

不圧透水層内への長周期波動の伝播と非定常状態における Darcy 則について

深 田 三 夫*・斎 藤 隆*

Laboratory Experiment on One-dimensional Unsteady Groundwater Flow in Phreatic Aquifer and on Darcy's Law in Unsteady State

Mitsuo FUKADA and Takashi Saito

Abstract

One of the basic equations governing the flow motions through porous media is the equation of motion which is known universally as Darcy's law. This law states that the rate of flow q (water volume per unit time per unit cross sectional area) is proportional to the hydraulic gradient, this coefficient of proportionality K which is called hydraulic conductivity of porous media is said to be constant depending on both the various properties of solid matrix and fluid properties, although this law is widely applicable to the various field of ground water hydrology, however, in theoretical consideration, it seems that there are limits of applicability of the law, for example, the flow at high Reynold number, in unsaturated porous media, and also in unsteady flow this law is expected to be invalid.

In this paper, the authors considered unsteady flows occurring in phreatic aquifers due to tide in littoral zone and have made laboratory experiment, in these experiment, homogeneous sand of different grain size was used as a model of porous media ($d=0.35$ mm, $d=1$ mm) and oscillate the water level sinusoidally at the end of sand model at a various period T , various amplitude ζ_0 , and examined the variations of water level in porous media, experimental results suggests that, as the period of oscillation decrease, as grain size decrease, phreatic surface deviate from theoretical surface calculated with the hydraulic conductivity in steady state and the water permeate into the porous media to almost same degree in both sand models. Although this experimental result is, at present, not yet ready for theoretical explanation. It is expected that ground water flow through porous media, in some cases, have to be treated from reological point of view.

1. 緒 言

海岸部の透水層において潮汐の影響をうけて地下水の水頭は変動する。自由表面をもつ地下水の場合は変動の幅は被圧地下水に比較して小さく海岸部付近に限られ内陸に入るにつれ急速に減衰する。このことは理論的考察からもまた実測によっても明らかにされている。自由地下水面の潮汐による変動は海岸部のごく一部分に限られるけれども塩分の侵入に対して重要な役割を果たした地盤沈下の場合や、埋め立てによる造成地において無視できないものとなっている。このような問題を考察するにあたって重要な要素となっているのが地盤の透水係数である。これを求めることができ

れば地下水の挙動を境界条件を知ることによって予測することができ問題は半ば解決したことになる。透水係数を求める方法はひとつには現場の試料を持ち帰り実験室内で求める方法、いわゆる定水位試験や変水位試験といわれる方法がある。しかし自然の状態での透水層は極めて複雑で実験室内で物理的、化学的にその状態を再現することは不可能といつてよい。たとえこの方法で透水係数が求めたとしても実際の水位変化が予測できるとは限らない。そのために現場での井戸堀削による揚水試験が欠かせないものとなっている。第二に潮汐振動の影響による水位変化から間接的に透水係数を求める方法である。いずれの場合もそれで求めた透水係数によって自然状態を有する広範囲な地域のしかも数時間とか数日とか言った時間内の地下水の

* 土木工学科

変動を予測することは困難である。この困難さは透水層が単純なモデルで表わされないことも大きな原因であるが流れが非定常であることにもよると考えられる。非定常な流れにおいては定常状態において求めた濃水係数をそのまま用いてよいのか疑問が残る。

本研究においては一様なモデル砂層の一端に定常的に振動する水位変化を与えて砂層内の透水状態を調べ定常状態におけるそれと比較、検討した。埋め立てによる農業用地、工場用地などでは比較的均質な透水層と考えられこの潮汐による地下水変動は実験室内の結果や理論的考察からある程度予測されうると考える。しかしながら実験的、理論的考察を行なう際に注意しなければならないのは透水係数をどのように定義するかである。上で述べた間接的に透水係数を求める方法は暗に Darcy 則が成り立つことを認めてそれによって考察を進めているのである。すなわち

$$q = -K \partial h / \partial x: K [\text{cm/sec}] = \text{const} \quad \dots\dots (1)$$

この式の意味するところは透水層の流れの水頭降下率と断面平均流速が比例するということであって透水層内の実際の流速でなくみかけの平均的な流速を用いるところはすべてを平均流で処理するという従来の水理学的な考えの域を出ない。この式を粘性流体の運動をあらわす一般式、Navier-Stokes の式より導く方法も多くの教科書には示されているが疑問が残る。なぜならば地下水の流れがよく言われているようにポテンシャル流であるとすれば

$$\text{rot } \vec{V} = 0 \quad \vec{V}(u \cdot v \cdot w): \text{ 透水層内の流速 } \quad \dots\dots (2)$$

これを用いれば平均流速 q に比例するとされている Navier-Stokes の方程式の粘性項は存在しないことになる。すなわち

$$\nu \nabla^2 \vec{V} = \nu \text{grad div } \vec{V} = 0 \quad \dots\dots (3)$$

このような考察から Darcy の式を単に流量と動水勾配とを結ぶ式とみなした方がよいと思われる。しかも Darcy の試験でも明らかなように定常状態でしかも透水層が飽和された状態のみ成り立つ式であることはもちろんである。破碎帯内の激しい流れなどの乱流状態において (1) が成り立たないのはよく知られており、透水率の極めて悪い粘土状の土において、すなわち粘性項の影響が大きい非常に緩慢な流れにおいても (1) 式の成立には疑問が持たれている。このようにすべての場合の解析に (1) 式を用いようとするならば Darcy の意味での透水係数 $K[\text{cm/sec}]$ が場所 \vec{x} , 時間 t の関数であるといったような議論が生ずるのも当然といえよう。しかしながら透水係数は理論的考察を進める

上において、また実際的な見地からもあくまで砂や土の物理、化学的性質と流体の性質とで説明されるべきものでありその点で Reynold 数の関数であるといった方が妥当と思われる。潮汐の影響を受けて変動する自由地下水の流れは定常状態でしかも飽和状態での透水係数を用いて説明できるのであろうか。モデル実験によってこのことを確かめ、実際の海岸部の自由地下水の水位変動予測の基礎的資料としたい。

2. 実験概要 —実験 1—

2-1 実験条件

潮汐変動を利用して間接的に透水係数を求める方法は境界条件を近似的に正弦的な水位変化としておくことができ以下に述べるような条件においては透水層内

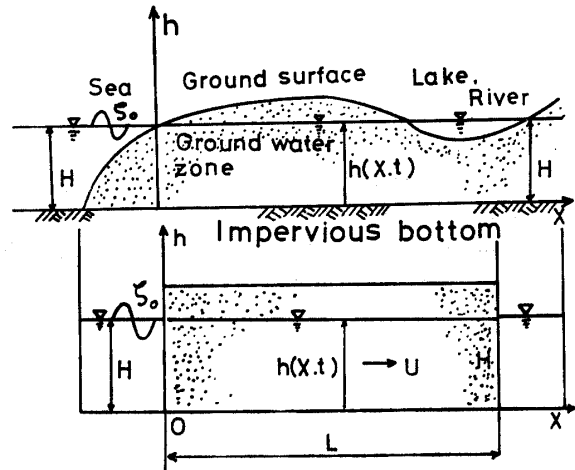


Fig. 1 Schematic view of ground water flow in the littoral zone and model experiment.

