

線形離散値系の異常性検出についての一考察

沖田 豪*・小林 康秀*・田中 正吾*

A Consideration of Failure Detection in Linear Discrete Systems

Tsuyoshi OKITA, Yasuhide KOBAYASHI and Syogo TANAKA

Abstract

This paper is concerned with the failure detection in linear systems whose dynamics change unexpectedly at unknown time. The generalized likelihood ratio test and the sequential probability ratio test have been applied to these problems, under the given threshold value. If we can not find the adequate threshold value, it results in the deterioration of the reliability or the time-lag in the detection of the failure. But the threshold value should be determined from the experimental results because it can not design analytically.

Then, we propose the method which detects the failure of the system adaptively, considering the change pattern of the parameters and the statistics of the noise. The parameter estimates are obtained by using the least square method and the failure of the system may be detected on the basis of the performance index considered the residual and the error covariance of estimated parameters. As the change of the system parameters are unknown, it is treated as a step model and a ramp model.

It is shown from the results of the digital simulation that the proposed method may be useful for the detection of the system failure.

1. 緒 言

近年、原子力、電力、化学プラント、航空機などで見られるように、取り扱うシステムが大規模・複雑化する傾向にある。それに伴い、システムの故障や事故もより広範囲で複雑となり、システムの安全性や信頼性を確保する保全技術が重要となってきた。そのためにはまず、システムに異常が発生すればそれを速やかに検出する必要がある。このような問題に対しては、対象を動特性の大幅な変動を伴うシステムとして表現し、一般化尤度比検定法、逐次確率比検定法などを用いて系の状態推定と共に変動時刻の検出とジャンプしたパラメータを識別する方法が提案されている^{1)~4)}。前者は、正常、異常のそれぞれの仮説に対する一般化尤度比関数を求めながら、ジャンプ変動の発生をしきい値によって判定している。後者は、システムの異常を残差の平均値、分散の突変としてモデル化し、それぞれの仮説に対する対数尤度比をしきい値と比較し異

常性の判定を行なっている。これらいずれの場合も、しきい値の設定が不適当であれば、検出結果に信頼性の低下や判定に時間遅れを生ずるが、このしきい値の系統的設定法はいまだ与えられていない。したがって、経験的に設定した後、さらに検出結果によってしきい値を修正していく方法が実際に行なわれているようである。

そこで本論文では、動特性が未知時刻に未知な変動をする系に対し、系の変動量、変動パターン、観測雑音の大きさ等を考慮しながら適応的に変動の検出、変動パターン、変動時刻の推定を行なう方法を提案する。まず、システムのパラメータ推定には、簡単で異常性検出時刻を推定する際、逐次計算可能な最小二乗誤差規範を用いる。次に、そのパラメータ推定値の信頼性を考慮した総合的な評価量によって、異常性の検出を行なう。また、パラメータの変動パターンは未知であるため、跳躍的な変動をするものと、時間と共に連続的に変動するものとでモデル化を行なうことを考え、より一般的な変動パターンに対し適用することを目指している。

* 電子工学科

2. 問題の提示

時刻 k での入出力をそれぞれ $u(k), x(k)$ とすれば、対象とする n_1 次元線形離散値系は次式で与えられる。

$$\mathbf{x}(k+1) = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_0^T(k) \\ I_{n_1-1} \quad \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} \mathbf{b}_0^T(k) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{u}(k) \quad (1)$$

ただし、 $\mathbf{x}(k) \triangleq [x(k), x(k-1), \dots, x(k-n_1+1)]^T$

$$\mathbf{u}(k) \triangleq [u(k), u(k-1), \dots, u(k-n_2+1)]^T$$

$$\boldsymbol{\theta}_0(k) \triangleq [\mathbf{a}_0^T(k), \mathbf{b}_0^T(k)]^T$$

である。ここで、 (n_1+n_2) 次元ベクトル $\boldsymbol{\theta}_0(k)$ は、異常変動するパラメータであり、その次元は既知とする。このシステムは、始め定常状態にあり、未知時刻 k_0 でパラメータ $\boldsymbol{\theta}_0(k)$ が異常変動する。このとき、 $\boldsymbol{\theta}_0(k)$ のうちどのパラメータがどれだけ変動するかの変動パターンも未知であり、利用できる入出力データを用いて異常変動を検出すると共に、異常パターンの識別、異常発生時刻の推定を行なう問題について考える。ただし、異常変動の起こる頻度は、各変動の検出ができる程度低いものとする。

また、観測方程式は次式で与えられる。

$$z(k) = x(k) + v(k) \quad (2)$$

観測雑音 $v(k)$ は、入力 $u(k)$ と独立で平均零、分散 σ_v^2 のガウス性雑音とする。

3. 異常変動パラメータのモデル化とその推定

システムの異常変動は、各パラメータの変化としてとらえることができる。そこで、パラメータ推定を行なうために、次のようなモデルを考える。

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \begin{bmatrix} \mathbf{a}^T(k) \\ I_{n_1-1} \quad \mathbf{0} \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(k) + \begin{bmatrix} \mathbf{b}^T(k) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{u}(k) \quad (3)$$

ただし、モデルの状態変数 $\hat{\mathbf{x}}(k)$ は (1) 式に準じ、

$$\boldsymbol{\theta}(k) \triangleq [\mathbf{a}^T(k), \mathbf{b}^T(k)]^T \quad (4)$$

