

雑音に汚された入出力データからのシステム同定

川 添 容 宏*

Identification of System Order and Parameter from Input-Output Data Corrupted by Noise

Yasuhiro KAWAZOE

Abstract

A procedure is presented for identification of a multiple-input multiple-output linear discrete-time system whose input signals and output signals are corrupted by additive noise from the view point of canonical form. The approach is based on the correlation technique between input-output data from which the Markov parameter matrices are estimated when the system is driven by white input sequence. The system order is decided from the observability subindices (Kronecker invariants) which are identified by considering the rank conditions of the matrices composed of the estimates of the Markov parameters. Obtaining the observability subindices yields the identification of the system matrix and the input matrix with a pure algebraic method.

The sequential calculating algorithm of the correlation of input-output data is presented for the purpose of saving computer memory and speeding up of calculation. Simulation results are shown to illustrate this overall identification method.

1. まえがき

現代制御理論は状態空間表現法によりその大部分が組み立てられているため、システムの同定問題も状態方程式のパラメータ推定に主体を置いたものが多い¹⁾~⁸⁾。可制御、可観測な系はシステムの入出力データに基づく最小実現システムであるが⁹⁾、システムの係数パラメータが全部未知とした場合、系次元 n 、入力次元 r 、観測次元 m のとき $n(n+r+m)$ 個のパラメータの同定が必要になる。このことは系次元 n の増大に伴い、計算機による記憶容量、計算時間に大きな負担を強いる結果となる。このような負担を軽減するために最近より少ないパラメータの同定を目的として正準形構造による同定の研究がなされている³⁾。

多入力多出力系の入出力データによる同定の問題に焦点を当てれば、原データより直接状態空間表現のパラメータを決定する Gopinath¹⁰⁾ や、さらにそれを発展させた Budin¹¹⁾ の方法がよく知られている。ただし、これらはシステムの正準形表現ではない。正準形

表現によるものとしては Tse³⁾ らの研究があるが、ここでは系入力が存在する場合は取り扱われていない。

状態空間表示によるシステムの同定問題としては、システム次元、システムパラメータ（係数パラメータ）、付加雑音の統計量（たとえば、平均値、分散）などの同定がある。雑音に関する同定法は主としてアダプティブ・フィルタの分野に属する。これらの同定問題の中で今迄最も大きく研究されてきたのはシステムパラメータの同定問題であり、各種の同定法が研究されてきている¹²⁾。最も難かしいとされてきたシステム次元同定の問題は、一部は時系列解析の分野に刺激されて、著しい成果が上げられている¹³⁾。

本報告では、雑音を伴って観測される入出力データからの状態方程式の次元とパラメータの同定について考察する。可制御、可観測なシステムは最小次元を持ち、正準変換が可能なことより、より少ないノンパラメトリックなパラメータを推定するだけでよいという利点があるのと、正準形構造でシステムをモデルしておく、クロネッカーのインバリエントも同時に得られ、それらの総和としてシステム次元が求められるからシステム次元とシステムパラメータが同時に得られるという長所がある¹⁸⁾。

* 工業短期大学部情報処理工学科

本手法では、入力制御信号に白色信号を用いるが、この信号はシステム出力の観測と同様に、付加雑音を伴って観測ができるものとする。これらの観測データはマルコフパラメータの同定に用いられ、マルコフパラメータの推定値から正準形構造が考察される。これらの問題を扱った研究としてはマルコフパラメータからの実現問題としてよく知られている Ho-Kalman の研究¹⁴⁾があるがパラメータは唯一には決定できない。また、正準形実現法を取り扱ったのに最近の雛元らの報告⁴⁾があるが、数値的解法についての現実的な面については触れていない。本報告では数値計算上の諸問題についても、シミュレーション実験によって言及されている。現在の最大の問題は理論の実際への適用であり、数値計算の上ではいろいろな注意が払われなければならない。これらについては well-posedness の問題として、また別の観点より研究対象となっているが¹⁵⁾、ここではこの点については述べていない。

2. 問題の設定

本報告の目的は多入力多出力のデータが得られたとき、次のようなシステムの次元 n 、パラメータ A, B, C を同定することである。

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + w(k) \tag{1}$$

$$y(k) = Cx(k) + v(k) \tag{2}$$

x : $n \times 1$ 状態ベクトル,

u : $r \times 1$ 入力ベクトル,

w : $n \times 1$ 雑音ベクトル,

y : $m \times 1$ 状態観測ベクトル,

v : $m \times 1$ 雑音ベクトル,

A : $n \times n$ マトリクス, B : $n \times r$ マトリクス,

C : $m \times n$ マトリクス,

$$m \leq n$$

ここで入手できるデータは入力信号と出力信号の観測値のみである。出力信号は(2)式によって観測され

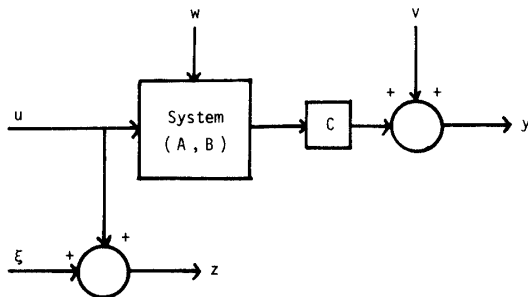


Fig. 1 Blockdiagram of the system for identification and measurements

るが C は未知で、雑音 $v(k)$ がシステムの入力信号 $u(k)$ とは独立であることのみが仮定できるとする。入力信号観測の方程式は次式で表わされ、平均値零の白色雑音により汚されているものとする。