の水位変化が簡単に求められ、これを利用して間接的にはあるが Darcy の意味での透水係数を求めることができる。以下にその条件を示そう。図 1 に示すような二次元モデルを考え、図 2 のような実験装置を作製した。透水層内での連続の式を考えると

$$\lambda \partial h / \partial t = -\partial(hu) / \partial x \quad \dots\dots (5)$$

ここで λ は透水層の空隙率をあらわし、 u は鉛直断面内の単位時間あたりの流量を流れの断面積で割ったものでこれをみかけの平均流速とよぶ。(5) 式に Darcy 則 (1) を代入することによって透水層が水平とみなせる場合の自由表面を有する地下水面の水位変化をあらわす基礎式として次式を得る。

$$\lambda \partial h / \partial t = \partial(Kh \partial h / \partial x) / \partial x \quad \dots\dots (6)$$

あるいは

$$\partial h^2 / \partial t = Kh / \lambda (\partial^2 h^2 / \partial x^2) = \beta \partial^2 h^2 / \partial x^2 \quad \dots\dots (6')$$

この方程式は非線形であるけれども β の中の h をある水深 (例えば平均水深 H) をとることによって線形化することができる。この場合に次の境界条件

$$\left. \begin{aligned} h_{x=0} &= H + \zeta_0 \cos(\sigma t + \epsilon) \quad \sigma = \frac{2\pi}{T} \quad T: \text{周期} \\ h_{x=L} &= H \end{aligned} \right\} \dots\dots (7)$$

を考慮して (6)' の定常な振動解を求めると

$$\begin{aligned} h^2(x, t) &= H^2 \\ &+ \frac{1}{2} \zeta_0^2 + 2H\zeta_0 \left| \frac{\sinh(1+i)\alpha x}{\sinh(1+i)\alpha L} \right| \cos(\sigma t + \epsilon + \phi) \\ &- \frac{1}{2} \zeta_0^2 \left| \frac{\sinh(1+i)\alpha' x}{\sinh(1+i)\alpha' L} \right| \cos(\sigma t + \epsilon + \phi') \quad \dots\dots (8) \end{aligned}$$

ここに

$$\alpha = (\sigma/2\beta)^{1/2} = (\lambda\sigma/2KH)^{1/2} = (\pi\lambda/KTH)^{1/2}$$

$$\alpha' = (\sigma/\beta)^{1/2} = (\lambda\sigma/KH)^{1/2} = (2\pi\lambda/KTH)^{1/2}$$

$$\phi = \arg \left\{ \frac{\sinh(1+i)\alpha x}{\sinh(1+i)\alpha L} \right\}$$

$$i^2 = -1$$

$$\phi' = \arg \left\{ \frac{\sinh(1+i)\alpha' x}{\sinh(1+i)\alpha' L} \right\}$$

水位の上昇量が小さい時、すなわち $\zeta_0 \ll 2H^2$ の時

$$h^2(x, t) = H^2 + 2H\zeta_0 \left| \frac{\sinh(1+i)\alpha x}{\sinh(1+i)\alpha L} \right| \cos(\sigma t + \epsilon + \phi) \quad \dots\dots (9)$$

さらに (9) において L が大きい時の近似を求め、 $l-x$ が大きい時、つまり原点付近での近似式を求めると透水層が半無限と仮定して導かれたよく知られた定常振動解を得る。

$$h(x, t) = H + \zeta_0 e^{-\alpha x} \cos(\sigma t + \epsilon - \alpha x) \quad \dots\dots (10)$$

また $l-x$ が小さい時すなわち透水層他端付近で水位変動の近似式を求めると

$$h(x, t) = H + \sqrt{2} \zeta_0 e^{-\alpha l} \alpha (l-x) \cos\left(\sigma t - \alpha l + \frac{\pi}{4} + \epsilon\right) \quad \dots\dots (11)$$

(11) によれば $x=L$ 付近では皆同時に変化することがわかる。また (10) 式によれば地下水面の変化はちょうど半無限固体の表面に周期的な温度変化を与えた時の固体内の熱伝導と同様なふるまいをすることがわかる。(11) から Darcy の意味での透水係数を求め

るのに二つの方法があることがわかる。ひとつには透水層内の任意の二点で水頭変化の振幅比を求めることによって、ひとつは最高水位となる時間遅れを追っていく方法すなわち位相遅れを測定する方法である。前者の場合 (10) より透水係数は

$$K = \{(x_2 - x_1) / (\ln \zeta_1 - \ln \zeta_2)\}^2 \times (\pi\lambda / TH) \quad \dots\dots (12)$$

ζ は任意点 x における水位変動の振幅

で求められ後者の場合は

$$K = \{(x_2 - x_1) / (\epsilon_2 - \epsilon_1)\}^2 \times (\pi\lambda / TH) \quad \dots\dots (13)$$

ϵ は任意点 x における位相遅れ

によって求めることができる。

本実験においては透水層内の水頭変化が高々数 cm と小さく、かつ周期が数十分～数時間と比較的長い。このような場合には水頭が最高になる時刻を正確におさえることは非常にむづかしい。例えば本実験で用いた粒径 1 mm の砂の場合、周期 3300 秒で $x=1$ m の点での位相遅れは 2 分程度である。測定のうで入ってくる誤差を考えれば位相遅れから K を求めるのは少々困難といえる。それにひきかえ振幅の大きさはおさえやすく本実験ではこの方法を用いた。また実験室におけるモデル実験の結果を一般的な現象に適用するためには上の一般式を無次元化することが必要である。現象を規定する要素 $x, t, h, H, L, K, \lambda$ を用いて次の三つの無次元量 η, θ, ξ を選んだ。

$$\eta = h/H \quad \theta = tKH/\lambda L^2 \quad \xi = \frac{x}{L} \quad \dots\dots (14)$$

この量を用いて前述の (6)' (7) (10) (12) は次のように書ける

$$\left. \begin{aligned} \partial(\eta\partial\eta/\partial\xi)/\partial\xi &= \partial\eta/\partial\theta \\ \eta_{\xi=0} &= 1 + \zeta_0/H \cos \gamma\theta, \quad \gamma = 2\pi\lambda L^2 / TKH \\ \eta_{\xi \rightarrow \infty} &= 1 \\ \eta(\xi, \theta) &= 1 + \zeta_0/H \exp\{-\gamma(2)^{1/2}\xi\} \cos(\gamma\theta - \gamma(2)^{1/2}\xi) \\ \lambda L^2 / TKH &= 1/\pi \\ &\times \{(\ln \eta'_1 - \ln \eta'_2) / (\xi_2 - \xi_1)\}^2, \quad \eta' = \eta - 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots (15)$$