とする。

システムの異常変動の要因は一般に未知であり、それによって生ずる各パラメータの変動パターンも未知である。例えば、システム中の増幅器のゲインが急激に低下すれば、パラメータの跳躍を生じることが予想される。また、装置にきれつあるいは歯車、軸受等の摩耗などが原因の場合は、パラメータが時間と共に連続的に変化することも考えられる。そこで、パラメータ

$\boldsymbol{\theta}_0(k)$ が跳躍的に変化する場合をステップ変動で、連続的に変化する場合を時刻 k についての一次関数のランプ変動でモデル化しよう。

跳躍的変動モデル (Step model)

$$\boldsymbol{\theta}(k) \triangleq \begin{cases} \boldsymbol{\theta}_1(k_0) & k < k_0 \\ \boldsymbol{\theta}_2(k_0) & k \geq k_0 \end{cases} \quad (5)$$

連続的変動モデル (Ramp model)

$$\boldsymbol{\theta}(k) \triangleq \begin{cases} \boldsymbol{\theta}_1(k_0) & k < k_0 \\ \boldsymbol{\theta}_2(k_0) + (k - k_0)\boldsymbol{\theta}_2(k_0) & k \geq k_0 \end{cases} \quad (6)$$

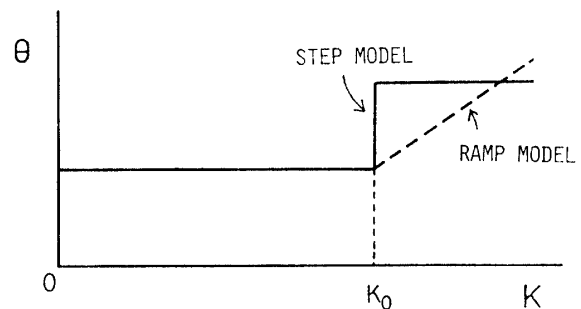


Fig. 1 Models for step and ramp changes of parameter.

これらのパラメータ $\boldsymbol{\theta}(k)$ をもつモデルとシステムとの偏差 $e(k)$ は、次式となる。

$$e(k) = z(k) - \hat{\mathbf{x}}(k) \quad (7)$$

ところで、系の異常性検出問題では、運転時データのオンライン解析が特に望まれ、利用できる計算機の構造と能力に適合したメモリサイズと計算時間をもつアルゴリズムを開発する必要がある。したがって、パラメータ推定のための評価量としては、簡単に異常発生時刻推定の際、逐次計算可能な最小二乗誤差規範を考える。

$$J(\boldsymbol{\theta}(k)) = \frac{1}{k} \sum_{k'=1}^k e^2(k') \quad (8)$$

この評価量を最小とするパラメータ $\boldsymbol{\theta}(k)$ を推定値としよう。

$$J(\hat{\boldsymbol{\theta}}(k)) = \text{Min}_{\boldsymbol{\theta}(k)} J(\boldsymbol{\theta}(k)) \quad (9)$$

モデルがシステムに完全に一致したとき、 $J(\hat{\boldsymbol{\theta}}(k))$ は観測雑音 σ_v^2 となる。(9) 式の最適性の必要条件を考慮すれば、 $\hat{\boldsymbol{\theta}}(k)$ は具体的には次式で得ることができる。(付録1参照)

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(k) = C(k)^{-1} \cdot \mathbf{d}(k) \quad (10)$$

4. システムの異常検出

前節では、未知パラメータ $\theta_0(k)$ を推定することを考えた。ここでは、システムの異常性検出について考察しよう。パラメータの推定値 $\hat{\theta}(k)$ は観測値系列 $\{z(1), u(0), \dots, z(k), u(k-1)\}$ の関数として与えられ、観測雑音に伴う確率的な振舞いを示す。その結果、評価量 $J(\hat{\theta}(k))$ にもゆらぎを生じる。したがって、一実現値として得られたパラメータの推定値のみでなく、そのあらゆる可能性に対して評価する必要がある。そのため、パラメータの推定値 $\hat{\theta}(k)$ について評価量の期待値を求めシステムの異常性検出を行なう。

$$I(k) = E \{ J(\hat{\theta}(k)) \} \quad (11)$$

そこで、 $I(k)$ を具体的に評価するため、パラメータの漸近的性質について考察しよう。まず、雑音のない理想状態を考え、評価量 $E \{ J(\hat{\theta}(k)) \}$ を最小とするパラメータ $\theta_0(k)$ は次式を満たす。

$$C_0(k) \cdot \theta_0(k) = d_0(k) \quad (12)$$

データ数が十分大なるとき、 $\hat{\theta}(k)$ は $\theta_0(k)$ の近傍にあると期待できるので、(10)、(12) 式より次式を得る。

$$\begin{aligned} C_0(k)(\hat{\theta}(k) - \theta_0(k)) &= d(k) - d_0(k) - (C(k) - C_0(k))\hat{\theta}(k) \\ &\doteq d(k) - d_0(k) - (C(k) - C_0(k))\theta_0(k) \end{aligned} \quad (13)$$

$C_0(k)$ は正定性を保ちその逆行列が存在する。よって、近似的に次式が成立つ。

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(k) - \theta_0(k) &= C_0(k)^{-1} \{ d(k) - d_0(k) - (C(k) - C_0(k))\theta_0(k) \} \end{aligned} \quad (14)$$