$$z(k) = u(k) + \xi(k) \tag{3}$$

y と z の時系列データからシステム次元 n とシステムパラメータ A, B を推定することが本稿の目的である。Fig. 1 に考察するシステムのブロックダイアグラムを示す。

3. 多入力多出力系の正準形表現

(1), (2) で表わされたシステムが完全可制御、可観測のとき、すなわち、

$$\text{rank} [B, AB, \dots, A^{n-1}B] = n \tag{4}$$

$$\text{rank} [C^T, A^T C^T, \dots, C, (A^T)^{n-1} C^T] = n \tag{5}$$

が満足されるとき、(1), (2) 式は、 p_1, p_2, \dots, p_m をクロネッカーのインバリエントとすれば、

$$T \triangleq \begin{pmatrix} C_1 \\ C_1 A \\ \vdots \\ C_1 A^{p_1-1} \\ \dots \\ \vdots \\ \dots \\ C_m \\ C_m A \\ \vdots \\ C_m A^{p_m-1} \end{pmatrix} \tag{5}$$

で定義される変換行列 T を用いて

$$\underline{x}(k) = T x(k) \tag{6}$$

なる座標変換することによって (7), (8) のように正準形 (ルーエンバーガーの正準形) 表現の式が得られる¹⁶⁾。

$$\underline{x}(k+1) = \Phi \underline{x}(k) + G u(k) + \underline{w}(k) \tag{7}$$

$$y(k) = H \underline{x}(k) + v(k) \tag{8}$$

ここで、

$$\Phi = T A T^{-1} = [\Phi_{ij}] \tag{9}$$

$$\Phi_{ij} = \begin{Bmatrix} \circ & I \\ \phi_{ij}^T \end{Bmatrix} \quad p_i, \text{ for } i=j \tag{10}$$

p_j

$$\begin{Bmatrix} \circ \\ \phi_{ij}^T \end{Bmatrix} \quad p_i, \text{ for } i \neq j \tag{11}$$

p_j

$$\phi_{ij}^T \triangleq [\phi_{ij}^1, \phi_{ij}^2, \dots, \phi_{ij}^{p_j}] \tag{12}$$

$$H = C T^{-1}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & \circ & & & \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \circ \\ & & 1 & \circ & \\ & \circ & & \cdots & \\ & & & & 1 & \circ \\ & & & & & & \cdots & \cdots & \circ \\ & & & & & & & & & & 1 & \circ \end{pmatrix} \quad (13)$$

上式で I , \circ はそれぞれ適当な次元の単位マトリクス, 零マトリクスであり, T は転置, -1 はインバース・マトリクスの意味である. 次にクロネフカー・インバリアント p_1, p_2, \dots, p_m は次のようにして求められる. C_i^T をマトリクス C の第 i 行成分とする. ベクトル列,

$$\begin{aligned} &C_1^T, C_1^T A, \dots, C_1^T A^{p_1-1}, \dots \\ &C_2^T, C_2^T A, \dots, C_2^T A^{p_2-1}, \dots \\ &\dots\dots\dots \\ &C_m^T, C_m^T A, \dots, C_m^T A^{p_m-1}, \dots \end{aligned}$$

を考える. p_1 はある i に対してベクトル $C_1^T A^{i-1}$ がそれまでのベクトル列と独立で, $C_1^T A^i$ から後がベクトル列に従属になるような整数 i である. p_2, \dots, p_m も同様な要領で求められる. このとき次の関係が成立する.

$$\sum_{i=1}^m p_i = n \quad (14)$$

このような正準変換によって生じた新しいシステムは元のシステムと代数的に等価であり, 可観測性, 可制御性, システム・マトリクスの固有値は変換後も何ら変ることがない. 以上の観点から, 得られる情報が出力, 入力, 観測値しかない場合, この入出力関係を満たす完全可制御, 可観測の状態空間法による表示は (7), (8) 式で表わされることがわかったから, パラメータ同定をする場合 (1), (2) 式のパラメータについて考えるよりも (7), (8) 式のそれについて考えた方が同定上有利となる. その理由は (1), (2) 式では, $n(n+r+m)$ 個パラメータを同定しなければならないのに対して, (7), (8) 式だと $n(m+r)$ 個のノンパラメトリックな量だけを推定すればよいからである. ルーエンバーガーの正準形に対して次の関係が成り立つことがよく知られている.

$$\begin{pmatrix} h_1^T \\ h_1^T \Phi \\ \vdots \\ h_1^T \Phi^{p_1-1} \\ \cdots \\ \vdots \\ \cdots \\ h_m^T \\ h_m^T \Phi \\ \vdots \\ h_m^T \Phi^{p_m-1} \end{pmatrix} = I \quad (15)$$

$$h_i^T \Phi^{p_i} = \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^{p_j} \phi_{i,j}^k h_j^T \Phi^{k-1} \quad (16)$$

ここで, h_i^T はマトリクス H の第 i 成分ベクトルである.