2-2 実験装置と実験方法について (実験 1)

2-2-1 実験装置

実験装置の標略図を図 2 に示す。本実験にあたって解析の基礎となるのは (10) 式である。(10) 式の導出の際に用いた仮定が十分成り立つと考えられるよう

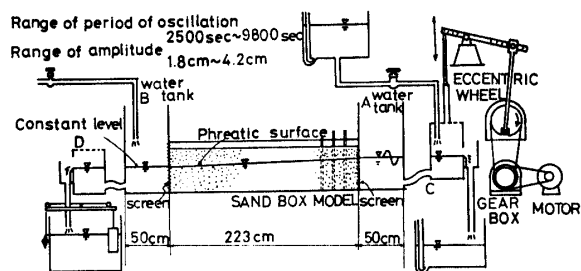


Fig. 2 Scheme of model for ground water flow through a littoral zone.

に装置を作製し、またそのような条件で実験を行なった。A, B 両水槽に固定されたアクリルガラスの両端をスクリーンで区切り中に砂を入れる。C 水槽は直径 21 cm の円筒状でありモーターと減速機によって周期的に上下することができる。また B 水槽の水位を一定にするため D 水槽を設けた。CD 水槽は A, B 水槽に直径 3 cm のホースで結合されており、越流部には矩形堰が設けてある。C 水槽の上下動の振幅は 3.6 cm ~ 8.3 cm まで、周期は 2000 ~ 9800 秒まで可変でありほぼ正確に正弦波形をだすことができる。透水層のモデル部は幅 18 cm, 長さ 223 cm, 高さは 50 cm まで砂を入れることができる。透水層内の水位変化を見るために鉛直にたてたマンメーターを用いた。A 水槽より 1 m までは 10 cm おきにそれから B 水槽までは 20 cm おきに設けた。

2-2-2 実験方法

A 水槽を周期的に上下させ透水層内に定常な振動状態をつくり、2 分おきに水位を測定した。A 水槽の振幅 ζ_0 , 平均水深 H , 周期 T を数種類かえて測定を行ない、砂層モデルとして用いた二種類の砂は 1.27 mm のふるいと 0.75 mm のふるいの間に残った砂 (これを $d=1$ mm と呼ぶ) と 0.75 mm のふるいを通じた砂で図 3 で示す粒径加積曲線の得られる砂である。($d=0.35$ mm とよぶ)。砂の透水状態は空隙率によって大きく影響をうけると思われるが本実験においては締め固めはしなかった。非定常状態における透水を調べるのを目的としているため、比較のため上の砂を用いて定水位透水試験を行なった。また定水位試験においては実験水槽内の砂層と違った空隙率となる可能性もあるため定常振動実験に入る前にこのモデル砂層において定常な状態で水を流し透水係数を求めておいた (図 3) その結果を表 1 に示しておく。また水位測定値の解析にあたっては周期的な自然現象の解析の時にするように (例えば気温, 地温, 水温の日変化, 年変化, 被圧, 不圧地下水位の季節変化など) 調和解析は

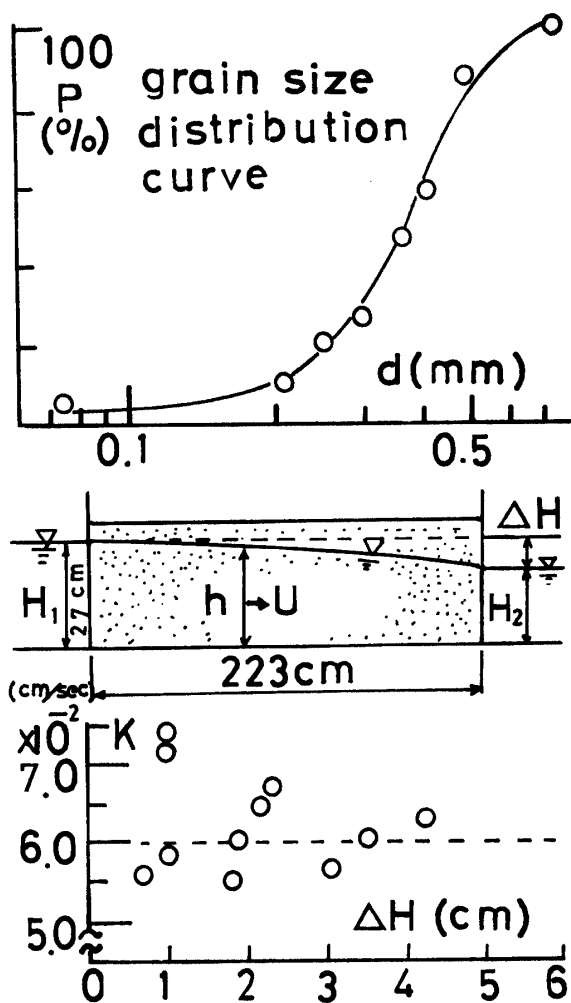


Fig. 3 Grain size distribution curve and hydraulic conductivity of sand in steady state, used in these experiment.

しなかった。それはこの装置によってほぼ正確に正弦的な水位変化を与えることができるからである。また (6)' 式の定常振動解 (10) を求める時にこの種の境界値問題の特徴として (10) 式とは別な非定常解, いわゆる遷移項 (transient) といわれるものが存在する。すなわち定常な振動状態を得るのに時間を要するわけである。本実験に関していえば砂層内の水位がある状態にしてから水位変動を与えるわけで初期の段階においては砂層内は定常な水位変動を行っていないわけである。この遷移項は (6)' の近似解を求める時に次式であらわれてくる。

$$-2\beta\pi \sum_{n=1}^{\infty} \{n(\beta n^2 \pi^2 \cos \varepsilon + \sigma L^2 \sin \varepsilon)\} / (\beta^2 n^4 \pi^4 + \sigma^2 L^2) \times \sin \{n\pi x / L\} \times \exp \{-(\beta n^2 \pi^2 t) / L^2\} \dots (16)$$

この式は時間の経過と共に急速に減衰し、定常な振動

{(10) 式} となる. 実験にあたってはこの遷移項の影響がないように10分~20分経過後より測定を開始した.

