

# 有限要素によるコンクリートの構造モデルについて

中 川 浩 二\*

On the structural model of concrete by finite element

Koji Nakagawa

The purpose of this study is to know the relation between the internal failure mechanism of concrete and the whole deformational properties of concrete specimen. A finite element concrete model was proposed to simulate the failure process of the concrete specimen. Each finite element represents one of the failure patterns when the each stress condition was satisfied.

Accumulated macroscopic behavior of finite elements showed good simulation of the behavior of concrete specimen in uni- and bi-axial compression.

## 1. はじめに

今日コンクリートの破壊条件について多くの研究がなされ、多くの破壊仮説が提案されている。そしてそのうちのいくつかのものについてはその仮説のもつ物理的意味が実際のコンクリートの破壊機構と関連して解釈されている。しかし実際のコンクリートは必ずしもそれらの仮説で説明されるような形では破壊しない。たとえばGriffithの仮説やMcClintock & Walshによって修正されたGriffithの仮説は時にコンクリートの強度破壊条件として与えられる。しかしその物理的意味からすればこれらの仮説は欠陥からのクラックの発生条件と考えられるべきであり、供試体の強度破壊条件としては単にそれらがコンクリートの強度破壊条件をよく表わすということである。

実際にコンクリート供試体を拘束圧の大きくない状態で圧縮載荷すると供試体内にはクラックの発生、発達が起る。クラックの発生、発達は骨材の存在とその相互作用の影響を大きく受け、コンクリート供試体の強度破壊、崩壊はこのクラックの発生、発達により供試体中に供試体の耐荷力を失なわせるのに必要なクラックパターンが形成されて生じると考えられる。これらの現象はLiuら<sup>1)</sup>および小林<sup>2)</sup>により、コンクリートのモデル供試体について実験的に示されている。

この現象を力学的に理解するためには、低拘束圧縮荷重下でのコンクリート供試体内のクラックの発達による供試体内部構造の変化を知るという構造解析的な考察が必要となってくる。

コンクリート中に発生する欠陥としては、骨材境界あるいはその系からなる面でのすべりや分離、またモルタル部分でのひびわれや圧潰現象が考えられる。そして主としてこれらの局所的な現象の集積の結果としてコンクリート供試体の複雑な荷重-変形関係が生じる。また巨視的な意味でのコンクリート供試体の破壊は、供試体の変形と作用する荷重との関係で論じられることが多く、たとえば強度破壊は供試体がある耐えうる最大荷重状態に達した状態として定義される。したがってコンクリートの破壊機構を明らかにするためには、供試体内の局所的な破壊の発達と、供試体としての巨視的な挙動との関係を明らかにすることもまた必要であろう。

上述の関係を説明し、かつ低拘束圧縮荷重状態でのコンクリートの破壊現象を理解するためにはコンクリートを構造モデルによって表わし、それを数値的に逐次解析した結果を実際のコンクリートの圧縮試験結果と比較検討することが有効であると考えられる。そこで本研究ではコンクリートを有限要素の集合体としてモデル化し、それによる解釈の合理性と限界について検討した。

## 2. コンクリートの構造モデルについて

コンクリートの力学的挙動を構造モデルによって説明しようとする試みは古くから多数の研究者によってなされてきている。このことは我々人間が新しい事柄を理解するのに自分が現在有している知識との関連で理解しようとする事を思い起せばコンクリートの力学的挙動という複雑な現象を理解しようとするときの我々の当然の欲求であったと考えられる。

\* 土木工学科

コンクリートの構造モデルはコンクリートの内部構造を簡単な力学的性質を有する構成要素の集合体として表わし、コンクリートの巨視的な系としての供試体の挙動を個々の構成要素の挙動から説明しようとするものである。したがって、コンクリートの内部構造の特徴のとらえ方によって構造モデルの作り方が大きく異なることになる。またこの場合、個々の構成要素の形状、力学的性質は簡単なものであるほど望ましいということはいうまでもない。

コンクリートの構造モデルに関する既存の研究としてはまず内部構造を格子で表わした Reinius<sup>3)</sup> による研究や Baker<sup>4)</sup> あるいは Anson<sup>5)</sup> による研究がみられる。また連続体としてのモデルには古く1927年に発表され、その仮定の卓抜さとコンクリートの挙動をある程度説明できる合理性によって、今日なお多く引用されている Brandtzaeg<sup>6)</sup> のモデルがある。このモデルは Taylor<sup>7)</sup> により三次元へ拡張されている。また Shah & Winter<sup>8)</sup> によるモデルや、Buyukozturk ら<sup>9)</sup> によるモデルもみられる。

以上のようにコンクリートの構造モデルによるモデル化は古くから幾人かの研究者によって提案され、それぞれ解釈がなされている。しかしこれらのモデルでは Buyukozturk らの研究を除いてコンクリートの破壊過程で大きな意味をもつと思われる系内での破壊の相互作用に対する考慮がなされていない。そこで本研究では Brandtzaeg の系列に属すると考えられるコンクリートの構造モデルを提案し、構造的立場からモデル供試体および実際のコンクリート供試体の破壊に関する検討を加える。

### 3. 有限要素によるコンクリートのモデル化

#### 3.1 有限要素によるコンクリートのモデル化

本研究ではコンクリートの内部構造を格子構造（骨材と骨材相互とを結びつけるモルタル部分とに分けて表わしたもの）としてではなく、連続体としてとり扱おう。

Brandtzaeg はコンクリートを多数の異方性要素の集合体としてモデル化した。ここで各要素のもつ異方性は要素固有の弱面を有し、その方向は要素ごとに不規則に変化するとされている (Fig. 1)。これらの弱面は骨材とモルタルとの境界、あるいはそれらからなる系を表わすものとして解釈される。そして荷重下でこの弱面での応力状態が Coulomb の破壊条件を満足すると、この弱面に沿ってすべりが生じると考えられている。