したがって、 $\hat{\theta}(k)$ の共分散行列は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \text{cov} \{ \hat{\theta}(k) \} &\doteq C_0^{-1}(k) [\text{cov} \{ d(k) \} - E \{ (C(k) - C_0(k))\theta_0(k) \\ &\quad \times \theta_0^T(k)(C(k) - C_0(k))^T \} - E \{ (d(k) - d_0(k))\theta_0^T(k) \\ &\quad \times (C(k) - C_0(k)) \} - E \{ (C(k) \\ &\quad - C_0(k))\theta_0(k)(d(k) - d_0(k)) \}] C_0^{-1}(k) \end{aligned} \quad (15)$$

さらに、 $\text{cov} \{ d(k) \}$ は次のように近似的に表わされる。

$$\begin{aligned} \text{cov} \{ d_1(k) \} &= \frac{1}{N^2} \sum_{k_1} \sum_{k_2} E [\{ v(k_1)X(k_1-1) + z(k_1)v(k_1-1) \} \\ &\quad \times \{ v(k_2)X(k_2-1) + z(k_2)v(k_2-1) \}^T] \\ &\doteq \frac{\sigma_v^2}{N^2} \sum_{k_1} \{ z(k_1-1)z^T(k_1-1) \\ &\quad + z(k_1-1) \begin{bmatrix} z(k_1-1) \\ \vdots \\ z(k_1-n_1) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}^T \\ &\quad + \begin{bmatrix} z(k_1-1) \\ \vdots \\ z(k_1-n_1) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} z^T(k_1-1) + (z^2(k_1) - \sigma_v^2)I \\ &\quad + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & z(k_1)z(k_1-1) \cdots \\ z(k_1)z(k_1-1) & \mathbf{0} \\ z(k_1)z(k_1-n_1+1) \\ \mathbf{0} \\ \cdots z(k_1)z(k_1-n_1+1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \text{cov} \{ d_2(k) \} &= \frac{\sigma_v^2}{N} \sum_{k_1} \{ (k_1 - k_0)^2 z(k_1-1)z^T(k_1-1) \\ &\quad + (k_1 - k_0)z(k_1-1) \\ &\quad \times \begin{bmatrix} (k_1 - k_0 + 1)z(k_1-1) \\ (k_1 - k_0 + n_1)z(k_1-n_1) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}^T \\ &\quad + (k_1 - k_0) \begin{bmatrix} (k_1 - k_0 + 1)z(k_1-1) \\ \vdots \\ (k_1 - k_0 + n_1)z(k_1-n) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} z^T(k_1-1) \\ &\quad + (k_1 - k_0)(z^2(k_1) - \sigma_v^2)I \\ &\quad + (k_1 - k_0) \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ (k_1 - k_0 + 1)z(k)z(k_1-1) \\ \vdots \\ \mathbf{0} \\ (k - k_0 + 1)z(k_1-1) \cdots \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \text{cov} \{ \mathbf{d}_1(k), \mathbf{d}_2(k) \} &= \frac{\sigma_v^2}{N} \sum_{k_1} \{ k_1 - k_0 \} \mathbf{z}(k_1 - 1) \mathbf{z}^T(k_1 - 1) \\ &\quad + \mathbf{z}(k_1 - 1) \begin{bmatrix} (k_1 - k_0 + 1)z(k_1 - 1) \\ \vdots \\ (k_1 - k_0 + n_1)z(k_1 - n_1) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} (k_1 - k_0 + 1)z(k_1 - 1) \\ \vdots \\ (k_1 - k_0 + n_1)z(k_1 - n_1) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{z}^T(k_1 - 1) \\ &\quad + (k_1 - k_0)(z^2(k_1) - \sigma_v^2)I \\ &\quad + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ (k_1 - k_0 + 1)z(k_1)z(k_1 - 1) \\ \vdots \\ \mathbf{0} \\ (k_1 - k_0 + 1)z(k_1)z(k_1 - 1) \cdots \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{18}$$

$$\text{cov} \{ \mathbf{d}(k) \} = \begin{bmatrix} \text{cov} \{ \mathbf{d}_1(k) \} & \text{cov} \{ \mathbf{d}_1(k), \mathbf{d}_2(k) \} \\ \text{cov} \{ \mathbf{d}_1(k), \mathbf{d}_2(k) \}^T & \text{cov} \{ \mathbf{d}_2(k) \} \end{bmatrix} \tag{19}$$

以下、同様にして、(15) 式右辺の各項も求められ、これらはデータ数 N に対し $1/N$ 以下のオーダーとなる。

このようにして、 $\text{cov} \{ \hat{\boldsymbol{\theta}}(k) \}$ が得られれば、(11) 式の総合評価量 $\mathbf{I}(k)$ は次のように近似的に表わされる。

$$\mathbf{I}(k) \doteq \mathbf{J}(\hat{\boldsymbol{\theta}}(k)) + \text{tr} \left[\left. \frac{\partial^2 \mathbf{I}(\hat{\boldsymbol{\theta}}(k))}{\partial \boldsymbol{\theta}(k) \partial \boldsymbol{\theta}(k)} \right|_{\boldsymbol{\theta}(k) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(k)} \times \text{cov} \{ \hat{\boldsymbol{\theta}}(k) \} \right] \tag{20}$$

