

低レイノルズ数における d 形粗面乱流境界層の平均流構造

望月 信介*・西 茂夫**・大坂英雄*

Mean Flow Properties of the Boundary Layer over a d-type Rough Surface at a Low Reynolds Number.

Shinsuke MOCHIZUKI, Shigeo NISHI and Hideo OSAKA

Abstract

Mean flow properties of the boundary layer over a d-type rough surface at a low Reynolds number for which the skin friction coefficient does agree well with that of smooth wall boundary layer have been investigated experimentally. The data obtained are non-dimensionalized using both inner variables and outer one, and primarily examined comparing with that of the smooth wall flow at a low Reynolds number.

The results show that the universal logarithmic velocity profile for d-type rough wall flow is valid at value of momentum-deficit Reynolds number R_θ of about 800, and that the additive constant, however, varies. The extent of the logarithmic region has not been found to disappear with decreasing Reynolds number, but the ratio of the extent of the logarithmic region to the boundary layer thickness slightly increases with decreasing Reynolds number. The wake strength has been found to vary with Reynolds number in a manner different to that described in Coles.

1. 緒 言

著者らは既報⁽¹⁾において、d 形粗面乱流境界層の壁面摩擦抵抗係数が運動量厚さに基づくレイノルズ数 $R_\theta = 800$ 程度の時、滑面乱流境界層のそれと一致することを報告した。また、この時の粗さレイノルズ数は約 33 であり、従来 Nikuradse の分布粗面の結果⁽²⁾から分類されている流体力学的に滑らかな平面の場合のその約 5 の値と比べ、著しく大きいことを指摘した。これは d 形粗面乱流境界層のおおまかな挙動が滑面乱流境界層のそれと類似していることの報告⁽¹⁾⁽³⁾⁽⁴⁾とは矛盾しているように見える。さらに、同じ値の壁面摩擦抵抗係数を持つ流れ場では、その表面が滑面か d 形粗面かによ

らず同様の平均量特性をとるかどうか興味をもたれる。しかしながら、著者らはこのような興味ある事柄について、妥当な説明を施すだけの実験結果を得ていない。したがって、このような条件下において、d 形粗面乱流境界層の平均量分布と滑面乱流境界層のそれとの比較や低レイノルズ数の効果を明らかにすることは、損失動力の評価、伝熱促進あるいは河川の水制などの工学上の応用のみならず、壁面摩擦抵抗係数と速度分布との関係の再吟味などの基礎的な重要性も持っている。

一方、最近低レイノルズ数における滑面乱流境界層の研究が活発に行われている。これによると、壁面摩擦抵抗係数、乱流量のレイノルズ数に対する効果が議論⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾され、また組織構造の変化⁽⁸⁾も調べられつつある。これに対し、粗面乱流境界層の低レイノルズ数における変化を調べた例は少なく、わずかに Grass⁽⁹⁾によるものがみられる程度である。この Grass による研究で

*機械工学科

**広島工業大学機械工学科

は水素気泡法を用いて瞬時速度分布の解析から組織構造を調べているが、壁面摩擦抵抗係数に注目しておらず、本研究で取扱う内容には全くふれていない。そのため、低レイノルズ数におけるd形粗面乱流境界層の挙動は全く不明であり、壁法則の成立、境界層の発達程度、乱流量さらには組織構造等の基本的かつ興味ある問題を調べることは意義あるものと思われる。

そこで、本研究では壁面摩擦抵抗係数の値が滑面乱流境界層のそれと等しい場合の $R_\theta = 800$ 付近のd形粗面乱流境界層をとりあげ、平均流特性を実験的に明らかにする。

2. 実験装置および方法

2.1 風洞および測定平板

実験には高さ0.3m、幅0.5mおよび長さ4mの測定部を持つ風洞を用いた⁽¹⁾。Fig. 1に流れ場の概要、座標系および主要記号を示す。粗面平板は図に示すとおり、二次元矩形断面を持つ粗さ要素の配列から成っている。粗さ要素高さ kr 、要素幅 b および溝部の幅 w はいずれも3mmで、ピッチ比は $(\lambda = b + w)/kr = 2$ である。その製作は粗さ要素角部の丸みの除去に十分注意し、機械加工により削り出された。またその場合、平板の材料としては熱線による測定の際の壁面の影響を考慮して、ベークライト板を使用した。座標系は粗さ要素先端から流れ方向に測った距離を x 、粗さ要素頂点から垂直上方に測った距離を y_T とし、仮想原点から垂直上方に測った距離を y とする。この場合 y は古屋・藤田の方法⁽¹⁰⁾によって決定される原点補正量 d を用いて $y = y_T + d$ と表わされる。

