

円柱周囲の洗掘について

齋藤 隆*・浦 勝*・柴田 幸信*

On the Scour around Circular Cylinder

Takashi SAITŌ, Masaru URA and Yukinobu SIBATA

Abstract

When we place obstacles in river flow, river-bed around obstacles was scoured greatly with vortex and secondary flow. It is too difficult to evaluate quantitatively the scour with vortex and secondary flow. When we take a different view of point, it is expected that there is an equivalent relation between an amount of sand which fall in scoured hole from upper stream and is scoured with vortex and secondary flow and quantities of transported load on the slope of down stream in scoured hole.

In this report, with this standpoint, we make effort to introduce non-dimensional parameter that provide for scoured depth around circular cylinder and its variation with time.

1. 緒 言

我々は種々の目的をもって、河川内に橋脚、橋台、水門、カルバート等の種々の構造物を設置する。

流れのなかにこれらの構造物を設けると、構造物周辺における流水の自然な動態は変化し、構造物周辺には渦および副流が発達する。この渦および副流の洗掘作用によって構造物周辺の河床はいちじるしく洗掘される。構造物周辺の洗掘は構造物自体の安定を危くすると同時に、一般に、我々が構造物を設置する目的を阻害するものである。

流水中に設けられた構造物の周辺に生ずる渦および副流の性質およびその洗掘作用は非常に複雑なものであって、これらを量的に表わすことは非常に困難を伴なう。したがって、ここでは渦および副流による河床の洗掘作用をそのまま量的に表わすかわりに、若干見方を変えて、上流から掃流されてきて洗掘穴に落ち込む砂量および渦によって洗掘される砂量と、洗掘穴の下流に形成される斜面上を掃流されて出ていく砂量との間にある種の平衡関係が成り立つものと考えらる。

本文は、円柱周囲の洗掘実験の結果、および、上述の観点にたつて、円柱周囲の洗掘を規定する無次元パラメーターを導いたものである。

2. 実験装置およびその方法

実験に使用した水路は、長さ15m、巾145cm、深さ

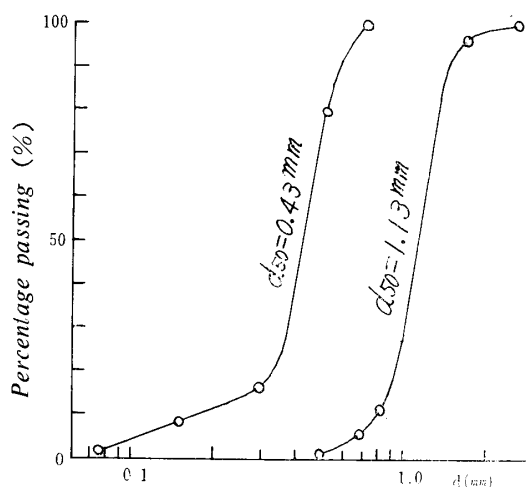


Fig.1 Particle-size accumulation curves of aggregate

50cmのコンクリート製水路、および長さ6.6m、巾76.3cm、深さ30cmの木製水路である。

河床砂は Fig. 1 に示す粒度曲線をもつもので、コンクリート製水路では細砂を、木製水路では粗砂を用いた。

円柱は半径が1.5, 2.5, 5.0, 7.5, 10.0cmの5種類のコンクリート製のものを使用した。

河床勾配は木製水路では1/200と一定としたが、コンクリート製水路においては1/200, 1/400, 1/800と変化させた。

* 土木工学教室

次にのべる実験方法および測定方法は、コンクリート製水路において行なった方法である。

実験はまず砂面を規定の勾配にならし、流量と水路下流端の水位調節板を操作して、目的とする等流流れを実現させる。その後、水路の中央に円柱を設置し、再び砂面を所定の勾配にならす。

さきに求めた等流流れの状態を通水し、洗掘開始より120~180秒間は10秒間隔で、その後は30秒ないし1分間隔で円柱の最上流端、および両側側面における洗掘深さの測定を行なった。実験開始後60秒~180秒程度の時間が経過すると、円柱側面における洗掘深さはほぼ一定値のところまで変動するようになる($d=0.43\text{mm}$ の場合で、 $d=1.13\text{mm}$ の場合には3~10分程度)。

洗掘深さがほぼ一定値に落ちついたと認められたら、円柱中心を通る横断面において、深さ方向に1cm間隔で、横断方向には3~5cmの間隔で流速の測定を行なった。

流速分布の測定と同時に、円柱側面の洗掘深さおよび洗掘穴より上流および側方に5cm程度はなれた場所の河床高さの変化を1分間隔で測定した。

以上の測定を終了した後、代表的実験については、水路内の水を徐々に排水してから洗掘形状の測定を行なった。

洗掘深さおよび河床高さの測定には、内径が8mmの有機パイプをガイドとした径6mmの有機パイプの先端に6寸釘の頭部を挿入した河床測定器を用いた。

流速の測定は、土研式ピトー管を東洋測器の0.02kg差圧計に接続し、記録計によって記録した。

3. 円柱周囲の洗掘機構

円柱によって2分された流れは、円柱側面で剝離し、円柱下流に後流領域を形成する。円柱の上流側から側面への流れはその方向を2度急に曲げられる。この流れのわん曲によって副流および渦が発生し、また、洗線の集中作用と相まって、円柱の周辺ははなはだしく洗掘される。この渦による洗掘作用を直接的に評価することは現在のところほとんど不可能であろう。したがって、若干見方を変えてみると、洗掘が進行していくためには、上流から掃流されてきて洗掘穴に落ち込む砂量および渦によって洗掘される砂量が、洗掘穴の下流に形成される斜面上に沿って掃流されて出て行くことが必要である。よって、これらの間に一種の平衡関係が成立しているものとみなされよう。