2-3 実験結果および考察

2-3-1 実験結果について

透水層の一端に正弦的な水位変動を与えた時の層内

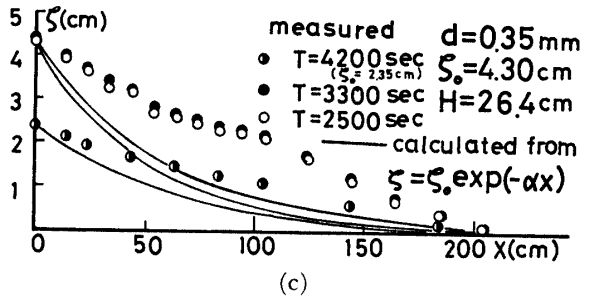
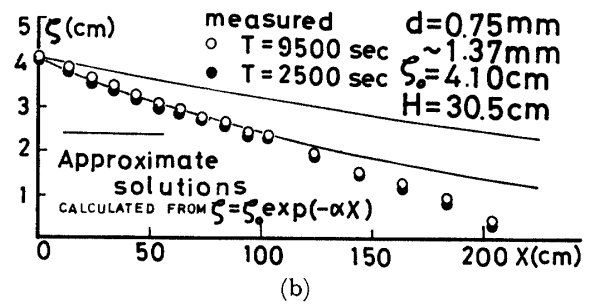
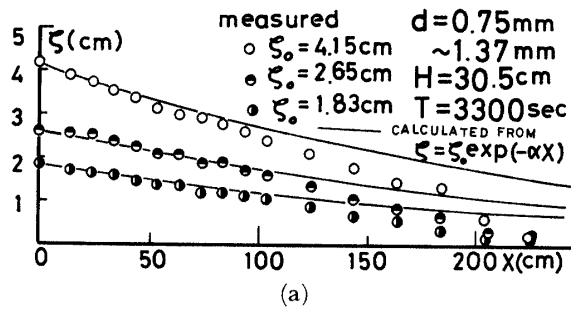


Fig. 4 Comparison between experimental values for amplitude of water level oscillation and approximate solutions by the equation (10).

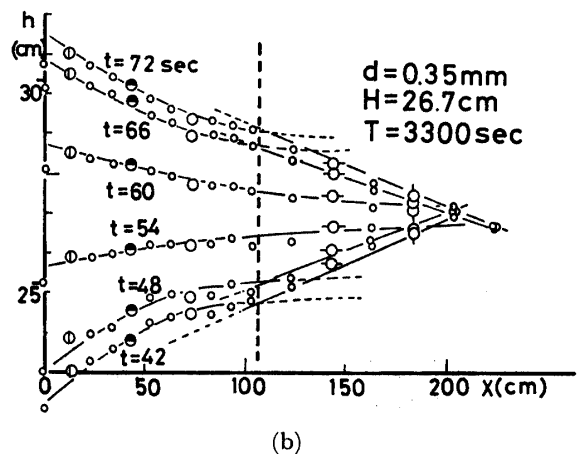
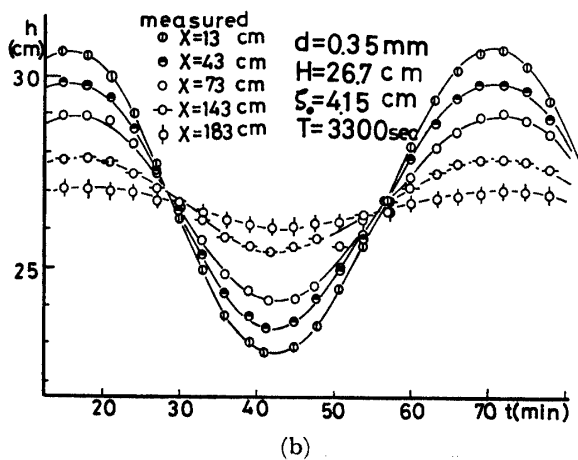
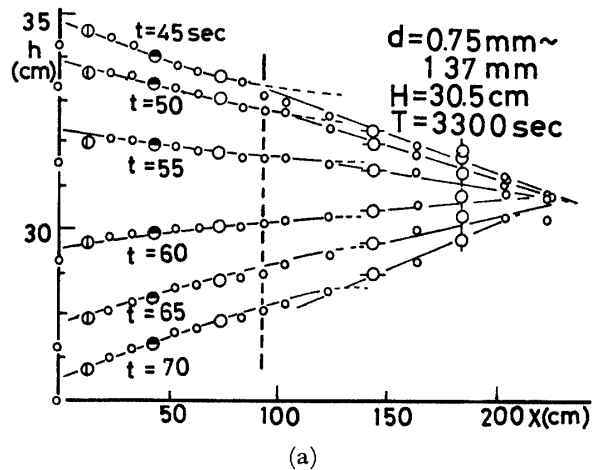
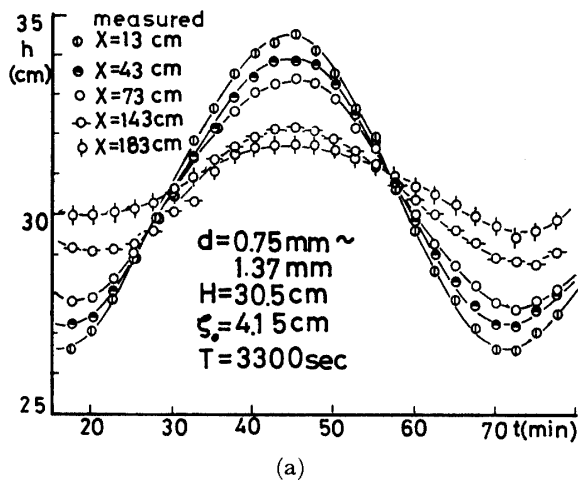


Fig. 5 Variations of ground water level in porous aquifer due to the water level oscillation at the end of aquifer.

Fig. 6 Variations of Phreatic surface in porous aquifer.

Table 1 Hydraulic conductivity K measured by constant level test and calculated from the equation (12)
 K [cm/sec]

砂の種類	実験水槽による K	定水位透水試験の K	(12)式による K
粒径1.37mm~0.75mm	8.50×10^{-1}	5.45×10^{-1}	5.00×10^{-1}
粒径0.75mm以下	6.00×10^{-2}	3.77×10^{-2}	3.70×10^{-1}