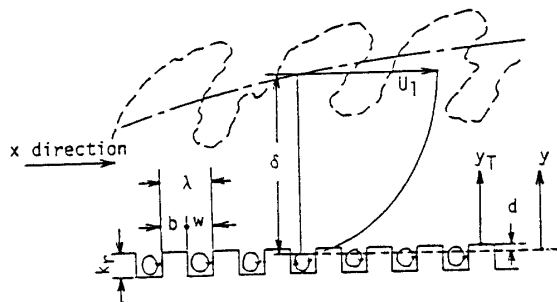


Fig. 1 Configuration of the flow field, coordinate system and nomenclature.

2.2 測定条件

主な測定対象位置は $y_T > 1\text{mm}$ の範囲で、平均流分布に

粗さに相対的位置の変化による影響が少ないことを確かめたうえで、測定の容易さを考慮して $x \approx 0.9\text{m}$ の溝部中央とした。実験は主に滑面流とほぼ同一の壁面摩擦抵抗係数をとる運動量厚さに基づくレイノルズ数 $R_\theta = U_1 \theta / \nu \approx 800$ で行った。ここで運動量厚さ θ は古屋・藤田の方法⁽¹⁰⁾により原点補正を施した値を使用している。主流速度 U_1 は、本実験の場合およそ3.6m/sであり、 ν は動粘度を示す。実験は零圧力勾配下で行い、その時の主流の乱れ強さは0.2%以下であった。

2.3 測定方法

流速の測定には定温度型熱線流速計とI型プローブを使用した。熱線は、直径 $5\mu\text{m}$ 、受感部長さ $l = 1\text{mm}$ のタングステン線である。この l に基づくレイノルズ数 $l^+ = u_\tau l / \nu$ (u_τ は摩擦速度)は約11であり、良好な空間分解能⁽¹¹⁾を保持している。平均値の読みとりは積分時間が10秒の積分器で行った。壁面摩擦抵抗係数は粗面流に対する値を求めるうえで最も客観的であると考えられるフローティングエレメントを用いた直接測定により求めた⁽¹²⁾。その場合に使用したエレメントの直径は60mmであり、粗さピッチの10倍に相当する。従って、粗さ要素数による測定値への影響は十分小さいものと考えられる。

3. 壁面摩擦抵抗係数

既報⁽¹²⁾で示した壁面摩擦抵抗係数の R_θ に対する変化を $R_\theta \leq 2000$ の範囲について再掲してFig. 2に示す。図中、一点鎖線はKármán-schoenherrの実験式⁽¹³⁾、破線はBlasiusの公式⁽¹³⁾であり、どちらも滑面流に対する値を示す。結果をみるとd形粗面流の値は R_θ が800付近で滑面流のそれとほぼ同じ値を示している。 $R_\theta = 800$ におい

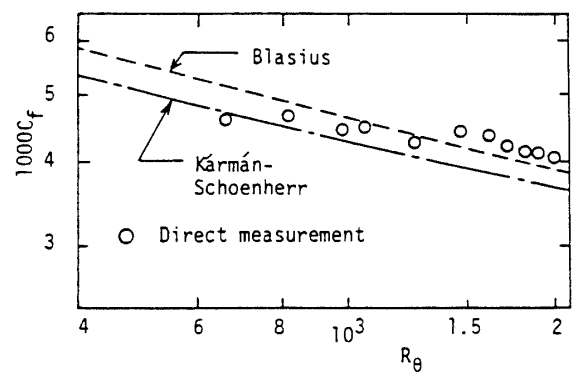


Fig. 2 Local skin friction coefficient.