洗掘はほぼ相似な洗掘形状で進行していき、最大洗掘深さ D によって規定出来るものとする。その形状を簡単に、円柱の上流側半円部が半径がそれぞれ r と

$r + D \cot \theta$ で高さが D の円錐台より円柱部分を除いた形、下流は長さが $D \cot \theta'$ 、巾が $r + D \cot \theta$ 、深さが D なる三角錐より円柱部分を除いた形が結合したものとみなすと、洗掘容積 V (円柱中心線で2等分)は、

$$V = \frac{\pi}{6} (r + D \cot \theta)^3 \tan \theta - \frac{\pi}{6} r^3 \tan \theta + \frac{1}{6} (r + D \cot \theta) D^2 \cot \theta \cot \theta' - \pi r^2 D \tag{1}$$

となる。(Fig. 2 参照)。

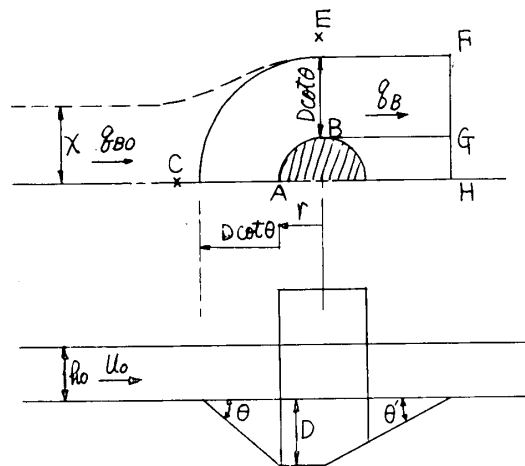


Fig.2 Model of scour around circular cylinder

円柱の影響を受けない上流における単位巾当りの流砂量 q_{B0} 、洗掘穴側端Bを通る流線の円柱の影響を受けない地点での円柱中心線よりの距離を χ 、洗掘穴下流に形成される平均角度 θ' なる斜面上の代表断面を通過する単位巾当りの流砂量を q_B 、流砂量 q_B が掃流される巾(代表断面の巾)は、円柱下流は後流領域であることより、 $D \cot \theta$ であるものとする、流砂の連続の式は次のようになる。

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{q_{B0}}{1-\lambda} \chi + \int_0^{D \cot \theta} \frac{q_B}{1-\lambda} dy \tag{2}$$

ここに λ は砂の空隙率を100で割ったものである。ほぼ水平な砂面における流砂量を次の指数形式、

$$\frac{q_B}{\sqrt{sgd^3}} = K \left(\frac{u_*^2}{sgd} \right)^m \left(1 - \frac{u_*^2 c}{u_*^2} \right) \tag{3}$$

で表わし、 $u_0 = \varphi_0 u_{*0}$ (等流状態)、 $u = \varphi u_*$ において、 q_B に対しては θ' なる斜面の補正を行なうと、 q_{B0} 、 q_B は次のように与えられる(参考文献1を参照)

$$\frac{q_{B0}}{\sqrt{sgd^3}} = K \left(\frac{u_0^2}{\varphi_0^2 sgd} \right)^m \left(1 - \frac{\varphi_0^2 u_*^2 c_0}{u_0^2} \right) \tag{4}$$

$$\frac{q_B}{\sqrt{sgd^3}} = K \left(\frac{u^2}{\varphi^2 sgd} \right)^m \left(\frac{1}{\sin \theta' + \mu \cos \theta'} \right)^m \left(1 - \frac{\varphi^2 u_*^2 c}{u^2} \right) \tag{5}$$

$$u^2_{*c} = u^2_{*co} (\sin \theta' + \mu \cos \theta') \quad (6)$$

ここに、 u_{*co} 、 u_{*c} はそれぞれほぼ水平な斜面および θ' なる斜面における砂の限界摩擦速度、 u_0 、 u は等流および代表断面における流速、 φ_0 、 φ は等流部および代表断面における流速係数、 S は砂の水中比重、 d は砂の代表粒径、 g は重力の加速度、 k 、 m は洗砂理論から決まる常数である。