各点における振幅の実測値を図 4a, 4b, 4c に示す。図 4a には $d=1$ mm の砂において周期を一定にし、振幅の異なる正弦振動を与えた時の結果が示されており図 4b, 4c はそれぞれの砂において異なる周期を与えた場合の結果である。またこの図には定水位試験で求めた K の値を用いて、式 (10) に従う理論曲線を実線でいれてある。また図 5a, 5b, 図 6a, 6b は二種類の砂についての水位変動の時間的変化, 場所的変化である。1m 以上離れた透水層においては振幅は指数的に減衰していない。これは水槽の他端で水位を保っていることによる影響でこの領域では振幅は直線的に減衰している。これは (11) 式が示すとおりである。無次元表示(15)を考えるならば半無限透水層の仮定が成り立ち、(10) 式が使えるのは

$$\gamma = 2\pi\lambda L^2 / TKH \gg 0 \quad \dots\dots (17)$$

でなければならない。透水率の悪い砂を用いる程、与える周期が短い程、そして与える振幅が小さい程他端

で水位を一定にしていることの影響は少ない。つまり振幅の実測値は (9) 式に従って減衰するはずである。 $d=1$ mm の砂についてはこのことをよく示しており実際 1m までの領域における振幅の減衰率から(12)式に従って透水係数を逆算したものは(図 7a) 定水位透水試験や定常状態において求めた透水係数とオーダー的に一致した値が得られる(表 1)。ところが $d=0.35$ mm の砂についてはこれと全く傾向の違うことがわかる(図 7b)。定水位試験や定常状態における試験の結果からこの砂の透水係数は $d=1$ mm の砂に較べて一桁小さい、すなわち水を通しにくい。このことは $d=1$ mm の砂と同じ実験条件を与えた時更に厳密に(10)式に従って振幅は減衰しなくてはならないはずであるが $d=1$ mm の砂と同程度に水が浸透しているのがわかる(図 4c) $x=1$ m までの領域ではほぼ指数的に減衰していると思われるので(12)式に従って透水係数を求めてみた(図 7b)。この結果やはり $d=1$ mm の砂と同じオーダーの透水係数が求まった。 $d=0.35$ mm の砂においては与える振幅が小さい程(10)式に従うことは $d=1$ mm の砂と同様であるが周期が短い程、そして与える振幅が大きい程理論値からのずれは大きい。すなわち水の浸透性が高くなるという結果が得られた。

2-3-2 実験 1 についての考察

Darcy の意味での透水係数 ($K = \text{const}$), つまり定常状態でしかも飽和状態での透水率は透水体構成粒子の形状(粒径, 空隙率など)と流れている流体の物理的性質(動粘性率など)によって大きく影響をうけることは多くの著書で明らかにされている。上の実験の場合、二種類の砂を実験水槽につめた状態での空隙率はほぼ同じであり($\lambda_{d=0.35} = 0.49$ $\lambda_{d=1.0} = 0.45$) とくに $d=0.35$ mm の砂について何種類かの締めをして定水位試験を行なった結果求めた透水係数の一桁の違いはみられない。そうすると上の実験において二種類の砂の透水率がほぼ同じという実験事実をどのように説明したらよいのだろうか。次の三つの可能性をあげ考察を進めたい。

- (1) 流れが非定常流であるため、慣性項を考慮に入れてない Darcy 則をそのまま用いることに

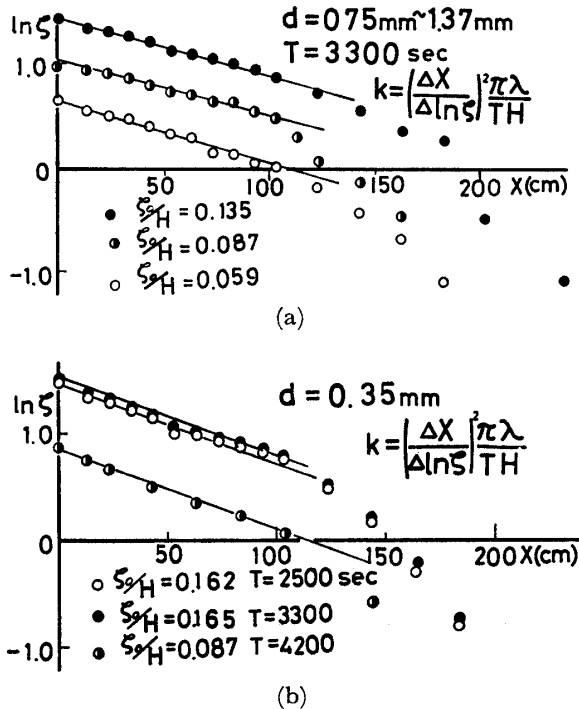


Fig. 7 Computing hydraulic conductivity K (cm/sec) from the decreasing ratio of amplitude of ground water level oscillation.

誤りがある。

- (2) 振動を与えることによって自由表面をもつ地下水は透水体の不飽和な部分（毛管作用域も含む）で変動を繰り返す、すなわち不飽和な透水層内への水の進入、退出に飽和状態での Darcy 則を用いることに誤りがある。
- (3) 上のような長周期波動においては地下水の流れは非常に緩慢であり、（例えば代表的長さとして粒径 d を流速として実質部分の平均流速 v を用いた Reynold 数は $d=0.35\text{ mm}$ の場合は $Re \approx 10^{-2}$ ）かつ微粒子層を通過する時、水はもはや Newton 流体としてのふるまいはしない、つまり地下水の流れは Reology 的であるとする考え（これは諸言でふれた Darcy 則に下限があるとする考えである）。

透水層内の流れの Reynold 数は $d=1\text{ mm}$ で $Re \approx 10^{-1}$ $d=0.35\text{ mm}$ で $Re \approx 10^{-2}$ であり、周期が数秒とか数十秒の短周期波動（例えば波浪、洪水波）ならともかく土のような長周期波動においては慣性項の影響は無視して差しつかえないと考えられそうであるが、次のように考えてみる。浸透層内の流速を次のように仮定する。

$$u = a \sin \{2\pi(t/T - x/l) + \delta\} \quad \dots\dots (18)$$

a : 振幅 T : 周期 l : 波長

ここで周期 T は本実験で与えた程度、 l は (10) 式における減衰波動の波長程度すなわち (19) 式によって

$$\left. \begin{aligned} l &\approx 2\pi(KTH/\pi\lambda)^{1/2} \\ T &\approx 10^3, a \text{ は透水内平均流速程度} \end{aligned} \right\} \dots\dots (19)$$

この流体の運動における慣性項（局所的、場所的）と粘性項の大きさを比較すると

$$\begin{aligned} |u\partial u/\partial x| / |\partial v/\partial t| &= 2\pi a/l \\ &\approx a(\pi\lambda/KTH)^{1/2} \approx 0 \quad \dots\dots (20) \end{aligned}$$

$$|\partial v/\partial t| / |\nu \nabla^2 v| \approx 2KH/\lambda \gg 0 \quad \dots\dots (21)$$

すなわち緩慢な流れにおいても慣性項は無視できないことが予想される。

また不飽和な透水層においてはその透水係数は一般に減ずることが知られているが、しかしこれも定常状態での透水試験の結果であり、自由界面を持った上のような長周期波動が不飽和な透水層内を上下する場合は疑問が残る。しかし振動させた状態で透水率がよく