て本粗面流の粗さレイノルズ数 $u_\tau kr/\nu$ は約33であり、流体力学的に滑らかと分類されている $u_\tau kr/\nu \leq 5^{(2)}$ よりもかなり大きい。従って、すべての粗面流を $u_\tau kr/\nu$ で分類するのは不適當であることがわかる。本流れ場の場合、代表高さとして原点補正量 d を導入したレイノルズ数は $u_\tau d/\nu \approx 1.2$ となり、従来の分類に従う。ここで古屋・藤田の方法⁽¹⁰⁾により求めた d は約0.11mmであった。このようにほぼ同一の壁面摩擦抵抗係数をとるd形粗面流と滑面流とで、平均流分布および乱流構造は同じなのかあるいは異なるのかという流体力学的興味を持たれる。以下、滑面流と同じ壁面摩擦抵抗係数をとる $R_\theta \approx 800$ の流れ場を中心に議論を行っていく。

4. 十分発達した流れ場の検証

乱流境界層の外層部にはその発達の程度が強く反映されること⁽¹⁴⁾が知られている。そこで、ここで取り扱っているd形粗面流が十分に発達した流れ場(fully developed flow)となっているか否かの判定を行うため、Coles⁽¹⁴⁾の考えに従って後流部分を調べてみる。Colesの後流法則に従う外層領域における平均速度分布は下式で表わされる。

$$\frac{U}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa_0} \ln \frac{u_\tau \cdot y}{\nu} + C - \frac{\Delta U}{u_\tau} + \frac{\Pi}{\kappa_0} B\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (1)$$

ここで κ_0 はカルマン定数、 Π は後流パラメータであり、 $B(y/\delta)$ は後流関数と呼ばれる。後流関数は $B(0)=0$ 、 $B(1)=2$ および $\int_0^2 (y/\delta) dB=1$ の条件に従うものである。また $\Delta U/u_\tau$ は粗さ関数と呼ばれ、滑面流ではその値は0である。さらに対数直線部とのずれの最大値として定義される後流強さは以下のように表わされる。

$$\frac{\Delta U_1}{u_\tau} = \frac{2\Pi}{\kappa_0} \quad (2)$$

Colesは過去の多くのデータを再吟味してこの値の R_θ に対する変化を求め、これにより十分発達した流れ場の判定を下している⁽¹⁴⁾。

まず、後流関数について調べてみる。図示してはいないが、本結果は滑面流のColesによる結果とその分布がほぼ一致していた⁽¹⁵⁾。このことから $R_\theta \approx 800$ のd形粗面流は滑面流と同じ外層分布をとることがわかった。従って Π または $\Delta U_1/u_\tau$ の値から本粗面流の場合でも流れ場の発達の程度を判定することが可能であると考えられる。Fig. 3に後流強さのレイノルズ数に対する変化を示す。図中、実線はColesによる結果⁽¹⁴⁾であり、以下の式で表わされる。

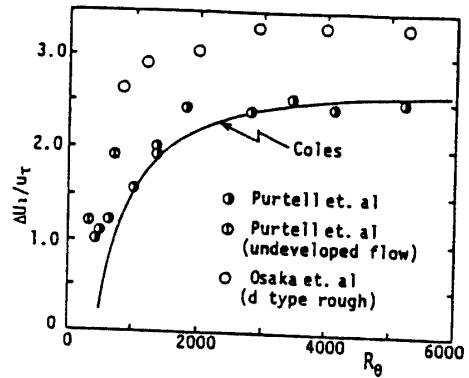


Fig. 3 Wake strength.