砂の連続の式(2)に(1)、(4)、(5)式を代入し、

$$\zeta = \frac{D}{h_0}, \quad R = \frac{r}{h_0}, \quad \eta = \frac{y}{D}$$

と整理すると、つぎのようになる。

$$\begin{aligned} & \frac{\pi}{2} \cot \theta \left\{ 2 \frac{R}{\zeta} \left(1 + \frac{1}{3} \cot \theta' \right) + \cot \theta \cot \theta' \right\} \zeta \frac{d\zeta}{d\tau} \\ & = \left[\int_0^{\cot \theta} \left(\frac{\varphi_0}{\varphi} \frac{u}{u_0} \right)^{2m} \left\{ 1 - \frac{\varphi^2 u^2_{*c}}{u_0^2} \left(\frac{u_0}{u} \right)^2 \right\} d\eta \right. \\ & \quad \left. - \frac{\chi}{D} \left(1 - \frac{\varphi_0^2 u^2_{*co}}{u_0^2} \right) \right] \quad (7) \end{aligned}$$

$$\tau = \frac{K}{1-\lambda} \left(\frac{1}{\sin \theta' + \mu \cos \theta'} \right)^m \frac{\sqrt{sgd^3}}{h_0^2} \left(\frac{u_0^2}{\varphi_0^2 sgd} \right)^m t \quad (8)$$

ここに、 h_0 は等流水深である。

(7)式中の流速 u に、近似的に代表断面を通過する流砂量を与えるような代表流速 \bar{u} を用いると、(7)式は近似的に次のように書ける。

$$\begin{aligned} & \frac{\pi}{2} \left\{ 2 \frac{R}{\zeta} \left(1 + \frac{1}{3} \cot \theta' \right) + \cot \theta \cot \theta' \right\} \zeta \frac{d\zeta}{d\tau} \\ & = \left(\frac{\varphi_0}{\varphi} \frac{\bar{u}}{u_0} \right)^{2m} \left\{ 1 - \frac{\varphi^2 u^2_{*c}}{u_0^2} \left(\frac{\bar{u}}{u_0} \right)^{-2} \right\} \\ & \quad - \frac{\chi}{D \cot \theta} \left(1 - \frac{\varphi_0^2 u^2_{*co}}{u_0^2} \right) \quad (9) \end{aligned}$$

(7)または(9)式は洗掘深さ ζ の時間的変化を表わす式であって、洗掘穴下流に形成される斜面の代表断面における流速分布 u/u_0 あるいは代表断面の代表流速 \bar{u}/u_0 および流量の集中の度合 x/D が与えられれば最大洗掘深さが求められる。 u/u_0 あるいは \bar{u}/u_0 および x/D は次元解析より、フルード数 u_0^2/gh_0 、円

柱の半径と等流水深の比 $R=r/h_0$ および洗掘深さと等流水深の比 $\zeta = D/h_0$ の関数であることが予想され、(7)式の意味する洗掘の進行状態は次のようである。すなわち

1. $\tau = 0$ すなわち $\zeta = 0$ のとき $d\zeta/d\tau = \infty$ となり、初期における洗掘はきわめていちじるしい。
2. 洗掘深さ $\zeta = D/h_0$ は u_0^2/gh_0 、 r/h_0 および u_{*c}/u_0 をパラメーターとして(8)式で与えられる無次元時間 τ によって規定される。
3. 時間が充分経過すれば終局状態に達し、そのときの洗掘深さは(7)および(9)式より

$$\int_0^{\cot \theta} \left(\frac{\varphi_0}{\varphi} \frac{u}{u_0} \right)^{2m} \left\{ 1 - \frac{\varphi^2 u^2_{*c}}{u_0^2} \left(\frac{u}{u_0} \right)^{-2} \right\} d\tau = \frac{\chi}{D} \left(1 - \frac{\varphi_0^2 u^2_{*co}}{u_0^2} \right) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\varphi_0}{\varphi} \frac{\bar{u}}{u_0} \right)^{2m} \left\{ 1 - \frac{\varphi^2 u^2_{*c}}{u_0^2} \left(\frac{\bar{u}}{u_0} \right)^2 \right\} \\ & = \frac{\chi}{D \cot \theta} \left(1 - \frac{\varphi_0^2 u^2_{*co}}{u_0^2} \right) \quad (11) \end{aligned}$$

と与えられる。

4. 実験結果とその考察

円柱周囲の洗掘はほぼ次のような経過をたどる。

まず、円柱の両側面において、流れの集中と渦のために円柱側面から剥離領域に沿って範囲は狭いが、急激な洗掘が生じる。この洗掘は円柱面に沿って上流側にのびると同時に、急速にその深さを増加していく。洗掘深さがある程度の深さになると、円柱の上流側半円部における洗掘穴周囲の河床砂が洗掘穴に落下していく。このような状態になるまでの経過時間は非常に短かく、これ以後の洗掘はほぼ Fig. 2 に示したごとき洗掘形状でもって進行していく。