4. 入出力観測データによるシステム次元, パラメータの同定

本研究ではシステムについて次のような仮定を置く. また, 以下, $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{w}$ はそれぞれ x, w と記す.

- (i) システムは完全可制御, 可観測である.
- (ii) システム・マトリクスは安定である.
- (iii) システム入力信号 u は零平均値の白色信号であり, 状態 x , 付加雑音 w , 観測付加雑音 ξ とは独立である.
- (iv) 入力観測付加雑音 ξ は u, x と独立な零平均値の白色雑音であるがその分散 V_ξ は先験的に既知である.

さて, 出力観測データ $y(k+l)$ と入力観測データ $z(k)$ との相互相関を考えよう.

$$\begin{aligned} R_{yz}(l) &\triangleq E[y(k+l)z^T(k)] \\ &= H\Phi^l E[x(k)z^T(k)] + \sum_{j=0}^{l-1} \{H\Phi^j G E[u(k+l-j-1)z^T(k)] + H\Phi^j E[w(k+l-j-1)z^T(k)]\} + E[v(k+l)z^T(k)] \end{aligned} \quad (17)$$

仮定より, (17) 式は次のようになる.

$$R_{yz}(l) = H\Phi^{l-1} G [R_{zz}(0) - V_\xi], \text{ for } l \neq 0 \quad (18)$$

ここで,

$$R_{zz}(0) \triangleq E[z(k)z^T(k)] \quad (19)$$

$R_{zz}(0) - V_\xi$ は一般に正則マトリクスであるから, 次のようにしてマルコフパラメータが求められる.

$$H\Phi^{l-1} G \triangleq R(0) = R_{yz}(l) R^{-1} \quad (20)$$

上式と (16) 式から次の式が得られる.

$$\gamma_i(p_i+1) = \phi^i \Gamma, \quad i=1, 2, \dots, m \quad (21)$$

ここで,

$$\begin{aligned} \gamma_i(l) &\triangleq i \text{ th row vector component of } R(l) \\ \phi^i &[\phi_{i1}^1 \dots \phi_{i1}^{p_1} \dots \phi_{im}^1 \dots \phi_{im}^{p_m}] \end{aligned} \quad (22)$$

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \gamma^1(1) & \gamma^1(2) & \cdots & \gamma^1(n) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \gamma^1(p_1) & \gamma^1(p_1+1) & \cdots & \gamma^1(p_1+n-1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \gamma^m(1) & \gamma^m(2) & \cdots & \gamma^m(n) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \gamma^m(p_m) & \gamma^m(p_m+1) & \cdots & \gamma^m(p_m+n-1) \end{pmatrix} \quad (23)$$

一方, (20) 式より $R(l)$ の第 i 行ベクトル成分は, 次のようにも表わすことができる.

$$\gamma^i(l) = h_i^T \Phi^{l-1} G \quad (24)$$

よって, (23) 式の Γ マトリクスは, H, Φ, G なるパラメータを用いれば次のようにも表わせる.

$$\Gamma = \begin{pmatrix} h_1^T G & h_1^T \Phi G & \dots & h_1^T \Phi^{n-1} G \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_1^T \Phi^{p_1-1} G & h_1^T \Phi^{p_1} G & \dots & h_1^T \Phi^{p_1+n-1} G \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_m^T G & h_m^T \Phi G & \dots & h_m^T \Phi^{n-1} G \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_m^T \Phi^{p_m-1} G & h_m^T \Phi^{p_m} G & \dots & h_m^T \Phi^{p_m+n-1} G \end{pmatrix} \quad (25)$$

(25) 式右辺は (15) 式の関係より,
 $\Gamma = [G \ \Phi G \ \Phi^2 G \ \dots \ \Phi^{n-1} G]$ (26)
 となることがわかる. (26) 式は (4) 式の完全可制御性の条件より ↗

$$\searrow \Gamma = \begin{pmatrix} \gamma^1(1) & \gamma^1(2) & \dots & \gamma^1(p_1) & \dots & \gamma^1(\nu_{m-1}+1) & \dots & \gamma^1(\nu_{m-1}+p_m) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \gamma^1(p_1) & \gamma^1(p_1+1) & \dots & \gamma^1(2p_1-1) & \dots & \gamma^1(\nu_{m-1}+p_1) & \dots & \gamma^1(\nu_{m-1}+p_m+p_1-1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \gamma^m(1) & \gamma^m(2) & \dots & \gamma^m(p_1) & \dots & \gamma^m(\nu_{m-1}+1) & \dots & \gamma^m(\nu_{m-1}+p_m) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \gamma^m(p_m) & \gamma^m(p_m+1) & \dots & \gamma^m(p_m+p_1-1) & \dots & \gamma^m(\nu_{m-1}+p_m) & \dots & \gamma^m(\nu_{m-1}+2p_m-1) \end{pmatrix} \quad (28)$$