$$\Pi = 0.55 [1 - \exp(-0.243\xi^{1/2} - 0.298\xi)] \quad (3)$$

$$\xi = R_\theta/425 - 1$$

なお、 $\kappa_0 = 0.41$ の値をとる。これによると $R_\theta \leq 425$ の範囲で $\Pi = 0$ 、 $\Delta U_1/u_\tau = 0$ となり、その範囲で十分発達した乱流境界層とはならないことを示している。また○印以外はPurtellら⁽⁵⁾による滑面流の結果を示す。 $R_\theta < 1000$ の範囲での結果をみると、d形粗面流の結果はColesのそれよりもかなり大きい値をとっている。またPurtellらの●印で示した結果も同様に大きな値を示している。これについて彼らはこの流れ場が十分に発達した乱流境界層となっていないと判断している。従って、どこまで低いレイノルズ数に対して十分に発達した乱流境界層が実現できるかどうかについては不明と述べている。一方 $R_\theta \geq 1000$ の範囲の結果をみると、d形粗面流の結果はやはりColesの結果よりもかなり大きい。これに対しPurtellらの滑面流の結果はColesのそれと良く一致している。d形粗面流は $R_\theta \geq 2000$ の範囲において、 $c_f = \text{Constant}$ の完全粗面の状態になることを既報⁽¹²⁾で示した。この両者の事柄からd形粗面流はその発達過程において、滑面流と異なる後流強さの分布をとるものと考えられる。従って本粗面流では後流強さの分布の滑面流のそれとの比較からは発達の程度が判断できない。そこで後述の対数速度分布の結果も合わせて判断した $R_\theta \approx 800$ の本流れ場は十分に発達しているものと考えられる。また $R_\theta < 2000$ では滑面流と同様に、 R_θ の減少とともに本流れ場の後流強さの値は減少する傾向を示すが、 $R_\theta < 800$ の範囲についてはデータが無く不明である。しかしながら、さらに R_θ の値が減少すれば、いずれ後流強さの値は0の値に漸近するものと考えられる。

5. 平均速度分布

Fig. 4は外部尺度 (U_1 および θ) で規格化した平均速度分布を $R_\theta = 650 \sim 1000$ の3条件について示す. 図中破線は $R_\theta = 5000$ のd形粗面流の結果⁽¹⁾, 実線は $R_\theta = 1000$ における本滑面流の結果を示す. ここでd形粗面流の結果を示す場合の y/θ には, 古屋・藤田の方法⁽¹⁰⁾による原点補正が施こされている. その原点補正量 d は $R_\theta = 650 \sim 1000$ において 0.11mm から 0.13mm と変化する. 結果をみると, d形粗面流では $R_\theta = 650 \sim 1000$ の範囲において平均速度分布の差は見られない. さらにそれらの結果は低レイノルズ数の本滑面流の結果とも一致している. ここに示したように原点補正を適切に行うことにより, 低レイノルズ数の滑面流と本d形粗面流の速度分布に差が見られないということから, 低レイノルズ数においては粗さの効果が明らかでないことがわかる. 一方, $R_\theta = 5000$ のd形粗面流の結果と比較すると, 壁面近傍で分布の差が見られる. これはレイノルズ数の影響と解釈できる.

次に対数速度分布について調べてみる. 一般に粗面流において壁層内の速度分布は内部尺度 ($u_r, \nu/u_r$) で規定すると下式のように表わされることが知られている⁽¹³⁾.

$$\frac{U}{u_r} = \frac{1}{\kappa_0} \ln \frac{u_r \cdot y}{\nu} + C - \frac{\Delta U}{u_r} \tag{4}$$

$$= A \log \frac{u_r \cdot y}{\nu} + C - \frac{\Delta U}{u_r}$$

ここで A および C は定数であり, スタンフォード会議ではそれぞれ $A=5.62, C=5.0$ の値を推奨している⁽¹⁶⁾. 滑面流での低レイノルズ数の範囲における壁法則のこの定数 A と C に関する実験的研究は, Purtellら⁽⁵⁾ およ

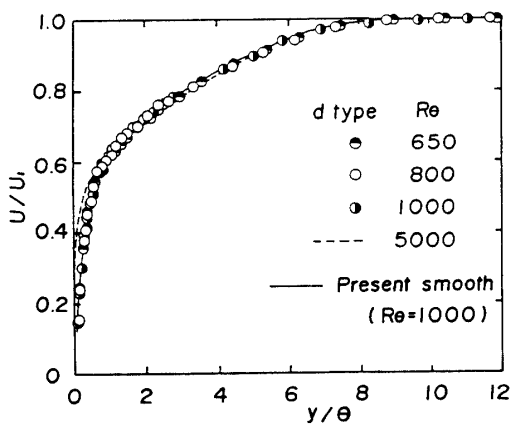


Fig. 4 Mean velocity profiles.

びMurlisら⁽⁶⁾により行われている. Purtellらは $R_\theta > 1340$ においてそれらの値が R_θ に独立であることを示し, またMurlisらは $R_\theta = 791 \sim 4750$ の範囲で同様の結果を報告している. これらのことは R_θ のその範囲でカルマン定数 κ_0 や粘性底層の厚みが高レイノルズ数のそれらと同一とみなしてよいことを示すものであろう.