4・1 洗掘形状；洗掘形状の代表断面として、A C

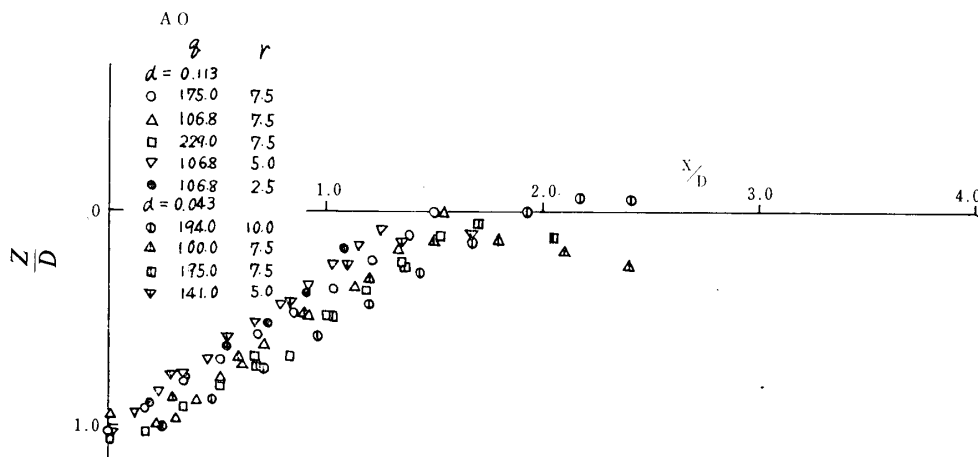


Fig.3a Scour profile along AO cross section

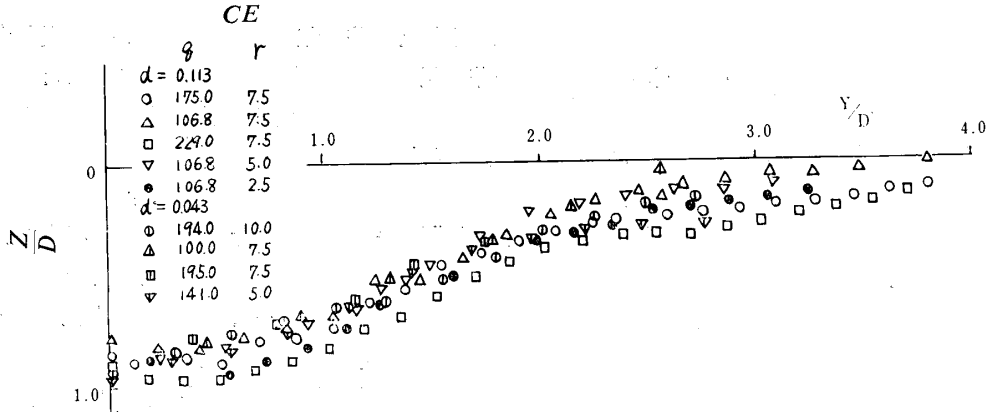


Fig.3 b Scour profile along CE cross section

断面およびBD断面 (Fig. 2) を最大洗掘深さDを基準長にして無次元化して示したものがFig. 3である。

AC断面では細砂の方がわずかながら斜面勾配が急であるようであるが、ほぼ砂の水中安息角となっているのが注目される。

BD断面では粗砂の方がところもち斜面勾配は急であるようであるが、いずれの断面においても粗砂、細砂による断面形の変化はあまり明瞭でない。

4・2 最大洗掘深さの時間的変化；前節の考察において、最大洗掘深さ D/h_0 は u_0^2/gh , r/h_0 , および u_{*co}/u_0 をパラメーターとして(8)式で与えられる無次元時間 τ によって表わされた。

元時間 τ によって表わされた。

流砂公式中の指数 n は、平衡状態にある流砂理論によれば、掃流砂の範囲では $n=1.5$ 、河床附近を流れる浮流砂を含めると $n=2.3$ が適当とされている。

(8)式中の主要項は $u_0^2/gh_0 \times u_0 \times (u_0^2/\sqrt{sgd})^{m-\frac{3}{2}}$ であるから、 $n=1.5$ とすると τ には粒径 d は含まれない。また、 $n \neq 1.5$ であるとき τ のなかに d が含まれることになり、同一の流況においても τ は河床砂によって変わることになる。したがって、同一の流況で粒径を大きく変えた実験を行えば適当な n の値を求めることができる。