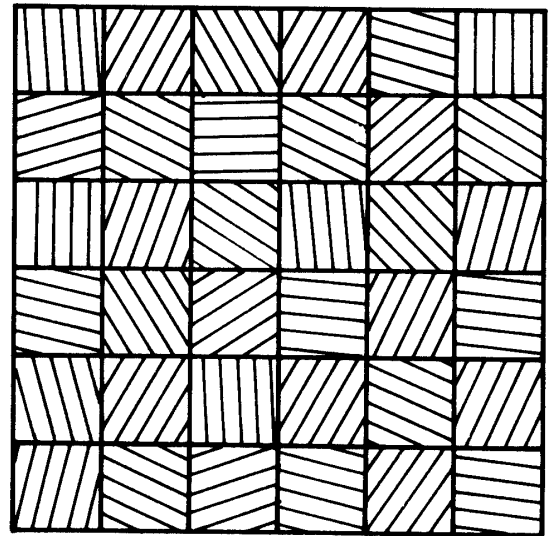


Fig. 1 Brandtzaeg's concrete model.

荷重増加にともない、ある要素内で Coulomb の条件が満足されるとその要素はすべろうとする。しかし要素のすべりは周囲の要素によって拘束され、すべり条件に達した要素はつり合いを保つために周囲の要素から拘束を受け、周囲の要素はその反作用が生じているとしている。荷重の増加にともないしだいに多数の要素がそれぞれのすべり応力状態に達する。その結果として残りの弾性要素内の引張応力はしだいに増加し、やがて材料固有の限界値に達し、与えられた荷重に平行に引張クラックが形成されるとする。Brandtzaeg は系としての強度破壊、崩壊はこのクラックの形成により直ちに生じるものではないが、系はまもなく不安定となり、強度破壊、崩壊にいたるとしている。そしてこの引張クラックが生じる荷重を系の critical load と呼んでいる。

本研究ではこの Brandtzaeg のモデルを基本的に採用している。すなわち、コンクリート供試体は有限の大きさの集合からなり、それぞれの要素は対応するコンクリート中の骨材境界、あるいはそれらからなる系で表わされる要素固有の弱面に対応するすべり面を有する。このすべり面の方向は要素ごとに一様乱数的に変化するとし、材料の十分大きい範囲をとるとすべてのすべり面方向は等しい可能性で存在することになる。さらにこれらの要素は後述するような他の破壊の形式をも示すとしている。解析の手法としては有限要素法を採用しており、要素分割には三角形要素を用いている。さらに Brandtzaeg のモデルでは破壊進行にともなうモデルの構造的な変化は考慮されていないが、本研究ではこの構造的変化にともなう供試体の巨視的挙

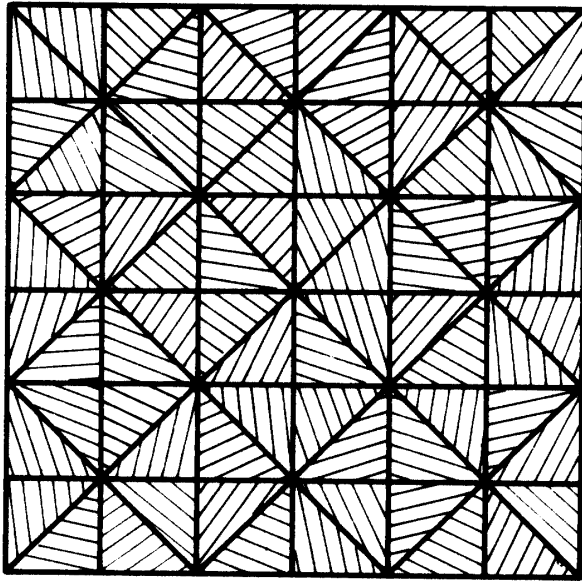


Fig. 2 Finite element concrete model

動の変化の解析を主な問題としている。

Fig. 2 にモデルの一例のスケッチを示す。この図で三角形は個々の要素を表わし、要素内の平行線はその要素固有のすべり面を表わす。

### 3.2 コンクリートモデルの破壊の進行

実際のコンクリート内の破壊の進行は種々の形態をとるが、モデル化に際しては代表的なものとして (1) 骨材境界およびその系で作られる面でのすべり、(2) 圧縮応力と平行、あるいは引張応力に垂直な割裂、分離破壊、および (3) くり返し生じる破壊の結果としての要素としての圧潰、を考える。

#### 3.2.1 骨材境界およびその系で作られる面でのすべり

骨材境界およびその系によって作られるすべり面は前述のように要素固有のすべり面によってモデル化される。このすべり面でのすべりは局所的なものであり、供試体全体としてみた場合の材料の内部すべりと異なることはいうまでもない。すべり面に沿ったすべり、あるいは分離を生じさせるに必要な応力状態は引張応力に対する cut-off を有する Coulomb の条件で与えられるとして次で表わす。

$$|\tau| \geq C + \mu\sigma \quad (1-a)$$

および

$$\sigma \leq \sigma_t \quad (1-b)$$

ここで  $\sigma_t$  は固有のすべり面の引張強度、 $C, \mu$  は固有すべり面の粘着力および摩擦係数としてそれぞれ説明される。この関係を示すと Fig. 3 となる。