この総合評価量 $\mathbf{I}(k)$ はパラメータ $\hat{\boldsymbol{\theta}}(k)$ の次元数、データ数、雑音の大きさの関数となる。第 1 項は、残差を表わし、 $\hat{\boldsymbol{\theta}}(k)$ の次元に関し単調減少を示し、第 2 項はパラメータの推定誤差に起因し、 $\partial^2 \mathbf{I}(\hat{\boldsymbol{\theta}}(k)) / \partial \boldsymbol{\theta}(k) \partial \boldsymbol{\theta}(k)$ および $\text{cov} \{ \hat{\boldsymbol{\theta}}(k) \}$ の正定性から、次元について単調増加する。また、 $\text{cov} \{ \hat{\boldsymbol{\theta}}(k) \}$ はデータ数 N に反比例する傾向を示す。したがって、システムの異常変動量、変動パターン、雑音の大きさ等により、この総合評価量を最小とする異常変動モデルと異常発生時刻 \hat{k}_0 が存在する。このような評価量のもとに、次の二つの対立仮説を設定する。

仮説 H_0 ; 現時刻 k までにシステムは異常変動して
Vol. 33 No. 1 (1982)

いない。
仮説 H_1 ; 時刻 $0 < k'_0 \leq k$ でシステムにあるパターンの異常変動が起った。

それぞれの仮説に対し、異常性検出のための評価量を次のように求める。

仮説 H_0 に基づき、各パラメータは変動していないとして現時刻 k までの N 個のデータを用い異常性検出のための評価量を求め、これを \mathbf{I}_0 とする。

$$\mathbf{I}_0(k) = \mathbf{J}_0(\boldsymbol{\theta}(k)) + \text{tr} \left[\left. \frac{\partial^2 \mathbf{I}(k)}{\partial \boldsymbol{\theta}(k) \partial \boldsymbol{\theta}(k)} \right|_{\boldsymbol{\theta}(k) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(k)} \times \text{cov} \{ \hat{\boldsymbol{\theta}}(k) \} \right] \tag{21}$$

仮説 H_1 に基づき、時刻 $k'_0 - 1$ までの N_1 個のデータを用いて、 $\mathbf{I}_0(k)$ と同様に各パラメータは変動していないとして $\mathbf{I}'_1(k'_0 - 1)$ を求める。さらに、異常変動の発生を仮定した時刻 k'_0 から現時刻 k までの N_2 個 ($N = N_1 + N_2$) のデータを用いて、予想される変動パターンのモデルに対する評価量 $\mathbf{I}''_1(k, k'_0)$ を求める。仮説 H_1 に対する異常性検出に用いる評価量 $\mathbf{I}_1(k, k'_0)$ は、次式によって与えられる。

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_1(k, k'_0) &= \mathbf{I}'_1(k'_0 - 1) + \mathbf{I}''_1(k, k'_0) \\ &= \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\theta}(k'_0 - 1)) + \text{tr} \left[\left. \frac{\partial^2 \mathbf{I}(k'_0 - 1)}{\partial \boldsymbol{\theta}(k'_0 - 1) \partial \boldsymbol{\theta}(k'_0 - 1)} \right|_{\boldsymbol{\theta}(k'_0 - 1) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(k'_0 - 1)} \times \text{cov} \{ \boldsymbol{\theta}(k'_0 - 1) \} \right] \\ &\quad + \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\theta}(k - k'_0)) + \text{tr} \left[\left. \frac{\partial^2 \mathbf{I}(k - k'_0)}{\partial \boldsymbol{\theta}(k - k'_0) \partial \boldsymbol{\theta}(k - k'_0)} \right|_{\boldsymbol{\theta}(k - k'_0) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(k - k'_0)} \times \text{cov} \{ \boldsymbol{\theta}(k - k'_0) \} \right] \end{aligned} \tag{22}$$

ここで、上式右辺の第 2、第 4 項のトレースの項は、パラメータの次元数と共に増加し、データ数に反比例する傾向を示すことは前述した。仮説 H_1 によれば、推定すべきパラメータ数は、変動したパラメータの次元数だけ仮説 H_0 による次元数より増加する。さらに、現時刻までに N 個のデータが得られるが、仮説 H_1 によれば $k'_0 - 1$ までの N_1 個のデータと k'_0 以降の N_2 個のデータによって、それぞれ推定されるため、仮説 H_1 に対する誤差共分散が増加する。一方、残差の項は、パラメータの次元について単調減少であるので、仮説 H_1 に対する残差は減少するが、システムに異常変動がなければ、それほど支配的でない。すなわち、システムに異常変動がなければ、仮説 H_1 に対する評価の第 2、第 4 項の増加により、異常性検出のための評価量は $\mathbf{I}_0 \leq \mathbf{I}_1$ となると考えられる。逆に、システムに異常変動があれば、仮説 H_0 に対する残差 \mathbf{J}_0 は

H_1 に対する残差 J_1 より増加し、これがトレースの項より支配的となる。そのため、 $I_0 > I_1$ となることが期待される。以上のことより、 I_0, I_1 を用いて次のように異常性の検出を行なうことにする。

$I_0(k) \leq I_1(k, k_0)$ ならば、現時刻 k までにシステムに異常変動は発生していない。(仮説 H_0 を採用)

$I_0(k) > I_1(k, k_0)$ ならば、時刻 k_0 でシステムにあるパターンの異常変動が発生している。(仮説 H_1 を採用)