なる原因をこの領域（水位変動がおこる透水層部分）に帰するならば入潮時と退出時の透水率が異なってもよいと考えられるが図5図6で示すように透水層各点における水位変動はこの平均水深のまわりにほぼ正弦的にふれ非対称性はみられない。

一般には不透水層として扱われている粘土性の、極度に透水性の低い土においてその中で水はもはや Newton 流体としてふるまわず非ニュートンの流れすなわち Reology 的ふるまいをすることがいわれている。流体にある降伏値以上のせん断応力が加った時に流動をおこすという非ニュートン流体の特徴はもしこの性質を透水体内流れに適用するとすれば Poiseuille の流れから出発した透水体モデルよりも流量は少くなることが予想される (Bingham Model, Casson Model)。いずれにせよ透水性の極めて低い媒質では問題となる非ニュートン性も上の実験においては考慮しなくてよいと考えられる。

3. 実験概要 — 実験 2 —

3-1 実験条件

まえがきで述べたように Darcy 則は定常状態でかつ飽和状態において透水層断面の平均流量と動水勾配とを結ぶものである、限られた層流域においてその比すなわち透水係数は透水体の性質例えば空隙率や粒径によって決まる定った値をとる。— 実験 1 — で考えたような非常に緩慢な非定常流においてもたとえ均質な媒質を用いても透水層内部の微小な層を考えればその透水係数は時々刻々変化しているものと考えられる。ここでは透水係数をあくまで Darcy の意味での平均流量と水頭勾配の比と考え、非定常状態における変化を追ってみる。実験 2 においては透水体両端の水頭差を変化させている間の流量を直接測定した。こうしてその時点における透水係数は次式から求まる。

$$\begin{aligned} K &= (Q_{t+\Delta t} - Q_t) / (Jh_t / Jx \times Jt) \\ &= JQ / (A \times \Delta t) / Jh_t / Jx \quad \dots\dots (22) \end{aligned}$$

Q_t : 測定開始時における流量

A : 透水体断面積

Jh_t : 透水体両端の水頭差

3-2 実験装置と方法について

実験装置の概略図を図8に示す。装置は通常透水試験で用いられているものと大差はないが装置の一端 A を— 実験 1 — の水位変動装置に接続することにより A 端の水頭を正弦的に変えられるようにしてあり一定に

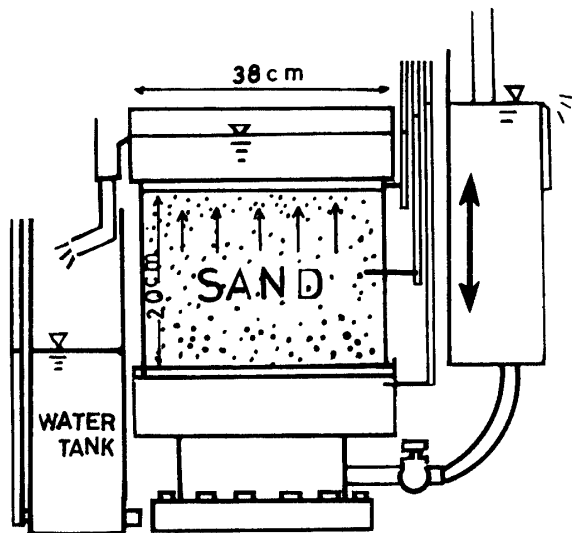


Fig. 8 Schematic diagram of variational head permeameter.

保たれている B 端の水頭より常に高くなるように設置してある。A 端の水頭の上下動に伴って B 端から水が流出するわけであるがそれを水槽 C でうけるようにしてある。B 端には水頭を一定に保つため矩形堰を設けた。用いた砂は一実験 1—で用いた $d=0.35$ mm のもので透水体厚さは 18 cm でこの中に取りつ

けたマンメーターで前と同様に水位変化を読み二分毎に流量を測定し、一周期の間の流量曲線を作成し透水係数の時間的変化を求めた。

3-3 実験結果および考察

3-3-1 実験結果について

透水体両端の水頭差が正弦的に変化していくにしたがって流量もほぼそれに比例して変化しているようであるが水頭差が減るにつれその比例関係はくずれていっている (図 9a, 9b), 傾向が見い出される。すなわち Darcy 則は成り立たなくなっている。層流域における Darcy 則の上限は $Re=1\sim 10$ だといわれているが本実験における透水体内の流れの Reynold 数は大体 $7\times 10^{-3}\sim 7\times 10^{-2}$ の範囲である。この装置による測定においてははっきりしたことは言えないがある水頭差以下では全く水が流れないといういわゆる閾値が存在する可能性が強い。透水係数の時間的変化を示したのが図 9a' 9b' であり今述べた範囲で極端に透水率が悪くなっていることがわかる。しかしその時間範囲はわずかですぐ定常状態の透水率に戻っていくのがわかる。閾値をもつ圧力-流量曲線は血液などの非ニュートン流体の流れに特有なものであり、生物レオロジーの分野でさかんに研究されている。また透水性の極めて低

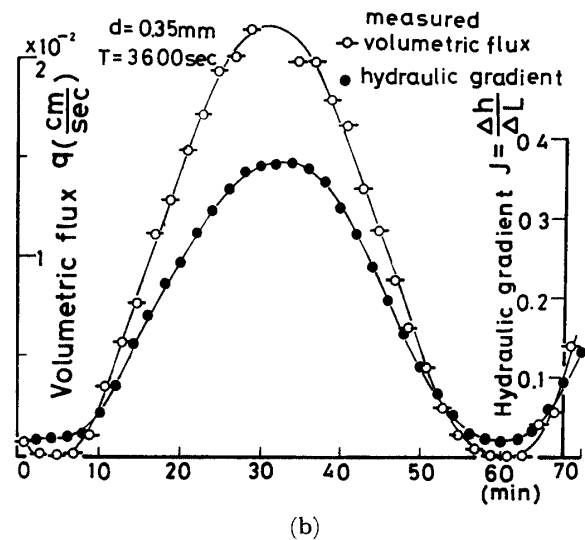
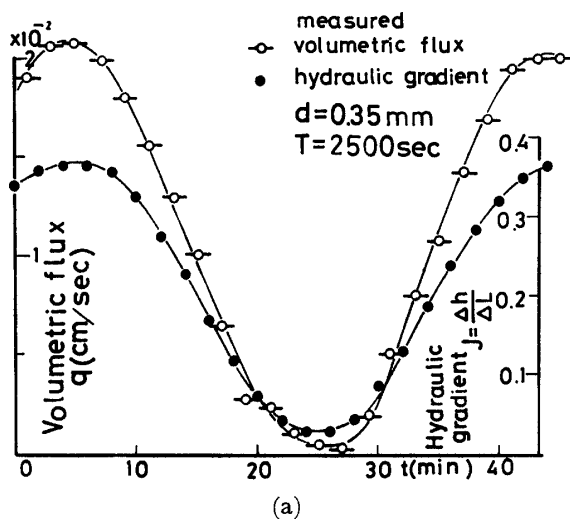
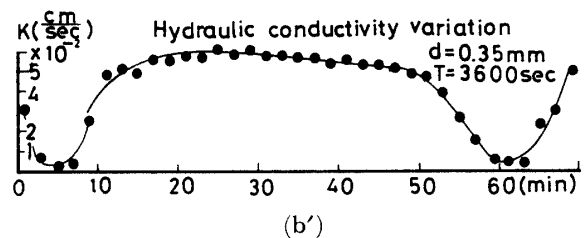
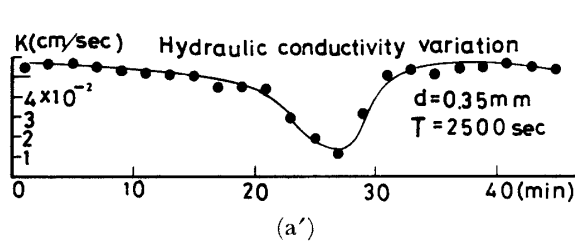