ここで,

$$\nu_l = \sum_{i=1}^l p_i \quad l=1, 2, \dots, m \quad (29)$$

(i) p_1 の決定法: (28) 式で表わされるマトリクスの左上より次のような小マトリクスを作る.

$${}_1\Gamma^2 \triangleq \begin{pmatrix} \gamma^1(1) & \gamma^1(2) \\ \gamma^1(2) & \gamma^1(3) \end{pmatrix} \quad (30)$$

もし, $\text{rank}({}_1\Gamma^2) = 1$ が成立すれば, $p_1 = 1$ となり, そうでなければさらにマトリクスを拡張していく.

$${}_1\Gamma^3 \triangleq \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots & \gamma^1(3) \\ \dots & \dots & \dots & \gamma^1(4) \\ \gamma^1(3) & \gamma^1(4) & \gamma^1(5) & \dots \end{pmatrix} \quad (31)$$

一般に,

$${}_1\Gamma^i \triangleq \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots & \gamma^1(i) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \gamma^1(i) & \dots & \gamma^1(2i-2) & \gamma^1(2i-1) \end{pmatrix} \quad (32)$$

を定義するとき,

$$\text{rank}({}_1\Gamma^{i-1}) = i-1 \quad (33)$$

$$\text{rank}({}_1\Gamma^j) = i, \text{ for } j \geq i \quad (34)$$

が成立するとき, $p_1 = i$ が決定される.

(ii) $p_l (l=2, 3, \dots, m)$ の決定法: (i) とほぼ同様な方法で行なう. 始めに次のようなマトリクス ${}_l\Gamma^1$ を定義する.

$${}_l\Gamma^{\nu_{l-1}+1} \triangleq \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots & \gamma^1(\nu_{l-1}+1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \gamma^{l-1}(\nu_{l-1}+p_{l-1}) \\ \gamma^l(1) & \dots & \gamma^l(\nu_{l-1}) & \gamma^l(\nu_{l-1}+1) \end{pmatrix} \quad (35)$$

$$\nearrow \text{rank}(\Gamma) = n \quad (27)$$

を満足する. よって, (21) 式は未知パラメータ ϕ について解を有する. ところで, Γ マトリクスを構成するためにはクロネッカー・インバリエント p_1, p_2, \dots, p_m がわかっていなければならないので, 次にこれらを求める手続きについて考える.

4.1 クロネッカー・インバリエントとシステム次元の求め方

わかりやすく説明するために, (23) 式の Γ を詳細に書けば次のようになる. ↘

一般に, $i \geq 2$ に対して,

$${}_i\Gamma^{\nu_{l-1}+i} \triangleq \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots & \gamma^l(\nu_{l-1}+i) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \gamma^l(\nu_{l-1}+i) \\ \gamma^l(i) & \dots & \gamma^l(\nu_{l-1}+2i-2) & \gamma^l(\nu_{l-1}+2i-1) \end{pmatrix} \quad (36)$$

を定義するとき,

$$\text{rank}({}_i\Gamma^{\nu_{l-1}+i-1}) = i-1 \quad (37)$$

$$\text{rank}({}_i\Gamma^{\nu_{l-1}+j}) = i, \quad j \geq i \quad (38)$$

が満足されるならば, このとき $p_l = i$ が決定される.

以上述べた手続きを $l=m$ まで実行することによりクロネッカー・インバリエント p_1, p_2, \dots, p_m が求められシステム次元は (14) 式によって決まる.

4.2 システム・パラメータの同定

クロネッカー・インバリエントが決定されると (28) 式によって $n \times mn$ マトリクス Γ が入出力の観測データの相関により構成される. また Γ のランクが n に等しいことから, (21) 式の両辺に右から Γ^T を掛けることにより,

$$r_i(p_i+1)\Gamma^T = \phi^i \Gamma \Gamma^T \quad (39)$$

となり, $\Gamma \Gamma^T$ は正則マトリクスとなることから, ϕ^i が次のようにして求められる.

$$\phi^i = r_i(p_i+1)\Gamma^T(\Gamma \Gamma^T)^{-1} \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (40)$$

次に, (23) 式と (25) 式の関係に注目すれば, (15) 式が成立することより直ちに G が求められる.