次に、システムの異常変動パターンの識別については、考えられるそれぞれの変動モデルに対する評価 I_1 の中で最小のものをシステムの変動パターンとする。さらに、異常変動の発生時刻 k_0 を推定することを考えよう。異常変動モデルのパターンがシステムに一致すれば、上で述べた異常性検出に用いる評価量 $I_1(k, k_0)$ の性質より、時刻 k_0 の近傍で最小値をもつと考えられる。したがって、次式により異常変動の発生時刻を推定する。

$$I_1(k, \hat{k}_0) = \text{Min}_{k_0} I_1(k, k_0) \quad (23)$$

なお、上式の k_0 についての具体的な最小化を行なう際には、パラメータ推定のための評価量に (8) 式を用いているので、 k_0 について逐次計算が可能である。

5. 実験的考察

本方法の理論的正当性を検証するため、次に示す二次系についてデジタル・シミュレーションを行なった。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) = & \begin{bmatrix} \theta_{01}(k) & \theta_{02}(k) \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ & + \begin{bmatrix} \theta_{03}(k) & \theta_{04}(k) \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{u}(k) \end{aligned} \quad (24)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \theta_{01}(k) &= 2e^{-\zeta \omega_n T} \cos(\omega_0 T) \\ \theta_{02}(k) &= -e^{-2\zeta \omega_n T} \\ \theta_{03}(k) &= \{1 + e^{-\zeta \omega_n T} \sec(\phi) \cos(\omega_0 T - \phi) \\ &\quad - 2e^{-\zeta \omega_n T} \cos(\omega_0 T)\} g(k) / \omega_n^2 \\ \theta_{04}(k) &= \{e^{-2\zeta \omega_n T} - e^{-\zeta \omega_n T} \sec(\phi) \cos(\omega_0 T - \phi)\} \\ &\quad \times g(k) / \omega_n^2 \\ \omega_0 &= (1 - \zeta^2)^{1/2} \omega_n \\ \phi &= \tan^{-1}(-\zeta \omega_n / \omega_0) \end{aligned}$$

であり、 ω_n は固有周波数、 ζ は減衰率 (=0.5)、 T はサンプリング周期である。また、観測方程式は (2) 式で与えられる。さらに、入力および観測雑音として $u(k) \sim N(0, 1.0^2)$, $v(k) \sim N(0, \sigma_v^2)$ なるガウス乱数を用いた。異常変動するパラメータとして、ここではシステムゲイン $g(k)$ を選び、未知時刻 $k_0 = 1010$ で未知変動量の跳躍的変動 (a), (b), 連続的変動 (c), (d) とした場合について考察した。ただし、どのパラメータが変動するかは一般に未知であるため、ゲイン $g(k)$ が異常変動することは先験情報として与えられていないものとする。

跳躍的変動 ((5) 式において)

(a) $g_1 = 1.0, g_2 = 3.0$

(b) $g_1 = 1.0, g_2 = 0.1$

連続的変動 ((6) 式において)

(c) $g_1 = 1.0, g_2 = 0.1$

(d) $g_1 = 1.0, g_2 = 0.02$

さらに、それぞれの変動に対し、観測雑音を

(i) $\sigma_v = 0.13$

(ii) $\sigma_v = 0.26$

とした。以下では、本方法によって (1) 異常性の検出は可能であるか、(2) 異常性のパターンの識別が可能であるか、(3) 異常時刻の推定が可能であるか、(4) パラメータの変動量あるいは雑音等が異常性の検出時刻に及ぼす影響について検討を行なう。

まず、システム・ゲイン $g(k)$ が跳躍的変動 (a) $g_1(k) = 1.0, g_2(k_0) = 3.0$ とし、観測雑音を (i) $\sigma_v = 0.13$ で与えた場合、異常性検出に用いる評価量の振舞いを Fig. 2 に示す。図中の Actual Data (実測計算値) とは観測値を用いて (22) 式により求めた値であり、Theoretical Approximation (理論近似値) とは (22) 式右辺第 4 項の統計的性質を用いて次式によって近似したものである。

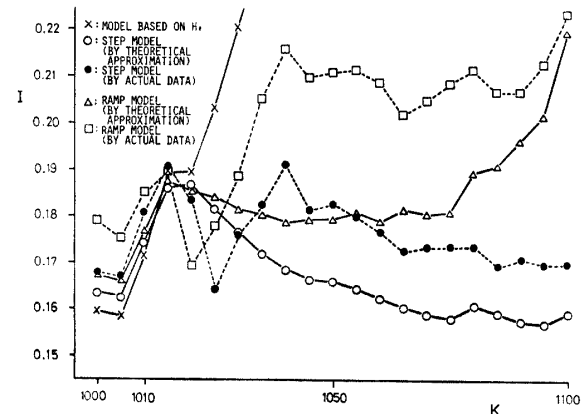


Fig. 2 Index for detection of failure in case (a)-(i).

$$\text{tr.} \left[\frac{\partial^2 \mathbf{I}(k-k_0')}{\partial \boldsymbol{\theta}(k-k_0') \partial \boldsymbol{\theta}(k-k_0')} \Big|_{\boldsymbol{\theta}(k-k_0') = \hat{\boldsymbol{\theta}}(k-k_0')} \right] \times \text{cov} \{ \hat{\boldsymbol{\theta}}(k-k_0') \} \Big] \doteq \frac{n \cdot \sigma_v^2}{N_2} \quad (25)$$