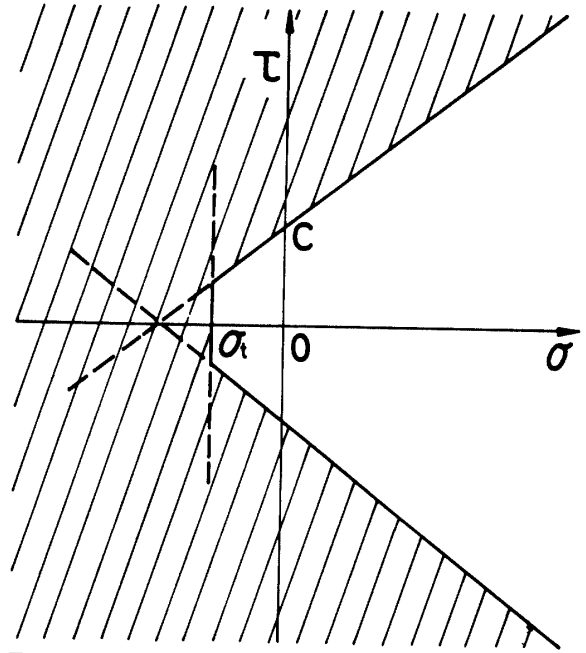


Fig. 3 Coulomb's failure condition with tension cut-off

供試体中のある要素で要素の応力状態が (1-a) を満足する場合には、要素は固有すべり面に沿ったすべりを生じ、応力状態が (1-b) を満足する場合にはこの要素は固有すべり面での分離を生じる。この形式で破壊が生じた要素では、この面のせん断抵抗力は直応力  $\sigma$  が引張になろうとする場合には 0 となり、 $\sigma$  が圧縮の場合には最大値で  $|\tau| = \mu\sigma$  となる。

#### 3.2.2 圧縮応力と平行、または引張応力に垂直な割裂、分離

コンクリート中のクラックは荷重の増加とともに骨材境界のポンドクラックのみならずモルタルマトリックス中にも発達する。このモルタルクラックは骨材周縁のポンドクラックや、モルタル中の空隙、水隙など、あるいは骨材の配列による種々の応力集中源の存在によりモルタル中に引張応力が発生して発達するのであろう。そしてこれはその部分での圧縮応力に平行、あるいは引張応力に垂直に発達する。そこでこのクラックの発達を考え、Griffith の条件でクラックの発生条件が与えられると仮定する。すなわちある要素の応力状態が Griffith の条件で与えられる応力状態に達すると、この要素中には固有すべり面の方向とは関係なくそのときの最大主応力の方向と平行に多数のクラックが発生するとする。その結果、この要素中にはもともと固有のすべり面とは無関係に分離面ができることになる。分離面ができた瞬間には分離面の方向は主応力のそれと一致しているからこの面にせん断応力は作用

しない。しかし供試体中の他の要素で破壊が進行してすでに発生した分離面での直応力、せん断応力がそれぞれ  $\sigma$ ,  $\tau$  となるとすると、 $\sigma$ ,  $\tau$  の間には固有すべり面の場合と同じく

$$|\tau| \leq \mu \sigma \quad \sigma \geq 0 \quad (2-a)$$

$$\tau = 0 \quad \sigma < 0 \quad (2-b)$$

の関係が成り立たねばならない。ここで  $\mu$  はこの面での摩擦係数である。

分離面ができた要素はそれが固有すべり面であれ、割裂による分離面であれ、分離面に平行な方向の剛性は変化しないが、垂直な方向については圧縮については分離前と同じ剛性を、引張に対しては剛性が 0 になる異方性になると考える。

### 3.2.3 すべった要素の割裂、割裂した要素のすべり、材料の局部的な圧潰

有限要素モデルによるコンクリートの破壊進行の解析では、それぞれの要素内の応力状態は供試体の破壊の進行にともなって刻々変化する。そのため、たとえば応力状態が Griffith の条件を満足して最大主応力方向に平行な割裂を生じた要素が周囲の要素の破壊の進行によってさらに固有すべり面ですべりすることはありうる。また逆に固有すべり面に沿ったすべりを生じた要素の応力状態が割裂のための応力条件を満足することもありうるであろう。この場合、要素は一般に相異なる二方向での破壊の発達によって細かく砕かれ、要素の剛性は著しく低下すると考えられる（この状態を要素として圧潰した状態と考える）。

要素が割裂の条件を満足するのは固有すべり面に沿ったすべりが発達する結果、隣接する要素内に引張応力が生じるためであることが多い。したがって割裂を生じた要素では要素の分離が生じるためこの引張応力はなくなり、要素の応力状態は割裂前とくらべて著しく安定な方向へ移行する。この要素が再び割裂の条件に達するときには割裂方向が前の方向とほとんど同じであっても要素中にはさらに多数のひびわれが発生、発達するとして、要素は圧潰したものとして取り扱おう。

### 3.3 定数の選択

コンクリートを有限要素でモデル化するとき、多数の定数について考慮する必要がある。分割要素を三角形とする。そのとき、それぞれの三角形は骨材、モルタルマトリックスあるいは骨材とモルタルマトリックスとの集合を与える一つの系を表わすことになる。したがって、それぞれの要素は要素によって骨材の構成、