$$G = \begin{pmatrix} \gamma^1(1) \\ \dots\dots\dots \\ \gamma^1(p_1) \\ \vdots \\ \gamma^m(1) \\ \dots\dots\dots \\ \gamma^m(p_m) \end{pmatrix} \quad (41)$$

$$G = \begin{pmatrix} 1. & 0. \\ 0. & 1. \\ -1. & 0. \\ 0. & 1. \\ 1. & 1. \end{pmatrix}$$

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

5. 相関の推定

これまでの議論より、入出力観測データの相関がわかりさえすればあとは単なる代数方程式の解法によってシステム同定ができることがわかった。ここでは相関の逐次推定アルゴリズムについて考える¹⁷⁾。いま、 N を十分大きな正の整数とすれば、定常状態において $\hat{R}_{yz}(l)$ の推定値は次式によって近似される。

$$\hat{R}_{yz}(l) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N-l} y(k+l)z^T(k) \quad (42)$$

簡単のために N に基づく推定値という意味で上式の $\hat{R}_{yz}(l)$ を W^l_N で表わせば、

$$W^l(N-l) \triangleq y(N)z^T(N-l) \quad (43)$$

とおくことより、

$$W^l_N = \frac{1}{N} [(N-1)W^l_{N-1} + W^l(N-l)], \quad \text{for } N < l \quad (44)$$

なる逐次推定計算式が得られる。自己相関関数も同様な方法で求められる。述べるまでもないことであるが、 $N \rightarrow \infty$ のときこれらの推定値は真値に収束する一致推定量である。

実際のシステム同定のアルゴリズムでは、このようにして得られた相関の推定値からなる l なるマトリクスを構成し代数処理を施していかなければならないが、推定誤差が小さければ今迄の理論は近似的に成立するけれども、推定誤差が大きいときにはうまくいかないであろうことが予想される。次章においては実際の数値シミュレーションによりこれらの問題を検討してみよう。

6. 数値シミュレーション

ここでは例題として、2入力2出力の5次元系の同定を取り上げてみる。 Φ, G, H は次のように表わされる。

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0.42 & -0.17 & -0.06 & 0.7 & 0.92 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.21 & -0.26 & 0.44 & 0.4 & 0.5 \end{pmatrix}$$

Φ, H のデータより明らかなごとくクロネッカー・インバリエントは $p_1=3, p_2=2$ である。出力観測付加雑音、状態付加雑音、入力信号、入力信号観測付加雑音は平均値零の擬似ガウス信号を印加した。このシミュレーションではこれらの擬似ガウス信号の分散をいろいろな値にとり結果を比較し、雑音の大きさが推定精度に及ぼす影響を調べている。

数値計算で特に注意を払わなければならないことは、入出力データの相関推定値から求められたマルコフパラメータの推定値によって構成された行列のランク計算である。系次元は l マトリクスのランクを調べることによって得られる p_1, p_2 から決定される。本報告ではランクの決定に次のような方法を用いて効率的に処理している。まず、 l マトリクスの絶対値最大の要素を枢軸要素にとり、スウィープ・アウト法を使っていく。最初の枢軸要素を α_1 とし、第 k 回目のスウィープ・アウトの枢軸要素を α_k としたとき、 α_k の α_1 を基準にした絶対値比

$$\rho_k \triangleq \left| \frac{\alpha_k}{\alpha_1} \right|$$

を定義し、 ρ_k が ρ_{k-1} よりも著しく減少したとき、マトリクスのランクを $k-1$ として決定する。このような操作を ${}_1l, {}_2l$ について実行していき p_1 と p_2 の値を決定する。このことを説明したのが Fig. 1, Fig. 2 であり、そこでは、各雑音分散の値によって、3500段までのデータ処理の結果が示されている。Fig. 2 では $V_v=1.0, V_u=1.0$ に固定して、状態付加雑音、入力信号観測付加雑音の影響を調べている。Fig. 3 では観測付加雑音分散を $V_v=0.1$ とし、 $V_u=1.0$ は Fig. 2 のままとして同様に V_ξ, V_w による影響を調べている。 p_1 の決定について考えるみる。(a) 参照) はじめの 2×4 マトリクスについては ρ_2 が小さいが、 3×6 マトリクスにすると ρ_3 の減少はそれほど顕著ではなくそのランクは3とみなせる。つづく 4×8 マトリクスは ρ_3 まではほぼ一定の値であるが ρ_4 では鋭く減少しているためそのランクは 3×6 マトリクスのときと同様に3である。よって $p_1=3$ を決定する。(Fig. 2, Fig. 3とも同じような傾向を示している。) 次に p_2 の決定は ${}_2l$ マトリクスによって調べられる。(b) 参照) た