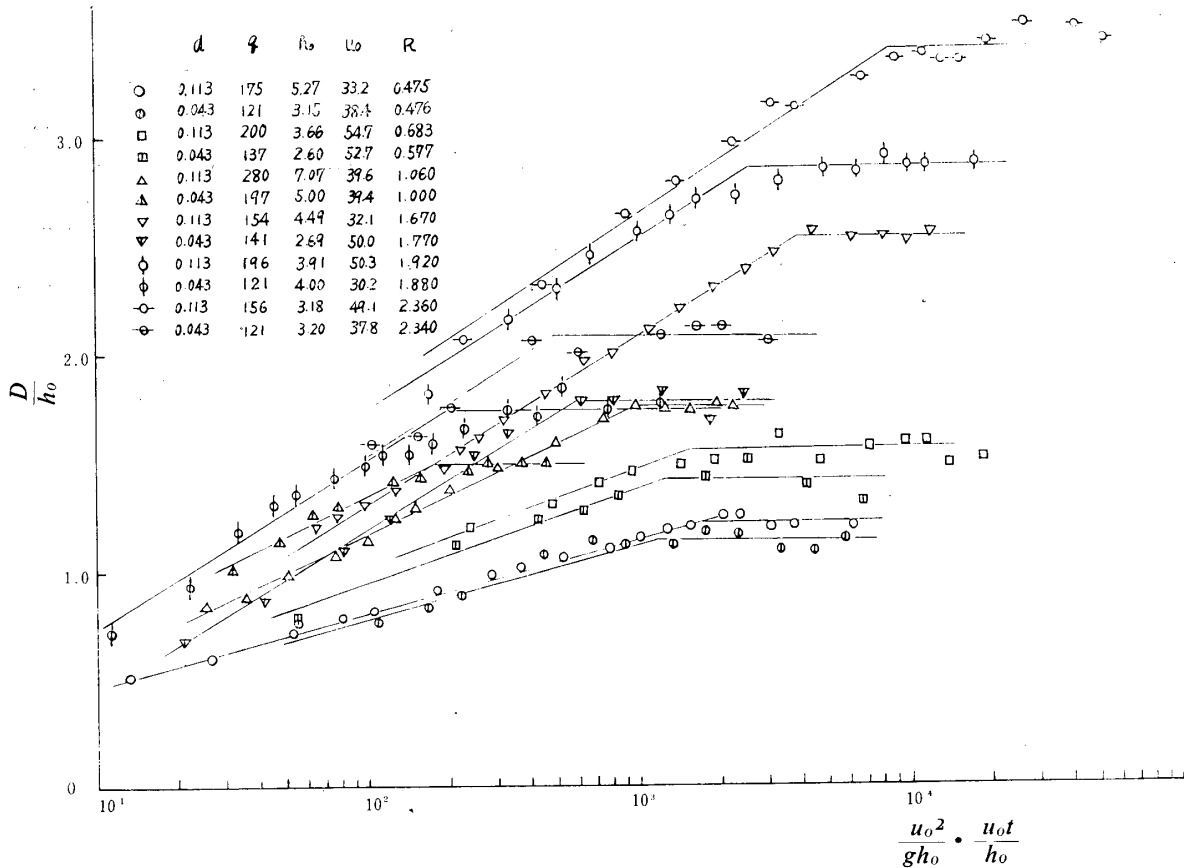


Fig.4 Variation of maximum scour depth with time

Fig. 4 は 2 種の砂について行なった実験結果の一部を $n=1.5$ とおいたときの主要項 $u_0^2/gh_0 \times u_{0t}/h_0$ に対して最大洗掘深さをプロットしたものである。図より最大洗掘深さは、洗掘が進行中においては、ほぼ $u_0^2/gh_0 \times u_{0t}/h_0$ と直線の関係にあることが認められ

る。すなわち、最大掘深さの時間的変化は次式で表わされる。

$$\frac{D}{h_0} = A + B \log \frac{u_0^2}{gh_0} \cdot \frac{u_0}{h_0} t \quad (12)$$

A, B の値を Fig. 4 より $u_0^2/gh_0 \cdot u_{0t}/h_0 = 10^3$ の点で求めてプロットしたものが Fig. 5, Fig. 6 である。