Fig. 9 Experimental curve of periodic variations of volumetric flux and hydraulic gradient and calculated values of hydraulic conductivity.

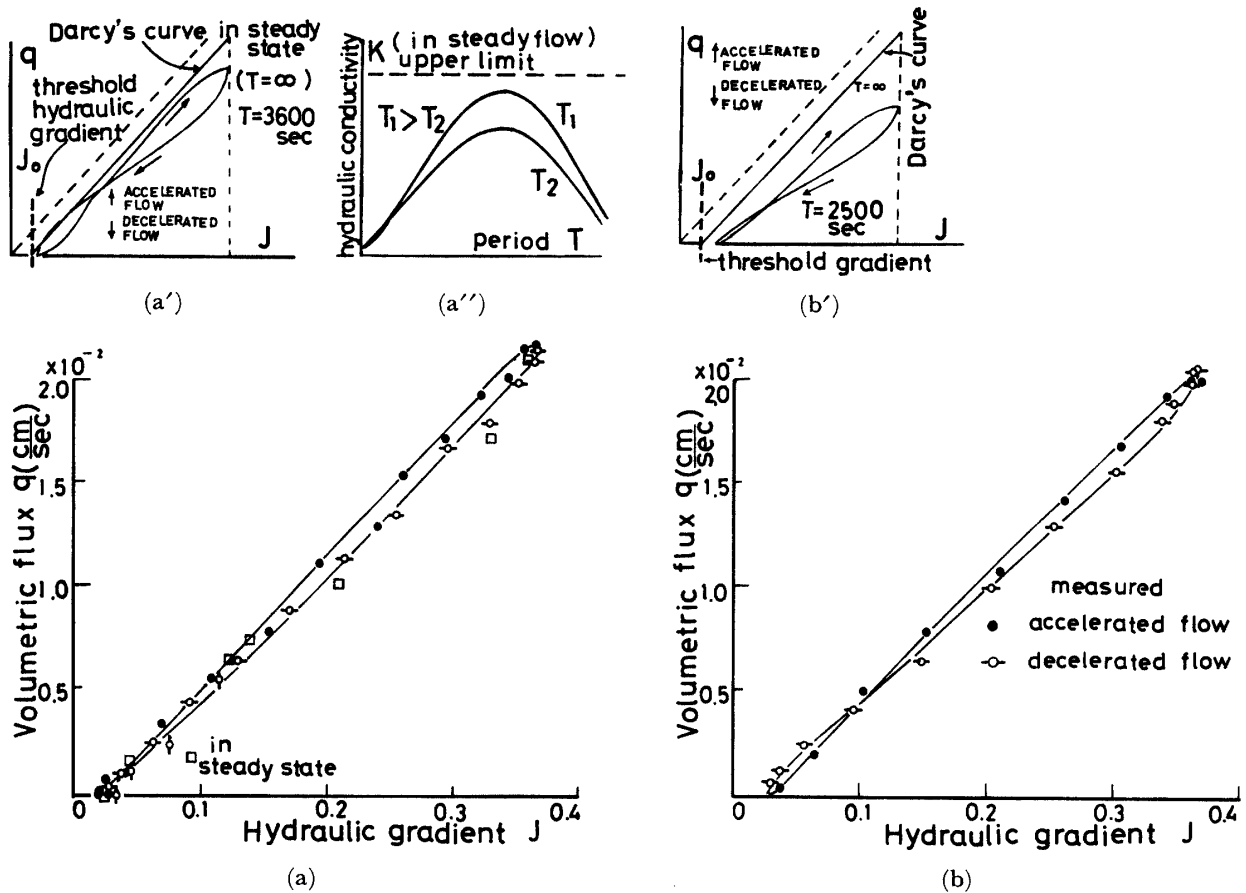


Fig. 10 Measured relationship between volumetric flux and hydraulic gradient in unsteady state and schematic q - J diagram in unsteady flow.

い粘土層においても Darcy 則の下限の存在がいわれているがここで用いた一般に細砂と呼ばれているような砂 ($d=0.35$ mm) においてさえ与えた水頭差が低ければ水は非ニュートンの挙動を示すと思われる。また図 9a' 9b' の透水係数の時間的変化のグラフから、正弦的に変動する水頭差に対応して変化していないことがわかる。すなわち非対称的な変化を示しているのが読みとれる。水頭の上昇時（加速時）、下降時（減速時）において変化の仕方が異なる。このことは図 10 a 10b のグラフにおいて一層はっきりする。同じ振幅を与え周期を変えた行なった二ケースの比較と定常状態において同様な実験とから水位の上昇時と下降時において q - J 曲線は異なったものとなる。つまりヒステリシスを示している。水位上昇時には急勾配を示し、下降時には緩勾配を示す。図 10 には同時に、二種類の周期を与えた場合の q - J 曲線の示す傾向の概略図が挿入してある。傾向がわかりやすいように比率を大きくして描いているが周期が短くなる程、つまり一定の振幅に保った場合に加速度が大きくなる程 q - J 曲線の傾きは小さくなる。そして最大の水頭差がついた時点にお

いても単位時間あたりの流量は少ない。いわゆる透水係数は小さい。水頭差が最小となる時点においては測定上の誤差が大きくなっていくのははっきりしたことは言えないがある閾値が存在し、その閾値の大きさは定常状態になる程（すなわち周期が大きくなる程）大きな値を示す。つまり q - J 曲線は上昇時、下降時における平均値をとった場合それは閾値を持った直線で表わされ、しかもそれは与えた周期によって異なった傾きを示し、与えにある時点において交わることが予想される。与える周期を長くすれば定常状態の曲線に近づくことが予想されるが、周期を短くすれば q - J 曲線の傾きは単調に減少していくのかそれともある一定値のところでは落ちつくのか現段階ではわからない。

$$0 < \theta < \theta_{\text{steady}} \text{ or } \theta_{\text{min}} < \theta < \theta_{\text{steady}} \quad \dots (23)$$