モルタルと骨材の配置などが異なるため、みかけ上の弾性定数は同一でなく、あるばらつきをもって分布していると考えられる。また Griffith の条件で与えられる割裂の条件の基準になる要素の引張強度についても、固有すべり面でのみかけ上の摩擦係数や粘着力、引張強度についても同じことがいえる。これらの諸定数のばらつきの影響はつぎのようである。すなわち、要素の弾性定数のばらつきは供試体内の全要素がまだ弾性状態にある間から局部的な引張応力や応力集中を生じさせる。要素の引張強度のばらつきは要素内に実現された応力状態に対して要素が割裂を生じるかどうかの可能性にばらつきを与える。また固有すべり面の粘着力のばらつきはこの面でのすべりや分離が生じる可能性に、摩擦係数のばらつきはすべり発生荷重に影響を与えると同時にすべりが生じた要素が固有すべり面でもちうるせん断抵抗力にそれぞればらつきを与えることになる。これらのばらつきが大きいほど、それぞれの要因の組み合わせの結果として生じる破壊発生のための条件はさらに大きなばらつきを有する。そしてこのことはコンクリートのモデルの破壊が非常に低い荷重レベルから発生する可能性が生じることを意味する。ところがこの破壊発生荷重についてのばらつきは、ここで考慮しているすべての要因についての分布を与えなくても、そのうちの一、二について適当な分布を与えればある程度実現されうる。そこで本研究では簡単のため、これらのうち摩擦係数、引張強度、弾性定数は全要素で同一であるとし、固有すべり面の粘着力についてのみ分布を考慮した。すなわちその分布は正規分布であるとし、適当に平均値と偏差とを与えている。

固有すべり面で表わされるコンクリート中の骨材とマトリックスとの境界およびその系の方向の分布を考えると必ずしも一様分布であるとはいえない。すなわち骨材境界状態そのものについての分布は一様であると仮定してもコンクリートの打設方向に対して境界がなす角度によって境界の強度が異なる可能性がある。またすべり面は厳密には骨材境界の方向によって決定されるのではなく、いくつかの骨材が形成する骨材の系の中の弱い層がすべり面となることが多いであろう。そしてこの弱い面はその時の主応力の方向によっても若干傾きに変化を受けることが予想されよう。しかし、固有すべり面の傾きの傾向については有意な資料が得られないため一様分布と仮定する。すなわち、ここで扱おう 2 次元問題では固有すべり面の傾きの分布を一様乱数を用いて与え、供試体中の固有すべり面の傾きの可能性を一様としている。

有限要素法によるコンクリートのモデルではモデルに採用すべき定数と、実際のコンクリートの定数との対応が比較的明らかである。すなわち、荷重初期の要素の弾性係数、ポアソン比はコンクリートのそれらをそのまま用いる。また要素のすべりに対する条件としての Coulomb の条件の定数は骨材境界およびそれよりなる系の粘着力と摩擦係数として、また要素の割裂のための Griffith の条件の定数（一軸引張強度）はモルタルの引張強度に対応するであろう。

骨材境界の引張強度はモルタル自身の引張強度とくらべて弱く、また骨材モルタル間の摩擦係数は 0.4 程度であるという報告もある<sup>10)</sup>。しかし、コンクリートのみかけの内部摩擦係数や岩石の破断面のみかけの摩擦係数は 0.6~0.8 程度として報告されているものが多い<sup>7), 11)</sup>。実際のコンクリート中の骨材境界は Taylor & Broms<sup>10)</sup> の実験におけるように一様状態ではなく、凹凸、曲率を有しており、また骨材境界の系はすこぶる複雑な状態を示している。そして有限要素モデルではこの複雑な状態からなる断面をすべり面でモデル化している。すなわち、要素の固有すべり面での摩擦係数は固有すべり面で表わされる骨材境界の系のみかけの摩擦係数に対応するため著しく大きくなると考えられ、このモデルでは 0.8 とした。

また固有すべり面の粘着力の平均値を  $C=55.0\text{kg/cm}^2$  とし、偏差  $14.0\text{kg/cm}^2$  をもつ正規乱数で与えている。さらに Coulomb の条件に対し引張力についての cut-off を考え、粘着力の 70% を引張強度として与えている。またモルタルの引張強度は  $50.0\text{kg/cm}^2$  とし、要素の初期弾性係数およびポアソン比は  $250000.0\text{kg/cm}^2$  および  $1/6$  とした。

### 3.4 要素の破壊にともなう弾性定数の変化

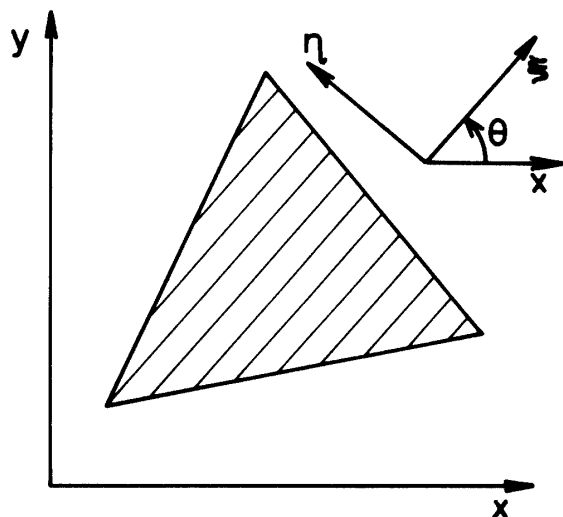


Fig. 4 Anisotropic finite element

要素に破壊が発生する以前には各要素は弾性係数  $E_1$ 、ポアソン比  $\nu_1$  の等方弾性体であるとする。この要素が固有すべり面でのすべり、あるいは分離を生じるか、割裂によって分離面が生じた場合を考える。この場合要素は直交異方性になる。すなわち分離面（すべり面の場合も含む）と平行方向の弾性係数は元の弾性係数と同一の  $E_1$  とし、分離面に垂直な方向の弾性係数を圧縮に対しては  $E_1$ 、引張に対しては  $E_2=E_1/10000$  とする。この場合  $E_2$  に対するポアソン比を  $\nu_2$  とするとき  $\nu_1/E_1=\nu_2/E_2$  となるように  $\nu_2$  を定めている。