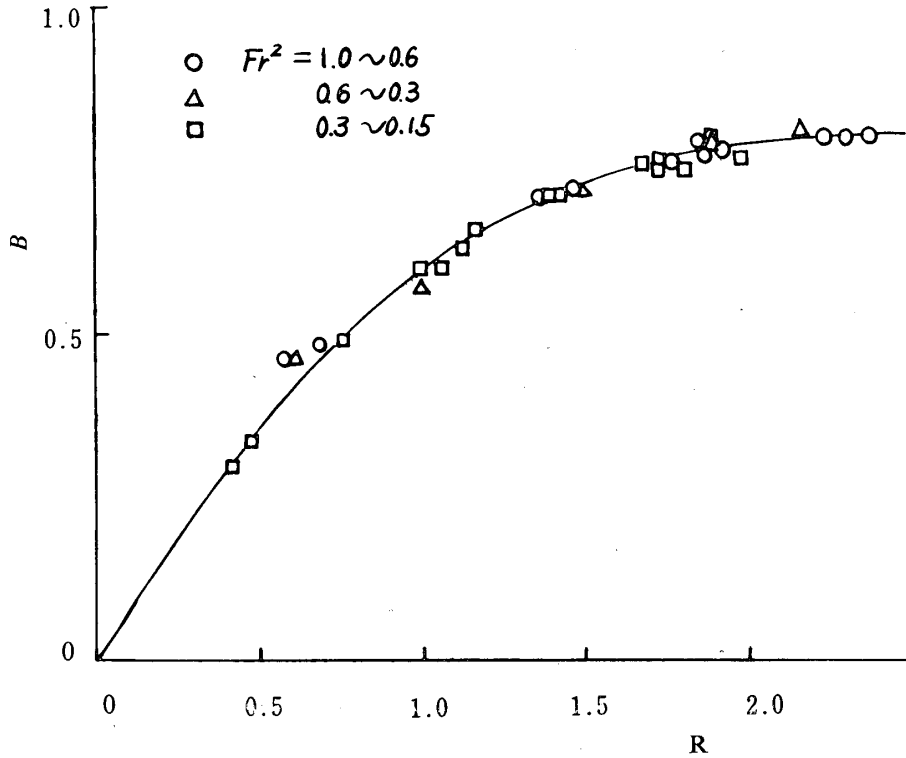


Fig. 5 Variation rate of maximum scour depth with time

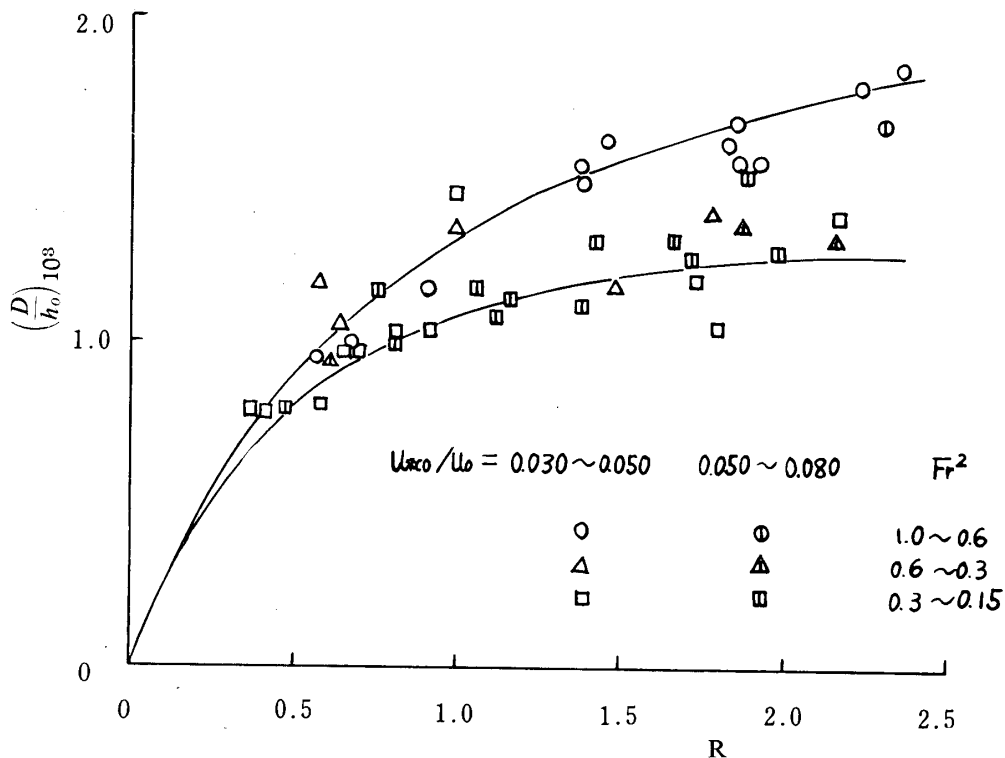


Fig. 6 Maximum scour depth at $\tau=10^3$

洗掘深さの時間的勾配を表わすBの値は u_0^2/gh_0 , u_{*co}/u_0 には関係なく, r/h_0 のみによって規定されている. これに対して, 一定無次元時間 ($u_0^2/gh_0 \times uot/h_0=10^3$) における洗掘深さは比較すべき実験点が少ないのであるが u_{*co}/u_0 による影響は判別しがたい.

ここで, $u_{*co} \propto \sqrt{sgd}$ なることを考慮すると,

$$\left(\frac{u_0^2}{\sqrt{sgd}}\right)^{m-\frac{3}{2}} \propto \left(\frac{u_0^2}{u_{*co}}\right)^{m-\frac{3}{2}}$$

となるので, もし $n \neq 1.5$ であると, (12)式のAの値は

$$A' = A + 2\left(m - \frac{3}{2}\right)B \log \frac{u_0}{u_{*co}}$$

と与えられ, Fig. 5において, u_{*c}/u_0 の影響が認められなければならない. このことより洗砂公式中の指数 n の値としては $n=3/2$ なる値が適当であることを示し, 以後本文においては $n=3/2$ として取扱うことにする.

4・3 流速分布 (流量の集中); 洗掘深さがほぼ定常状態に達したとき, 円柱中心を通る横断面において測定した流速分布より, 求めた流量分布を图示したものが Fig. 7 である. ここに q_0, q_{max} はそれぞれ等流れおよび円柱側面における単位巾流量である.

図より, Rがほぼ1.0に2.0の場合ではかなりはつきりと分けられるが, u_0^2/gh_0 および D/h_0 の変化による影響は判別しがたい. Fig. 7よりRが1.0と2.0の場合の平均曲線より実験式を導びくと, 次式のように

