 \right\} \end{aligned}$$

ここで,

$$\lambda^* = A + B\xi \quad (1-8)$$

$$\eta^{*2} = \eta^2 + B^2 \zeta^2 \quad (1-9)$$

とおくと,

$$S(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \eta^*} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{u - \lambda^*}{\eta^*} \right)^2 \right\} \quad (1-10)$$

したがって, 式(1-8), (1-9)および(1-10)に対応するパラメータを代入すれば, 非渋滞流, 渋滞流における速度分布が求められる.

## 付録2. $S_n(u)$ の平均, $\lambda_n$ 分散, $\eta_n^2$ の誘導

非渋滞流の速度分布  $S_n(u)$  は, 平均,  $\lambda_i^*$ , 分散,  $\eta_i^{*2}$  の正規分布を  $N(\lambda_i^*, \eta_i^{*2})$ , 平均,  $\lambda_f^*$ , 分散,  $\eta_f^{*2}$  の正規分布を  $N(\lambda_f^*, \eta_f^{*2})$  で表わすことにすると次式で表わされる.

$$S(u) = P_i N(\lambda_i^*, \eta_i^{*2}) + P_f N(\lambda_f^*, \eta_f^{*2}) \quad (2-1)$$

したがって  $S_n(u)$  の平均,  $\lambda_n$  は次式で求められる.

$$\begin{aligned}
 \lambda_n &= \int_{-\infty}^{\infty} u S_n(u) du && + P_f \int_{-\infty}^{\infty} (u - \lambda_n)^2 N(\lambda_f^*, \eta_f^{*2}) du \\
 &= P_l \int_{-\infty}^{\infty} u N(\lambda_l^*, \eta_l^{*2}) du && = P_l(\eta_l^{*2} + \lambda_l^{*2} - 2\lambda_n \lambda_l^* - \lambda_n^2) \\
 &\quad + P_f \int_{-\infty}^{\infty} u N(\lambda_f^*, \eta_f^{*2}) du && \quad + P_f(\eta_f^{*2} + \lambda_f^{*2} - 2\lambda_n \lambda_f^* + \lambda_n^2) \quad (2-3) \\
 &= P_l \lambda_l^* + P_f \lambda_f^* &&
 \end{aligned}$$

(2-2)

また、分散  $\eta_n^2$  は次式で求められる。

$$\begin{aligned}
 \eta_n^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} (u - \lambda_n)^2 S(u) du \\
 &= P_l \int_{-\infty}^{\infty} (u - \lambda_n)^2 N(\lambda_l^*, \eta_l^{*2}) du
 \end{aligned}$$

式(2-3)に式(2-2)を代入すると、

$$\begin{aligned}
 \eta_n^2 &= P_l \eta_l^{*2} + P_l(1 - P_l) \lambda_l^{*2} + P_f \eta_f^{*2} \\
 &\quad + P_f(1 - P_f) \lambda_f^{*2} - 2P_l P_f \lambda_l^* \lambda_f^* \\
 &= P_l \eta_l^{*2} + P_f \eta_f^{*2} + P_l P_f (\lambda_l^* - \lambda_f^*)^2 \quad (2-4)
 \end{aligned}$$

(昭和58年10月15日 受理)