Fig. 4 のように座標軸をとり、要素内の応力および歪をそれぞれ  $\sigma_\xi, \sigma_\eta, \tau_{\xi\eta}$  および  $\epsilon_\xi, \epsilon_\eta, \gamma_{\xi\eta}$  とすると分離面が圧縮状態にあるとき両者の関係は

$$\begin{cases} \sigma_\xi \\ \sigma_\eta \\ \tau_{\xi\eta} \end{cases} = \frac{(1-\nu_1)E_1}{(1+\nu_1)(1-2\nu_1)} \begin{bmatrix} 1 & \nu_1/(1-\nu_1) & 0 \\ \nu_1/(1-\nu_1) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & H \end{bmatrix} \begin{cases} \epsilon_\xi \\ \epsilon_\eta \\ \gamma_{\xi\eta} \end{cases}$$

で表わされる。要素が分離前なら等方弾性体として  $H$  は

$$H = \frac{1-2\nu_1}{2(1-\nu_1)} \quad (\because G = \frac{E_1}{2(1+\nu_1)})$$

である。しかしこの要素には前方向に平行な分離面が存在する。そのため、この要素がもちうる分離面での最大せん断応力はその面に作用する直応力によって決定され、

$$|\tau_{\xi\eta}| \leq \mu\sigma_\eta$$

となる。その結果、過剰のせん断応力  $|\tau_{\xi\eta}| - \mu\sigma_\eta$  はこの要素の変形にともなう隣接要素の拘束で分担されることになる。すなわち分離の生じた要素では分離面のせん断に対する剛性が低下し、要素のせん断変形が容易となる。そしてこれまでこの要素が分担していたせん断力を隣接する要素で分担することにより Coulomb の摩擦条件を満足する応力状態を要素に実現することになる。この状態はこの面に平行なせん断に対する抵抗、すなわちせん断弾性係数を減少させることによって実現される。この状態を表わすと、

$$\begin{cases} \sigma_\xi \\ \sigma_\eta \\ \tau_{\xi\eta} = k\mu\sigma_\eta \end{cases} = \frac{E(1-\nu_1)}{(1+\nu_1)(1-2\nu_1)} \begin{bmatrix} 1 & \nu_1/(1-\nu_1) & 0 \\ \nu_1/(1-\nu_1) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & H' \end{bmatrix} \begin{cases} \epsilon_\xi \\ \epsilon_\eta \\ \gamma_{\xi\eta} \end{cases}$$

ここで  $k = |\tau_{\xi\eta}| / \tau_{\xi\eta}$  であり、 $H'$  は

$$H' = H \cdot \left| \frac{\mu\sigma_\eta}{\tau_{\xi\eta}} \right|$$

として与えられる。

破壊の進行にともなう要素のすべりの進行現象は、この操作をくり返し用いることにより実現される。また  $\sigma_1$  が引張応力状態にある場合は  $E_2$  は  $E_1$  とくらべて非常に小さく、せん断弾性係数も同じオーダーで小さくなることにより、せん断応力に対する検討は不要となることが明らかである。さらに要素としての圧潰を生じた場合、要素の面積歪が引張であれば弾性係数  $E_2$  ポアソン比  $\nu_2$  の等方弾性体、面積歪が圧縮の場合には弾性係数  $E_2$ 、ポアソン比  $\nu' = 0.49997$  の等方弾性体としている。この  $\nu'$  の値は初期弾性係数  $E_1$ 、 $\nu_1$  に対して圧潰した要素の体積弾性係数を初期体積弾性係数に近い値とするため選んだものである。

#### 4. 逐次計算

逐次計算には端面変位を一定量ずつ増加させて、その端面変位状態に対する逐次解析を行なった。二軸圧縮の場合には実際の鋼圧盤によるコンクリート供試体の圧縮試験法にしたがって横軸方向荷重についても変位載荷法をとり、荷重比一定載荷法を採用している。すなわちある圧盤変位状態について解析した結果、荷重比が所定の値と異なる場合には横軸方向の圧盤の変位を修正する。厳密に正しい荷重比を得ることは供試体の破壊が進行してからは困難であるため、横軸方向荷重の許容誤差を5%とした。すなわち、ある横軸方向圧盤変位状態に対応する横軸方向荷重が誤差5%の範囲で縦方向荷重の所定荷重比倍であれば要素の破壊条件を検討し、次の段階の計算へと進んでいる。

供試体の局所的な破壊の進行にともない、供試体が一樣変形状態ではなくなり、側方圧盤と供試体とが部分接触状態となることがあるのはいうまでもない。

解法としてはそのため一軸圧縮の場合には掃き出し法により、二軸圧縮の場合にはリラクゼーション法を用いている。すなわち、一軸圧縮の場合には横軸 ( $x$  軸) 方向の拘束はただ一点となるため、リラクゼーション法では精度の良い解を得ることは困難である。これに反して二軸圧縮の場合には縦軸 ( $y$  軸) 方向荷重に対して、横軸方向荷重が許容誤差以上に所定値から外れている場合には、横軸方向圧盤の変位を修正して荷重比が許容誤差範囲に入るようにする必要がある。そこで毎回正解を求めては荷重を修正することは計算方法としては非常に無駄が多く、それよりもリラクゼーション法により、逐次的に荷重を修正しつつ正解に近い解を得ていく方が効果的である。

逐次解析の過程で要素内応力が要素の破壊状態に対

して不合理な状態となることがある。すなわち、要素内で生じた分離面でこの面に垂直な方向の弾性係数が  $E_1$  である (圧縮状態に対応) のに著るしく大きい引張応力が発生したり、 $E_2$  である (引張状態に対応) のに著るしく大きい圧縮応力が生じたりすることがある。この場合には一回のみ弾性係数を修正して解析を進めた。この一回の修正によりほとんどの要素の不合理性は修正される。しかし、供試体の破壊が著るしく進んだ状態では少数の要素で弾性係数が修正のたびごとに  $E_1$  と  $E_2$  とを交代する現象がみられた。しかしこの状態では全体に与える影響は小さいとして無視することにした。