Fig. 5に $R_\theta = 800$ でのd形粗面流の対数速度分布を示す. 図中, 一点鎖線は $R_\theta = 1000$ におけるPurtellらの滑面流の結果⁽⁵⁾, 破線は $R_\theta = 5000$ におけるd形粗面流の結果⁽¹⁾である. 本結果の場合, $u_r \cdot y/\nu = 35 \sim 80$ において対数直線部が存在し, その傾きは滑面流と同一の $A=5.62$ をとっている. 換言すれば, カルマン定数の値も滑面流のそれと同一であることを示している. また $R_\theta = 5000$ のd形粗面流においてもこの傾きは同一であることから, d形粗面流ではカルマン定数 κ_0 はレイノルズ数の影響を受けないものと考えられる. 次に粗さ関数について調べてみる. 粗さ関数は通常粗さの程度や種類に依存し⁽¹⁷⁾, レイノルズ数によっても変化することが知られている⁽¹⁾⁽²⁾. 一般に, 粗さ関数はK形粗面流では, 下式(5)

$$\frac{\Delta U}{u_r} = f \left(\frac{u_r \cdot kr}{\nu} \right) \tag{5}$$

d形粗面流では, 下式(6)

$$\frac{\Delta U}{u_r} = f \left(\frac{u_r \cdot d}{\nu} \right) \tag{6}$$

の形をとることがPerryら⁽³⁾により分類して, 報告されている. 本結果では $R_\theta = 800$ の場合, 粗さ関数はわずかながら $\Delta U/u_r = 0.2$ の値をとっている. このことから同じ壁面摩擦抵抗係数の値をとる場合であっても, d形粗面流と滑面流との内部尺度で規格化した平均速度分布に差が見られることがわかる.

次に, 対数速度分布が成立する層の厚さ L^* について調べてみる. この L^* を内部尺度で規格化した値 $u_r \cdot L^*/\nu$ は, Fig. 5から明らかなように低レイノルズ数の場合減少していることがわかる. この結果は低レイノルズ数では境界層厚さ δ に基づく内部尺度によるレイノルズ数 $u_r \cdot \delta/\nu$ の値が減少するためである. そこで, ここでは L^* を外部尺度で規格化した値 L^*/δ について調べてみる. Fig. 6は L^*/δ のレイノルズ数に対する変化を, Purtellら⁽⁵⁾による滑面流の結果も合わせて表わしている. d形粗面流の結果は R_θ の減少とともに増加する傾向を示し, $R_\theta = 5000$ で $L^*/\delta = 0.13$ の値から単調に増加し, $R_\theta = 800$ で $L^*/\delta = 0.2$ の値となっている. Purtellら

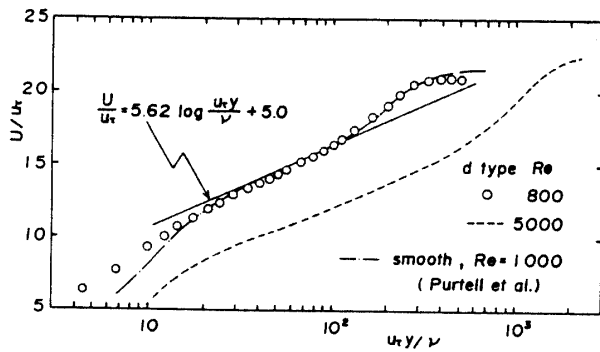


Fig. 5 Logarithmic law.

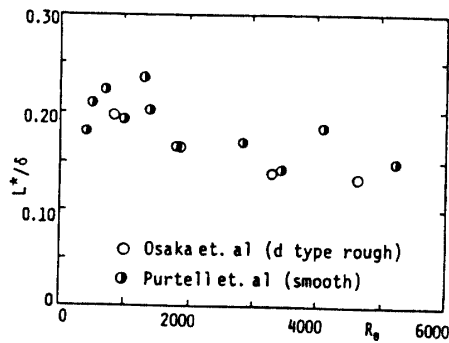


Fig. 6 Ratio of upper limit height of the logarithmic law region to the boundary layer thickness.