Fig. 2 より、跳躍的変動モデルに対する評価が $k=1015$ 以降で仮説 H_0 に対する評価 I_0 より小さくなり、システムの変動を検出していることがわかる。また、跳躍的変動モデルに対する評価が連続的変動モデルに対する評価より小さくなっており、システムの変動パターンを識別している。異常変動の発生時刻については、時刻 $k=1025$ 以降での推定値は $\hat{k}_0=1005$ となった。これは、5 サンプルごとに推定を行なっていることを考えれば、真値 $k_0=1010$ にほぼ近い値である。さらに正確な異常の発生時刻が必要な場合は、 \hat{k}_0 についての二次内挿により推定することも考えられる。

一方、実測計算値を用いた評価 I_1 は各モデル共に理論近似値に比べゆらぎを生じている。これは、観測雑音による影響であり、この傾向は変動後データ数 N_2 が小さいとき顕著である。システムに異常が発生すれば、短時間でそれを検出することと同時に信頼度の大きい検出法が望ましいから、ゆらぎの大きい実測計算値を用いた評価 I_1 をそのまま用いることは適当でない。これに対し、理論近似値による評価 I_1 はゆらぎが小さく信頼度の大きい検出が可能である。また、(25) 式を用いれば、評価を算出するのに要する計算量も著しく減少し有効で実用的な方法と考えられる。したがって、以後では (25) 式による理論近似値を用いた評価 I_1 のみを示すこととする。

次に、システムのパラメータ $\boldsymbol{\theta}_0$ とその推定値 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ を Fig. 3 に示す。システムゲインが変動する場合は θ_{01} , θ_{02} は定数で θ_{03} , θ_{04} が変化したが、推定値は真値にほぼ追従している。このとき、システムゲインが異常変動することは未知としてモデルを設定しているため、 $\theta_1 \sim \theta_4$ のすべてのパラメータが変動するとして推定しているが、システムゲインが変動するような異常モデルが事前に考えられる場合は、推定すべきパラメータ数が減少し、より早く正確な検出が可能である。

次に、システムゲイン $g(k)$ は (a) で変動し、観測雑音を (ii) $\sigma_v=0.26$ と増した場合は、異常性検出に用いる評価 I の振舞いを Fig. 4 に示す。これより、雑音が増せば異常性の検出にそれだけ時間を要するが、異常性の検出および異常性の識別は可能であることがわかる。なお、異常発生時刻は、 $k=1035$ 以後で $\hat{k}_0=1005$ と推定された。

次に、 $g(k)$ が (b) で変動し、観測雑音が (i) の場合、同様に評価 I の振舞いを Fig. 5 に示す。システ

ムゲイン $g(k)$ が減少する場合においても異常性の検出および識別が可能であることがわかる。

さらに、 $g(k)$ が連続的に変動する場合について考察しよう。Fig. 6 に $g(k)$ が (c)、雑音を (i)、Fig. 7 に $g(k)$ が (c) 雑音を (ii) としたときの異常性検出に用いる評価 I の振舞いを示す。いずれの場合も、連続的変動モデルに対する評価 I_1 が変動後しだいに最小となっており、異常性の検出および識別が可能であるこ

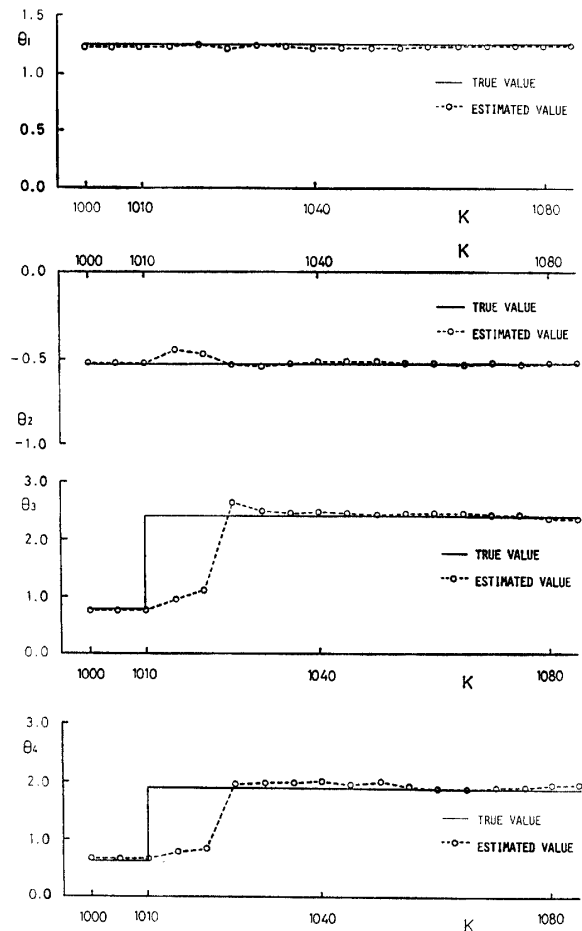


Fig. 3 System parameters and its estimates.

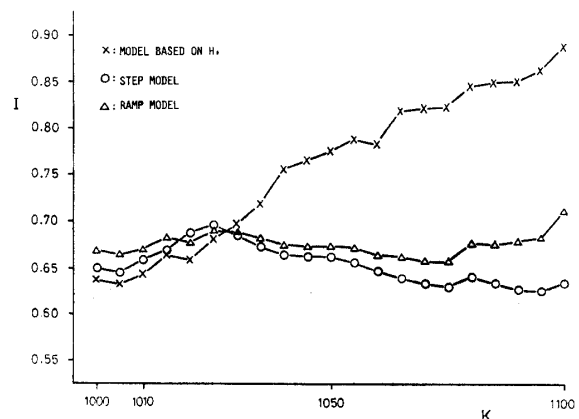


Fig. 4 Index for detection of failure in case (a)-(ii).