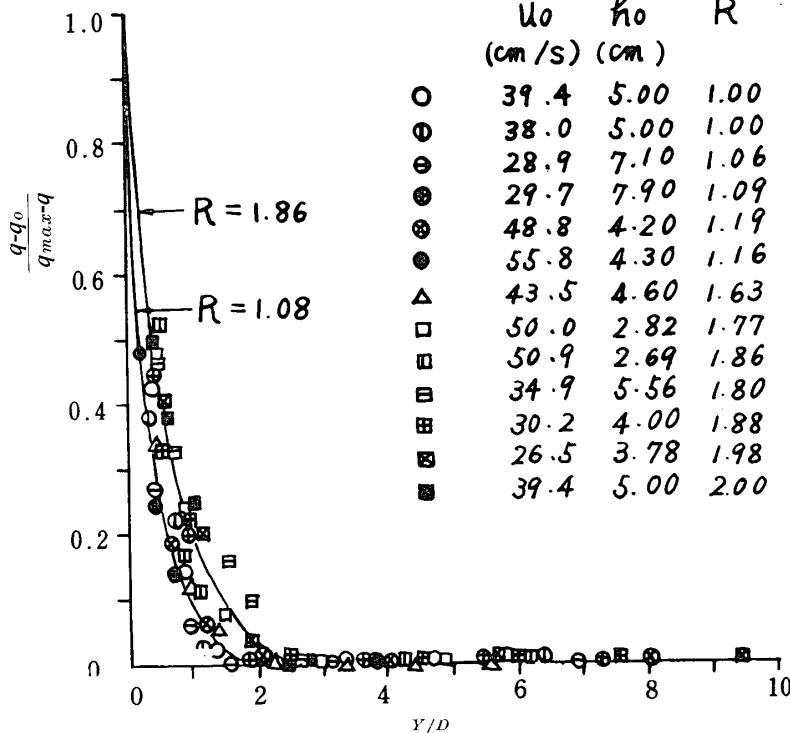


Fig.7 Distribution of discharge on scour cross section

なった.

$$\frac{q - q_0}{q_{max} - q_0} = \exp\left(-\frac{2.15}{\sqrt{R}} \frac{y}{D}\right) \quad (13)$$

円柱側面での単位巾流量 q_{max} を u_0^2/gh_0 に対してプロットしたのが Fig. 8 である. Froude 数が小さ

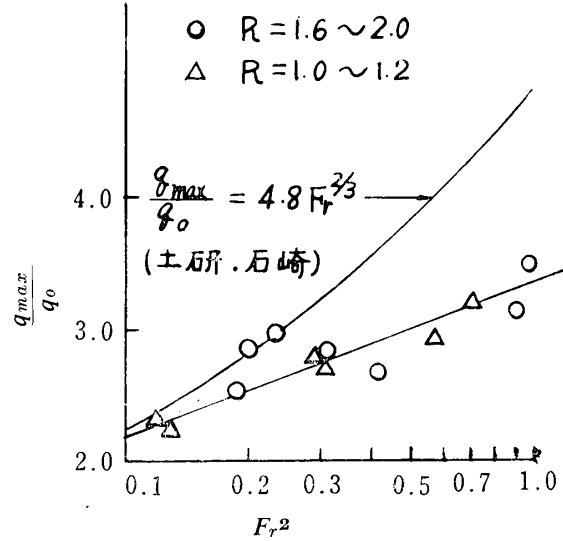


Fig.8 Discharge at side of circular cylinder

い場合には, 水面変動を無視してポテンシャル流理論より求められる $q_{max}/q_0=2.0$ の値に近いが, Froude 数が大きくなると q_{max}/q_0 の値は大きくなっている. これは Froude 数が小さい場合には洗掘深さが小さく (後述), 洗掘穴の影響は割合に小さいが, Froude 数が大きくなると洗掘穴が大きくなり, 洗掘穴への流れの集中が影響してくるのではないと思われる.

Fig. 5において, 点の散らばりは大きい, q_{max}/q_0 を u_0^2/gh_0 のみの関数として実験式を導くと次式となる.

$$\frac{q_{max}}{q_0} = 3.35 + 1.25 \log Fr^2 \quad (14)$$

4・4 最終洗掘深さ; 前節において最終洗掘深さを規定する式として (10), (11)式が導びかれた (10), (11)式において u/u_0 および χ/D の値が与えられれば, 最終洗掘深さを求めることが出来る.

等流れの横断面と円柱側面の洗掘穴の横断面とに流れの連続の式を適用すると, (13), (14)式を用いて χ/D は次式のようになる.

$$\frac{\chi}{D \cot \theta} = 1 + \frac{\sqrt{R}}{2.15 \cot \theta} (2.35 + 1.25 \log Fr_0^2) \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{2.15 \cot \theta}{\sqrt{R}} \right) \right\} \quad (15)$$

代表断面における流速分布は不明であるので、前節で述べた代表断面での断面平均流砂量を与えるような代表流速を用いることにする。代表流速 \bar{u} としては、

かなり大胆な仮定ではあるが、代表断面における断面平均の流速を用いることにする。円柱背面は後流領域であることを考慮に入れて、代表断面を流過する流量は円柱側面の洗掘部を流れている流量と等しく、その流れの中は $D \cot \theta$ なるものと考えことにする。また、代表断面の平均水深を $h_0 + \beta D$ なる深さであ