実際の数値実験には節点数49、要素数72の正方形供試体を用いている (Fig. 2)。

#### 5. 数値実験結果と考察

乱数分布する初期値を与えることによって得られた3個の供試体についての荷重変形曲線を Fig. 5 に示す。前述のように  $\mu, \nu, E$  は一定とし、 $C$  には平均値  $55.0 \text{ kg/cm}^2$ 、偏差  $14.0 \text{ kg/cm}^2$ 、 $\sigma_c$  には平均値  $50.0 \text{ kg/cm}^2$ 、偏差  $12.5 \text{ kg/cm}^2$  の正規乱数をそれぞれの要素に与えている。

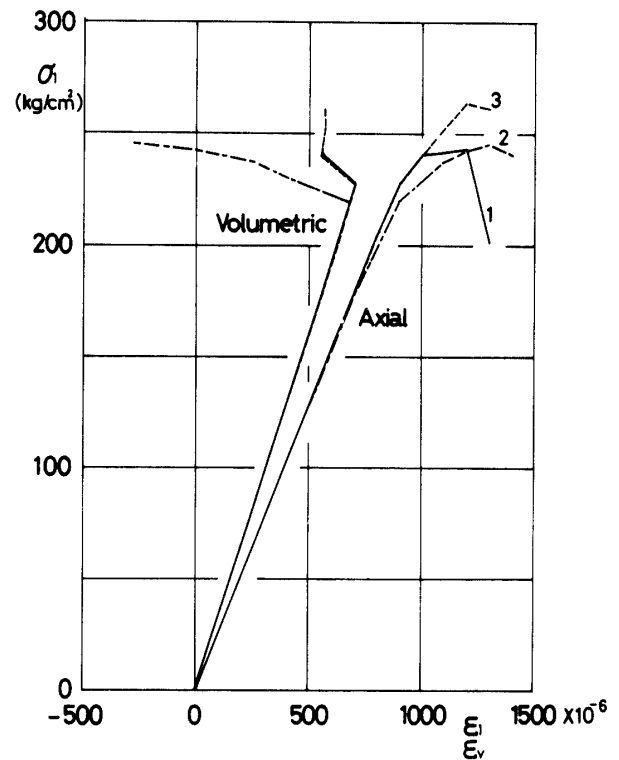


Fig. 5 Stress-Strain relations of finite element concrete models (Uniaxial Compression)

逐次計算の各回の端面変位増分はみかけ上のひずみが1/10000となるようにした。これらの結果にはかなりのばらつきがあるが、それぞれ実際のコンクリートの荷重変形曲線と対応しているとみることができるであろう。

同図に供試体の厚さを1としたときの供試体の体積歪を併せて示す。この場合供試体体積はある応力状態にいたるまではほとんど直線的に減少し、その後急激に増加するのが認められる。また供試体によっては破壊の進行により供試体体積が荷重前の状態より増加する場面があるのが認められた。すなわち、本研究でとり扱っているモデルでは、要素が引張である最小主応力に垂直な割裂を生じると、弾性定数の低下により要素体積は著るしく大きくなる可能性がある。この現象は隣接する要素が同様な破壊状態に至ったとき、特に著るしくなるであろう。また実際のコンクリート中にこれで表わされるような現象が生じているであろうことは容易に予想される。

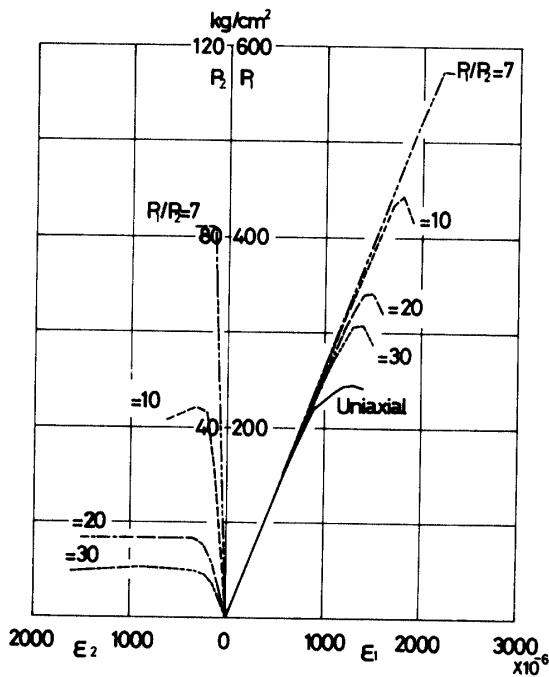


Fig. 6 Stress-Strain relations of finite element concrete models (Bi-axial compression)

Fig. 6に Fig. 5中②の供試体を荷重比がそれぞれ  $P_y/P_x = 30.0, 20.0, 10.0, 7.0$  となるように荷重した場合の荷重と圧盤変位との関係を示す。そして、これらの解析により得られた最大荷重方向 ( $y$  軸方向) の荷重-変形曲線の最大荷重点から各荷重比に対する強度破壊条件を求めてこれを  $\sigma_1\sigma_2$  平面に示すと Fig. 7 となる。ここで  $\sigma_1, \sigma_2$  は一軸圧縮強度を基準に無次元化し、また Rendulic 面に表わされたコンクリートの