の滑面流の結果⁽⁵⁾も多少のばらつきはあるものの、同様に R_θ の減少にともない L^*/δ の値は増加する傾向を示している。この結果についてPurtellら⁽⁵⁾は L^*/δ の値は実験誤差の範囲内でレイノルズ数に独立であると述べている。この考え方は低レイノルズ数の場合を除き、対数速度分布の成立する層の厚さ L^* は乱流境界層に固有の特性であり、大渦の尺度と関連しているという基本的で重要な普遍性に関する法則に従ったものである。しかしここで得られたこのことから、 L^*/δ が乱流境界層に固有の特性であるという考え方を再吟味すべきか、あるいはカルマン定数 κ_0 と定数 C が変化すると考えるべきかというどちらかに帰着することになる。今のところ著者らは種々の結果を参照し、前者と判断している。一方、White⁽¹⁸⁾は $R_\theta=425\sim 600$ で式(4)の形式は妥当であるとしながらも、カルマン定数 κ_0 と定数 C は低レイノルズ数になると高レイノルズ数のそれらとは異なることを報告している。

6. 結 言

壁面摩擦抵抗係数の値が滑面乱流境界層のそれと一

致するような $R_\theta=800$ 付近のd形粗面乱流境界層において、平均流特性について調べた結果、以下のことを明らかにした。

- (1) 後流強さのレイノルズ数に対する変化は、d形粗面乱流境界層においてもレイノルズ数の減少に伴ない減少する傾向をとるが、滑面乱流境界層のColesの関係よりかなり大きい値をとる。これより、d形粗面流の場合の結果は滑面流のそれとは異なる過程をとる可能性がある。
- (2) 外部尺度で規格化した平均速度分布は、低レイノルズ数においてd形粗面乱流境界層と滑面乱流境界層との間で差異は認められない。一方、内部尺度で規格化した対数速度分布についてみると、低レイノルズ数のd形粗面乱流境界層の結果は滑面流の結果($A=5.62$, $C=5.0$ でレイノルズ数の変化に対し不変)と同一の傾きをもつ対数直線部が存在する。しかし、粗さ関数は若干の値をもち、低レイノルズ数の滑面乱流境界層のそれと差異が認められる。
- (3) 対数速度分布が成立する範囲の上限は $u_\tau \cdot L^*/\nu$ で表わすと R_θ の減少につれ明らかに減少する。しかし外部尺度を用いて表した L^*/δ の値は R_θ の減少につれやや増加の傾向を示す。この値は滑面乱流境界層の結果とほぼ等しい。

参 考 文 献

- 1) 大坂・中村・影山, 機論, 50-458, 2299, (1984).
- 2) H. Schlichting, "Boundary Layer Theory", 7th Edition, McGRAW-HILL, (1979).
- 3) A. E. Perry, W. H. Schofield and P. N. Joubert, J. Fluid Mech., 37-2, 383 (1963).
- 4) P. R. Bandyopadhyay, J. Fluid Mech., 180, 231 (1987).
- 5) L. P. Purtell, P. S. Klebanoff and F. T. Buckley, Phys. Fluids, 24-5, 802 (1981).
- 6) J. Murlis, H. M. Tsai and P. Bradshaw, J. Fluid Mech., 122, 13 (1982).
- 7) C. S. Subramanian and R. A. Antonia, Int. J. Heat and Mass Transf., 24-11, 1833 (1981).
- 8) R. A. Antonia・他3名, J. Fluid Mech., 121, 123 (1982).
- 9) A. J. Grass, J. Fluid Mech., 50-2, 233 (1971).
- 10) 古屋・藤田・中島, 機論, 33-250, 939 (1967).
- 11) A. V. Johansson and P. H. Alfredsson, J. Fluid Mech., 137, 409 (1983).
- 12) 大坂・他3名, 山口大学工学部研究報告, 33-1,

- 9 (1982).
- 13) 中村・大坂, “工科系流体力学”, 共立出版, (1985).
- 14) D. E. Coles, J. Fluid Mech., 61-2, 191 (1956).
- 15) H. Osaka and S. Mochizuki, 2nd Int. Symp. on Transport Phenomena in “TURBULENT FLOWS” held at Tokyo, Hemisphere publishing co., (1987).
- 16) D. E. Coles and E. A. Hirst (編), Proc. AFOSR-Stanford Conf., 49 (1968).
- 17) 古屋・藤田, 機誌, 71-588, 131 (1968).
- 18) B. R. White, Trans., ASME, J. Fluids Eng., 103-4, 624 (1981).

(昭和62年10月7日受理)