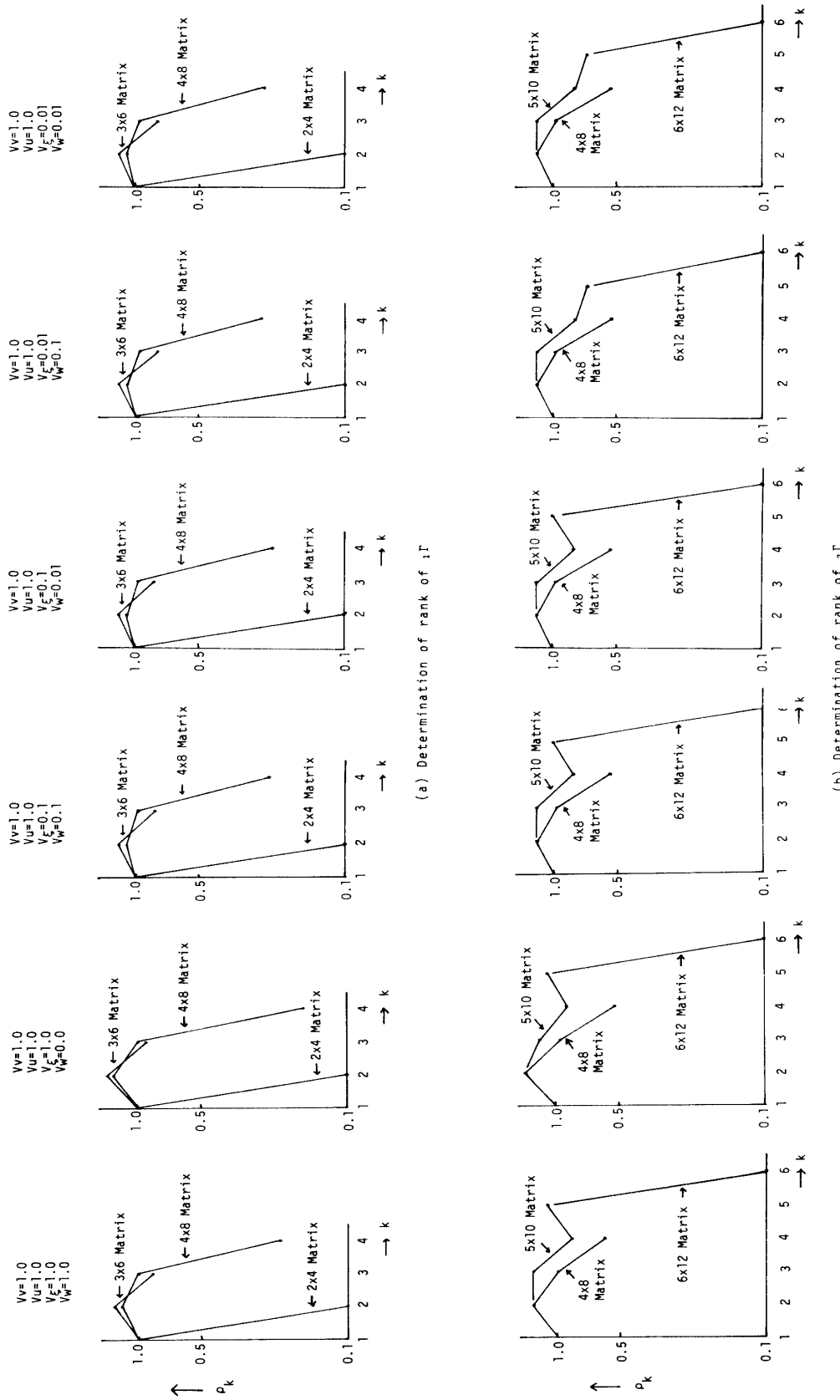


Fig. 2 Determination of system order from rank of I matrices at the 3500th stage ($V_v=1.0, V_u=1.0$)