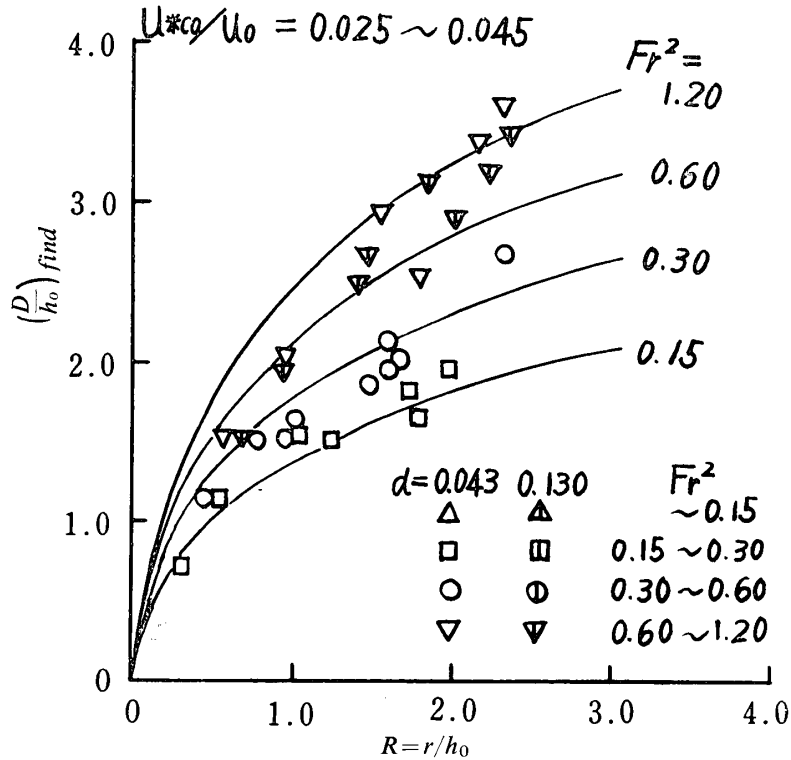


Fig.9 a Maximum scour depth at final state

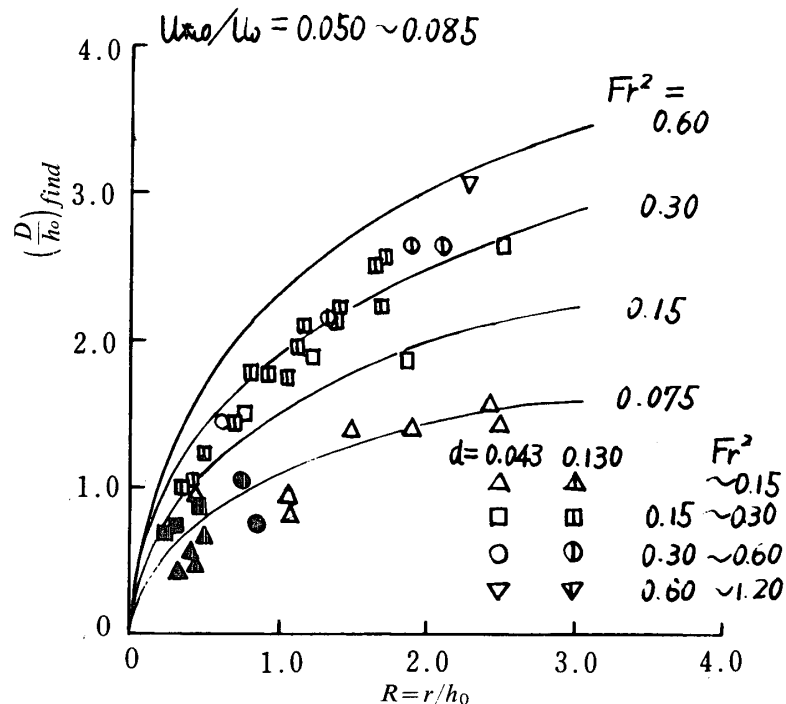


Fig.9 b Maximum scour depth at final state

るとすると、代表流速 \bar{u}/u_0 は連続の式より直ちにつきのように与えられる。

$$\frac{\bar{u}}{u_0} = \frac{\chi}{D \cot \theta} \left(1 + \beta \frac{D}{h_0} \right)^{-1} \quad (16)$$

流速係数 φ_0 , φ の値であるが、細砂の実験の際に測定した等流流れより逆算すると、 φ は 7~10 程度の値であった。 φ の値の推定は困難であるが、流れの断面が減少しているところであることから、等流流れの場合に較べて小さい値になるものと推測される。また、等流流れのところでは砂連が存在し、代表断面と考えられるところでは砂連はないことを考慮に入れて、 φ_0 および φ を共に 8.0 とおき、(11)式に(15)、(16)式を代入して最終洗掘深さを求め実験結果と比較したものが Fig. 9 である。なお、 β の値を推定する手掛りはなにもないのであるが、代表断面における最大洗掘深さが最大洗掘深 D の $1/8 \sim 1/2$ 程度の断面ではなからうかと推測して、計算曲線を求める際には $\beta = 0.17$ なる値を用いた。図をみて、計算曲線がある程度実験結果を分けているとみることができよう。

5. 結 語

円柱周辺に誘起される洗掘現象はきわめて複雑なものであるが、本文では、これを非常に簡単にモデル化を行なった。モデル化によって導かれた基本的なパラメーターによって、洗掘形状、洗掘深さの時間的変化および最終洗掘深さについてある程度量的に明らかにすることができた。

参 考 文 献

- 1) 椿東一郎, 齋藤隆; 突堤による河床洗掘について, 山口大学工学部研究報告 13,1 (1963)
- 2) 椿東一郎, 齋藤隆; 橋脚周囲の洗掘について, 第16回土木学会年次学術講演会 (1961)
- 3) 齋藤 隆, 柴田幸信; 円柱周囲の洗掘について, 第20回土木学会支部講演会 (1968)
- 4) 石崎勝義; 橋脚の洗掘, 第22回土木学会年次学術講演会 (1967)

(昭和44年4月2日受理)