とがわかる。また観測雑音の大きさによって、それぞれ時刻 $k=1035, k=1045$ 以後で異常発生時刻が $\hat{k}_0=1010$ と推定された。これは真値と一致している。Fig. 8 に $g(k)$ が (d), 雑音を (i) とした場合の評価の振舞いを示す。異常性の検出に時間遅れを生じるが、変動が比較的ゆるやかな場合についても、異常性の検出、識別は可能である。

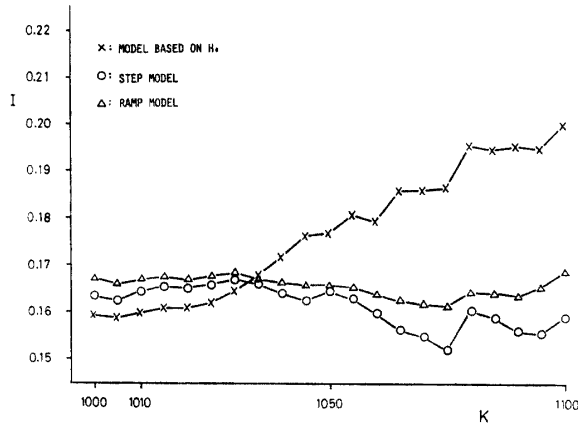


Fig. 5 Index for detection of failure in case (b)-(i).

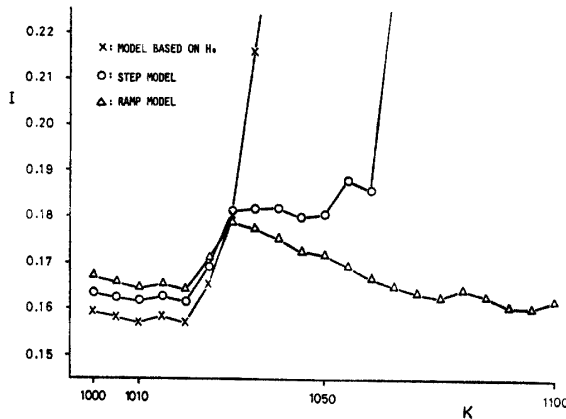


Fig. 6 Index for detection of failure in case (c)-(i).

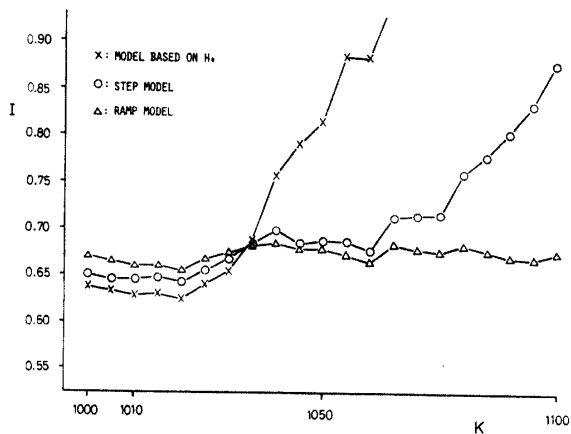


Fig. 7 Index for detection of failure in case (c)-(ii).

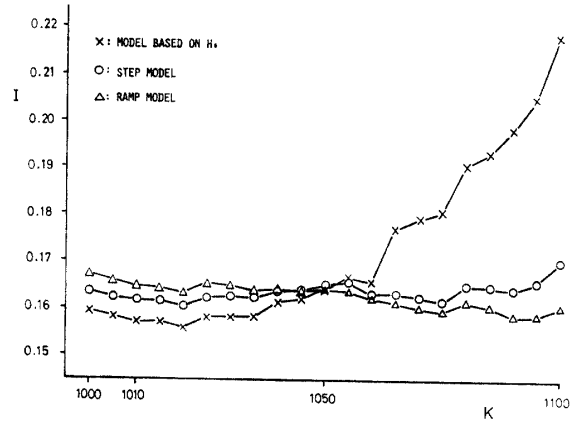


Fig. 8 Index for detection of failure in case (d)-(i).

6. 結 言

未知な異常変動をする線形離散値系について、その変動を検出すると共にその変動パターンを識別し、さらに異常発生時刻を推定する方法を提案した。まず、システムの異常変動のパターンは未知であるため、パラメータが跳躍的な変動をする場合と連続的な変動をする場合でモデル化を行ない、二乗誤差規範によりパラメータ推定値を得た。次に、その統計的性質よりパラメータの変動量、変動パターン、雑音の大きさ等を考慮して適応的にシステムの異常性を検出することを考えた。このことは、一般化尤度比検定法、逐次確率比検定法などで異常性の判定に用いるしきい値をシステムの状態に応じて適応的に変化させることに対応しており、従来判定結果に基づき経験的に与えられていたしきい値を設定する必要がないばかりか、検出の時間遅れが少なく信頼性の高い検出が可能である。この方法に基づき、二次の線形系についてさまざまな変動量、変動パターン、SN比を与えてデジタルシミュレーションを行なった。その結果、変動量、変動パターン、SN比によって検出に要する時間は異なるが、いずれの場合もシステムの異常性の検出、異常パターンの識別を正しく行なうことが確かめられた。また、異常発生時刻の推定も可能である。本方法によれば、システムパラメータの変動をより一般的なモデルで表現しており、システムの異常の発生原因や発生箇所を推定するのに役立つと考えられる。今後は、本方法を応用し異常を事前に予知すること、非線形システムへ拡張することなどが考えられる。終りに、卒業研究として協力いただいた小嶋功氏（現当人精機 k.k.）に謝意を表します。