3-3-2 実験 1 および実験 2 についての考察

本実験の測定は水位変化は透水層に入れた圧力端子から導いたマノメーターで読み、流量は直接その重量もしくは体積を測るといった簡単な方法を用いた。マノ

メーターによる測定には測定円柱内への液体の流出入が透水層内の実際の水位変動に限られた時間内において比例しなければならないといういわゆる応答周波数の問題がある。波浪などの短周期波動の透水体への伝播問題を扱う際にはこのことを考慮しなければならないが本実験のような周期のそして水位変動の振幅が小さい場合にはマノメーターは充分その機能を果たしていると考え、圧力端子の透水層微粒子による目づまり、マノメーターへの空気混入などにより測定精度の悪化などを除外しても Darcy の意味での透水係数 K が時間的に変化するということは実験 2 より明らかである。透水係数の測定精度は一桁がよいところと一般にいわれるが時間経過に伴って連続的にそれが変化している以上 (図 9a' 9b') その物理的な原因を求めなければならない。確かに実験 2 において一般の砂層においてさえ流量-圧力曲線においては閾値が存在し、しかもそれは加速時と減速時において違うというヒステリシスを示す。しかしながらその平均を考えればほぼ定常状態における流量-圧力曲線に一致する。

$$q = K(J - J_0) \quad J_0: \text{閾値} \quad \dots\dots (24)$$

$$q = kJ: J \gg J_0 \dots\dots \text{Darcy's law} \quad \dots\dots (25)$$

そして振動を与えることによって、流量に直接大きな影響を与える最大水頭差付近においてはむしろ透水係数は減少している。もともと実験 2 は実験 1 において $d=0.35 \text{ mm}$ の砂を用いた時自由表面の振動が $d=1 \text{ mm}$ と同程度であるという実験事実を 2-3-2 で考察

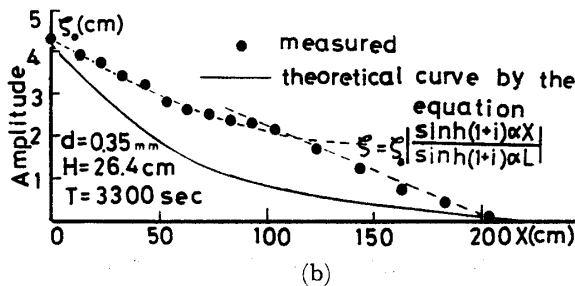
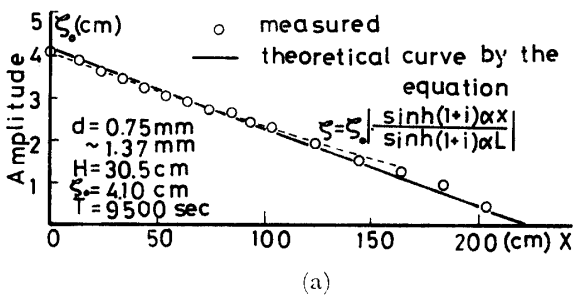


Fig. 11 Comparison between measured values and approximate solution with the hydraulic conductivity in steady state.

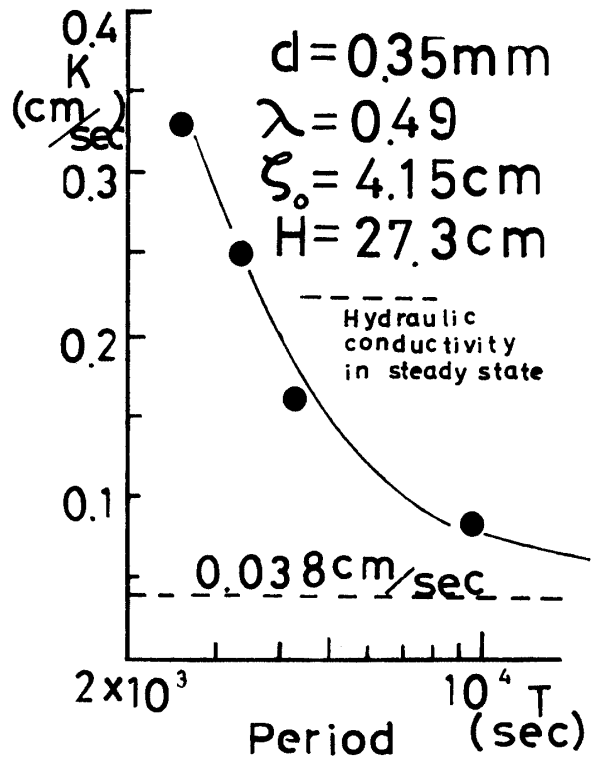


Fig. 12 Relation between hydraulic conductivity and period.

しそれから出発したものである。有限長 $x=L$ で水位一定ということ考慮し、近似を高めた式 (9) を用いた理論曲線を求めても (図 11a, 11b) $d=1 \text{ mm}$ の砂の場合は理論曲線に一致するが $d=0.35 \text{ mm}$ の砂においてなお理論値から大きくずれ、みかけ上透水係数は一桁近く大きくなっている (図 12)。実験 2 で行なったような飽和状態における浸透流と実験 1 で行なった自由表面を持つ浸透流は流れの形態に本質的な相異があると考え、2-1 で考えたように (連続の式 (5), 近似式 (9), (10)) 自由地下水面上昇がその下部の、浸透流のほぼ全域を占める飽和な部分における水の収支にその原因を帰するならば、実験 2 で明らかにされたように、透水係数が非定常な場合 (上の実験の範囲) にもほとんど変化しないという事実によって、実験 1 の現象の説明をすることはできない。現段階では実験 1 の現象の理論的な説明はなされないが、均質な砂層を用いた透水体において長周期波動が伝播する場合は自由表面は絶えず不飽和な部分 (毛管作用域) で上下を繰り返す。この領域と飽和部分の Darcy 則が使えらる領域といわゆる二層状態を呈していると思われる。

4. 謝 辞

本実験にあたり実験装置の製作, 測定にあたり少川真一君 (現前田道路), 田中保弘君 (山口大学工学部大学院) に手伝って戴いた. 謹んでここに謝意を表す.

参 考 文 献

- 1) 小平吉男: 三角級数の応用, 生産技術センター新社 (1979) p. 425
- 2) H. S. Carslaw, J. C. Jaeger: "Conduction of Heat in Solids" Oxford, §3.6 p. 105
- 3) Jacob, Bear: "Dynamics of fluids in porous media" American elsevier, inc., (1967) §8.2

(昭和 54 年 4 月 16 日 受理)