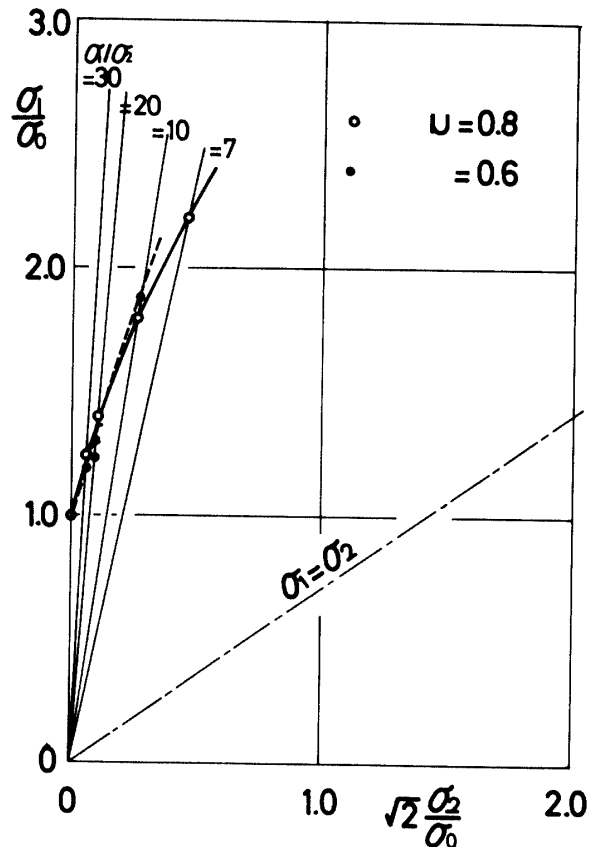


Fig. 7 Failure condition of finite element concrete model

強度破壊条件との比較が容易となるよう  $\sigma_2$  軸を  $\sqrt{2}$  倍して表わしている。実験的に求められた Rendulic 面上のコンクリートの破壊曲面の形状と比較して興味がある。ここで Rendulic の応力面に表わされた実験結果は 3 次元的な実験結果であり、本研究のモデルは 2 次元的ではあるが、この種の比較は十分意味がある。また同図にはすべり面での摩擦係数を 0.6 とした場合の強度破壊曲線を併せて示している。

有限要素で表わしたコンクリートのモデルには多数の定数が含まれており、それらの組み合わせの結果として供試体強度や強度破壊曲線が種々変化することが予想される。なかでもすべり面での摩擦係数がこれらに与える影響は大きいと考えられた。しかし実際に  $\mu = 0.8$  と  $\mu = 0.6$  とでは一軸圧縮強度に大きな差がみられた ( $\mu = 0.6$  で  $210.3 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\mu = 0.8$  で  $241.5 \text{ kg/cm}^2$ ) が、強度破壊曲線の状態には特に顕著な差はみられなかった。このように前にのべたかなり合理的と思える定数に対して実際のコンクリートの破壊曲線に近い破壊曲線の形状が得られたことは、このモデルの一つの有意性を示しているといえる。

Fig. 6には  $x$  軸方向の荷重と圧盤変位の関係を示

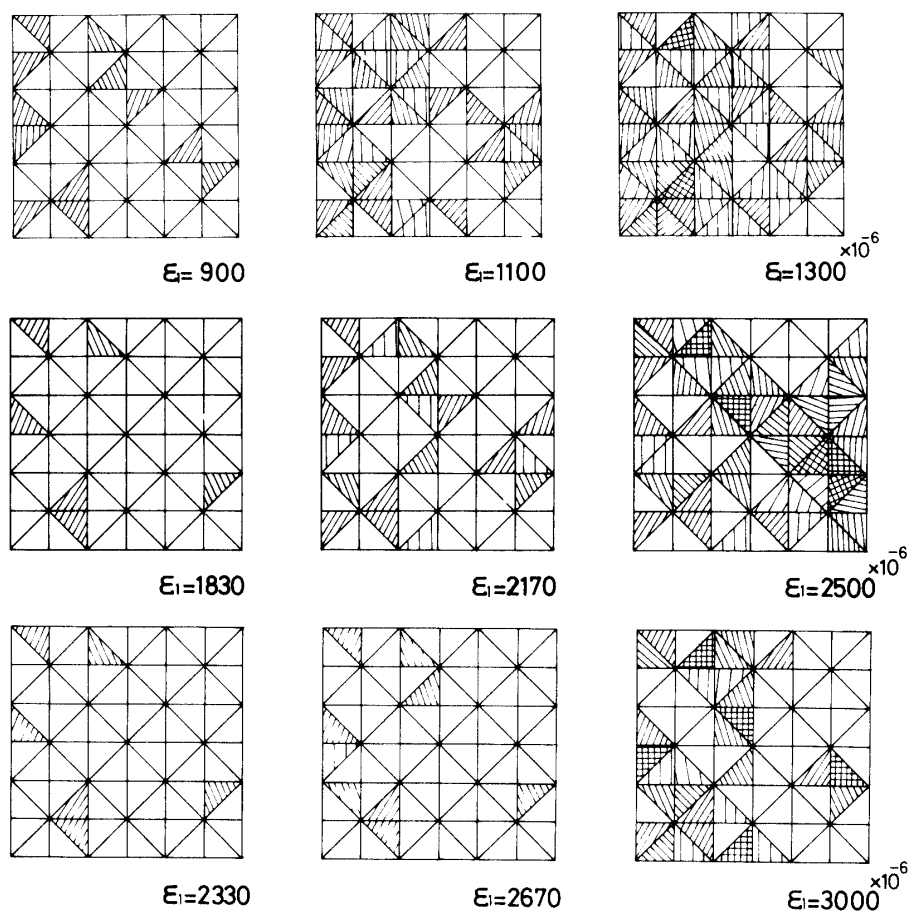


Fig. 8 Failure progress of finite element concrete model (a) uniaxial compression, (b)  $P_y/P_x=20.0$  (c)  $P_y/P_x=10.0$