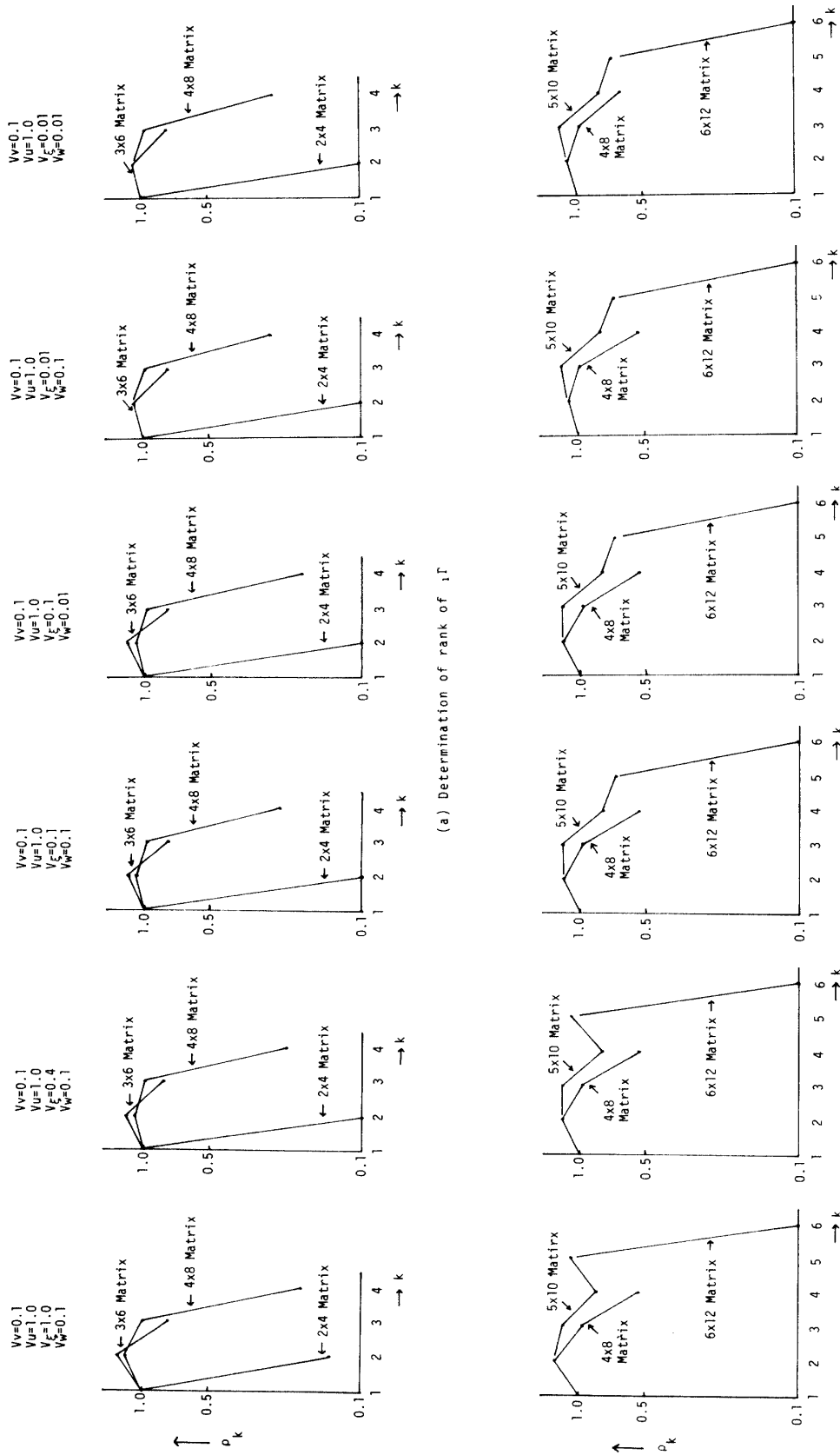


Fig. 3 Determination of system order from rank of I matrices at the 3500th stage ($V_v=0.1, V_u=1.0$)

だし、 ${}_2F$ マトリクスについて得られるランクは $p_1+p_2 = n$ であり、系次元は ${}_2F$ のランク調査から直接決定される。4×8 マトリクスでは ρ_4 で減少はしているが顕著ではなく、そのランクは 4 とみなせる。5×10 マ

トリクスも ρ の顕著な減少はなく、ランクは 5 である。6×12 マトリクスになると $\rho_5=1.0$ に対して ρ_6 は 0.1 以下となって急に減少しており、ランクは 5 となり 5×10 マトリクスのランクと同じである。よって p_1+