<付録 1>

(8) 式の最小二乗誤差は具体的には次式となる。

$$\begin{aligned} J(\boldsymbol{\theta}(k)) &= \frac{1}{k} \sum_{k'=1}^k e^2(k') \\ &= \frac{1}{k} \sum_{k'=1}^k \left(z(k') - \boldsymbol{\theta}^T(k'-1) \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k'-1) \\ \mathbf{u}(k'-1) \end{bmatrix} \right)^2 \\ &= \frac{1}{k} \sum_{k'=1}^k \left(z(k') - \boldsymbol{\theta}^T(k'-1) \begin{bmatrix} \mathbf{z}(k'-1) \\ \mathbf{u}(k'-1) \end{bmatrix} \right. \\ &\quad \left. + \boldsymbol{\theta}^T(k'-1) \begin{bmatrix} \mathbf{v}(k'-1) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \right)^2 \end{aligned} \quad (\text{付 1})$$

観測雑音は $v(k) \sim N(0, \sigma_v^2)$ であるから、データ数 N が大なるとき、

$$\begin{aligned} V &\triangleq E \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{v}(k-1) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}(k-1) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}^T \right\} \\ &\doteq \sigma_v^2 \begin{bmatrix} I_{n_1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{付 2})$$

であるから、(付 1) 式は次式で近似される。

$$\begin{aligned} J(\boldsymbol{\theta}(k)) &= \frac{1}{k} \sum_{k'=1}^k \left(z(k') - \boldsymbol{\theta}^T(k'-1) \begin{bmatrix} \mathbf{z}(k'-1) \\ \mathbf{u}(k'-1) \end{bmatrix} \right)^2 \\ &\quad - \frac{1}{k} \sum_{k'=1}^k \boldsymbol{\theta}^T(k'-1) V \boldsymbol{\theta}(k'-1) \end{aligned} \quad (\text{付 3})$$

ここで、まず跳躍の変動モデルについて、そのパラメータ $\boldsymbol{\theta}(k)$ を推定しよう。時刻 k'_0-1 以前ではパラメータは変動しないから (9) 式に示す最適性の必要条件は次式となる。

$$\frac{\partial J(\boldsymbol{\theta}(k))}{\partial \boldsymbol{\theta}_1(k)} = \mathbf{0}^T \quad (\text{付 4})$$

上式を具体的に求めると

$$C_1(k'_0-1) \boldsymbol{\theta}_1(k'_0-1) = \mathbf{d}_1(k'_0-1) \quad (\text{付 5})$$

ただし、 $C_1(k'_0-1) \triangleq \sum_{k'=1}^{k'_0-1} A(k')$ 、 $\mathbf{d}_1(k'_0-1) \triangleq \sum_{k'=1}^{k'_0-1} \mathbf{b}(k')$

$$A(k') \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{z}(k'-1) \\ \mathbf{u}(k'-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}(k'-1) \\ \mathbf{u}(k'-1) \end{bmatrix}^T - V$$

$$\mathbf{b}(k') \triangleq -z(k') \begin{bmatrix} \mathbf{z}(k'-1) \\ \mathbf{u}(k'-1) \end{bmatrix}^T$$

データ数が十分大なるとき、 $C_1(k)$ は正定値行列であり逆行列が存在する。また、異常変動時刻後のパラメータ $\boldsymbol{\theta}_2(k)$ についても同様に求められる。

次に、連続的変動モデルについてそのパラメータ $\hat{\boldsymbol{\theta}}(k)$ を推定しよう。 k'_0-1 時刻以前のパラメータ推定値 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_1(k)$ は (付 5) 式を用いて求めることができる。これと共に異常変動後のパラメータ $\hat{\boldsymbol{\theta}}_2(k)$ が最適であるための必要条件より次式を得る。

$$C_2(k) \boldsymbol{\theta}_2(k) = \mathbf{d}_2(k) - \mathbf{d}_1(k) \quad (\text{付 6})$$

ただし、

$$C_2(k) = \sum_{k'=k'_0}^k (k'-k'_0) A(k'),$$

$$\mathbf{d}_2(k) = \sum_{k'=k'_0}^k (k'-k'_0) \mathbf{b}(k')$$

データ数 N_2 が十分大なるとき、 $C_2(k)$ は正定値行列でありその逆行列が存在する。

参 考 文 献

- 1) 中溝他：システムの統計的故障検知法，計測と制御，**18-6** (1979)
- 2) 熊丸他：複数個の未知ジャンプパラメータを含む非線形系の識別同定法，計測自動制御学会論文集，**15-4** (1979)
- 3) 徳弘他：対数尤度比関数を用いた確率過程の異常検出法，計測自動制御学会論文集，**17-2** (1981)
- 4) E.G. Gai and R. E. Curry: A Method of the Human Observer in Failure Detection Tasks, IEEE Trans. **SMC-6** (1976)
- 5) 沖田他：未知変動を示す線形離散値系の適応的同定法，電気学会システム制御研究会資料，**SC-81-4** (1981)
(昭和57年4月20日 受理)