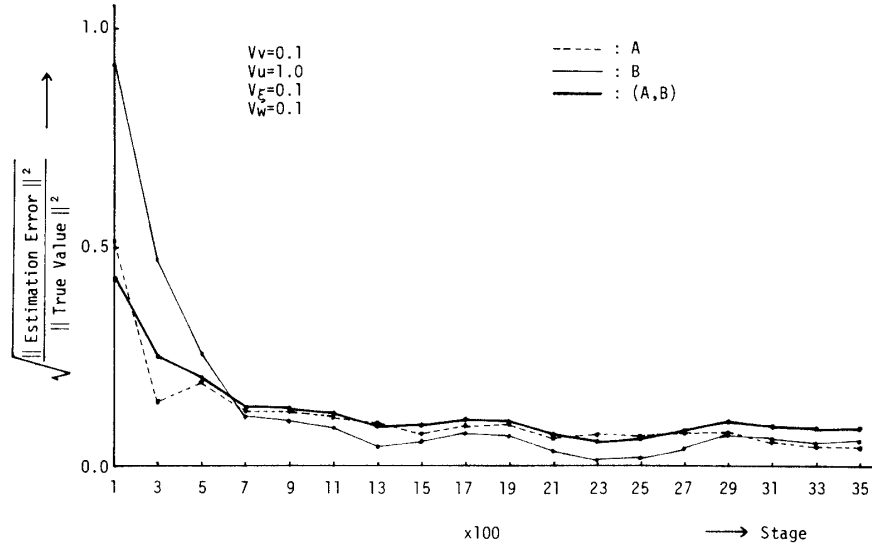


Fig. 4 Convergence of the estimates of parameters

Table 1 Parameter Estimation at 3500th-stage v.s. V_ξ

V_ξ	\hat{a}_1	\hat{a}_2	\hat{b}_1	\hat{b}_2	Estimation Error Ratio
1.0	-0.39534	-0.16244	0.99535	-0.02666	0.12130
	-0.18924	-0.29750	-0.10488	1.11454	
	-0.05760	0.43346	-1.25714	0.05403	
	0.74615	0.40291	-0.05615	1.02636	
	0.87685	0.50532	0.88310	1.03681	
0.1	-0.41980	-0.16853	0.94051	0.03369	0.09323
	-0.18653	-0.29480	-0.07862	1.06660	
	-0.06260	0.44008	-1.17621	0.04058	
	0.75209	0.39847	-0.05212	1.03412	
	0.89161	0.50338	0.89297	1.04171	
0.01	-0.42694	-0.17048	0.93229	0.05027	0.08848
	-0.18571	-0.29314	-0.07351	1.05124	
	-0.06432	0.44177	-1.16160	0.03916	
	0.75407	0.39733	-0.05285	1.03577	
	0.89624	0.50204	0.90179	1.04105	
True Value	-0.42	-0.21	1.0	0.0	
	-0.17	-0.26	0.0	1.0	
	-0.06	0.44	-1.0	0.0	
	0.70	0.40	0.0	1.0	
	0.92	0.50	1.0	1.0	

$p_2=5$ が系次元となり正しく決定されている。

Table 1 には一例として $V_v=0.1$, $V_u=1.0$, $V_w=0.1$ のときの V_ξ の各値に対するパラメータ推定値が与えられている。また、これと同じデータ ($V_\xi=0.1$) に対するパラメータの逐次推定の様子が Fig. 4 に示されている。ここで、推定精度を表わすために

$$\sqrt{\frac{\|\theta - \hat{\theta}\|^2}{\|\theta\|^2}}; \quad \theta: \text{パラメータの真値} \\ \hat{\theta}: \text{パラメータの推定値}$$

を用いている。Table 1 から明らかなように、当然のことながら雑音分散が小さいほど良好な推定がなされている。また、段数の増加にともなって推定精度がよくなっている。

本報告では、多くのデータに対する結果を揚げることはできなかったが、数多くのシミュレーションによればほとんど同様な結果が得られたことを付け加えておく。

7. まとめ

本報告では、出力信号も、入力信号もともに付加雑音を伴ってしか観測できないような場合の状態空間表示になる系次元とパラメータの推定を取り扱った。アルゴリズムの基本はマトリクスのランク計算に尽きるであろう。ランクさえうまく決定できればパラメータ推定値は終局的には連立方程式の解法で得られる。ここでは、これらのアルゴリズムを具体的に示し、最後にシミュレーション結果をあげ、本方法の有効性を立証した。

終わりに、図面作成、原稿の整理等でお世話になった渡部哲夫事務官、岩崎由子嬢に謝意を表します。

参考文献

- 1) E.V. Bohn and M.K. DeBeer: Automatica, **13**, 301 (1977)
- 2) R. Guidorzi: Automatica, **11**, 361 (1975)
- 3) E. Tse and H.L. Weinert: IEEE Trans. of Automatic Control, **AC-20**, 603 (1975)
- 4) 雛元孝夫, 前川禎男, 青木一正: 計測自動制御学会論文集, **12**, 264 (1976)
- 5) D.Q. Mayne: IEEE Trans. of Automatic Control, **AC-17**, 728 (1972)
- 6) J. Rissanen: 1971 JACC, 335 (1971)
- 7) M. Budin: IEEE Trans. of Systems, Man, and Cybernetics, **SMC-2**, 396 (1972)
- 8) R.N. Lobbia and G.N. Saridis: 1972 JACC, 810 (1972)
- 9) R.E. Kalman, P.L. Falb and M.A. Arbib: Topics in Mathematical System Theory, McGraw-Hill (1969) p. 237
- 10) B. Gopinath: Bell System Technical J., **48**, 1101 (1969)
- 11) M.A. Budin: IEEE Trans. of Automatic Control, **AC-16**, 395 (1971)
- 12) P. Eykhoff: System Identification, John Wiley & Sons (1974) p. 180
- 13) H. Akaike: IEEE Trans. of Automatic Control, **AC-19**, 716 (1974)
- 14) B.L. Ho and R.E. Kalman: Regelungstechnik, **14**, 545 (1966)
- 15) 池田三郎: 計測と制御, **16**, 776 (1977)
- 16) D.G. Luenberger: IEEE Trans. of Automatic Control, **AC-12**, 290 (1967)
- 17) 川添容宏: 昭和52年度電気四学会九州支部連合大会講演論文集, 194 (1977)
- 18) 川添容宏: 第16回 SICE 学術講演予稿集, 467 (1977)
(昭和53年4月13日 受理)