- failure by Coulomb's condition
- ▨ failure by Griffith's condition
- ruptured element

す曲線をも併せて示している。荷重増加にともなう供試体の破壊の進行によって、供試体の  $x$  軸方向端面は直線状ではなくなる。したがって圧盤間変位がそのまま供試体の  $x$  軸方向の歪に対応するものでないことはいうまでもない。さらにこの図で  $x$  軸方向荷重比の増大とともに  $y$  軸方向の荷重変形曲線は高い荷重状態にいたるまでほとんど直線状態にあるのが認められる。この現象は Fig. 8 に示す一軸圧縮,  $P_y/P_x=20.0, 10.0$  の場合の供試体の破壊進行状態と比較するとその理由が理解されよう。Fig. 8 (a) (一軸圧縮) によるとモデルの破壊の進行によって、実際のコンクリートの破壊の進行がかなりよく表わされている。すなわちモデルによるとコンクリートの破壊は供試体中のすべり面におけるすべりによって始まる。これらのすべりはすべり面が荷重方向に対して  $30^\circ \sim 40^\circ$  の傾きを有し、かつその面での粘着力が小さい要素で生じやすい。そして荷重の増加にともない、これらの要素内でのすべりによる隣接要素での引張応力の発生がモルタルクラック

の発生を引き起し、やがてそれらの発達の結果、供試体の強度破壊にいたると結論される。

供試体中の破壊の進行状態は拘束圧の増加とともにかなり変化する。荷重の増加とともに要素固有のすべり面の傾きが最大荷重方向に対して  $30^\circ \sim 40^\circ$ 、すべり面での粘着力が小さい要素ですべりが生じやすいことは一軸圧縮の場合と同様である。しかし、供試体中に生じる破壊の量は拘束荷重比の増加とともに減少する。すなわち Fig. 8 では Fig. 5 に示した強度破壊状態およびその 2 と 4 ステップ前の荷重状態によって生じた各要素の破壊状態を示している。これらの図で強度破壊状態に対応する供試体の破壊状態を比較してみれば破壊量の減少が明らかである。また供試体中の破壊の発進が著るしくなる荷重が非常に高くなるのが認められ、その結果、先のように拘束荷重比の増加にともない荷重変形曲線が高い荷重状態に至るまで直線的となるのが説明される。

この拘束荷重比の増加にともない、破壊の発進が著



るしくなる荷重が強度破壊荷重にむしろ近くなる現象は実験的に知られているモルタル、コンクリートの破壊開始と強度破壊の関係とは異っている。この実際の材料と有限要素モデルとの相違については種々の理由が考えられるが、その一つとしてモデルにおいて要素の破壊は急激に生じるものであるとしたところにあるであろう。たとえば実際のコンクリートでは局部的なすべりは低い摩擦係数で表わされるようなすべりに始まり、しだいに発達するが、モデルとしてはこれを要素のすべりとしてある大きな範囲を一つの単位として表わしている。また本研究はコンクリート要素のすべり、割裂、圧潰という簡単な破壊現象から供試体としての破壊を説明しようとしているため、さらに微視的なレベルでの破壊の破壊の進行をモデルに考慮していないところにも問題がある。また強度破壊状態に対応する供試体の破壊状態を比較するとき、拘束荷重の増加とともに総破壊量とくらべて著しく圧潰した要素の数が増加するのが認められる。このことはコンクリートがこのモデルで表わされたとするとコンクリート供試体の破壊の機構は拘束荷重比によって変化することであることを示しているといえる。

## 6. おわりに

本研究はコンクリートの破壊の機構を明らかにするための方法の一つとして、コンクリート内部の破壊の進行とその結果としてのコンクリート供試体の巨視的な挙動との関係についての理解を深めることを目的とした。そこでコンクリートの構造と有限要素の集合でモデル化することを提案し、荷重増加に対するモデルの挙動を逐次的に解析した。

単にコンクリート供試体の巨視的な挙動のみを問題にするならば先に筆者らが報告したようなモデル化<sup>12)</sup>を行えばコンクリート供試体、あるいは構造体としての挙動の説明は可能である。しかし構造モデルによる解析の目的はコンクリート供試体の荷重下での荷重変形関係をはじめとする複雑な挙動を簡単なモデルの個々の挙動の集積された結果として説明しようとするところにある。そのため提案されるモデルの個々の要素はできるだけ簡単は力学的現象を表わすものであることが望ましいことはいままでもない。いま荷重下でのコンクリート中の複雑な破壊現象を簡単な力学的性質をもつモデルに置きかえて解析した結果は必ずしも実際のコンクリートの挙動を十分には表わし得ない。しかし、本研究のモデル解析により供試体内の局部的な破壊の発生、発達とそれが供試体の全体的な挙動に

及ぼす影響について構造的な説明が可能となった。そして本研究の目的からすれば、ここで行なった構造モデルの解析により、目的としたコンクリート内部の破壊とその結果としてのコンクリート供試体の巨視的な挙動との関係について理解を深めるということは一応達成されたと考える。

以下に結論として本研究により得られた主な結論とそれらについての補足的な考察を列挙しておく。

(1) 有限要素によるコンクリートのモデルでは Reinius や Baker の格子構造モデルとくらべて骨材、マトリックスといった意味でのモデル要素とコンクリート要素との幾何学的な対応が若干抽象的となる。しかしこのモデルでは実際のコンクリートのもつ定数とモデルの定数との対応がかなり明確であり、また合理的といえる定数を採用することによりコンクリートの挙動的な挙動を要素の挙動からある程度定量的にも説明することが可能である。

(2) 要素の破壊現象として採用した要素のすべりおよび割裂という二つの現象は実際のコンクリート中の骨材周縁のクラック系とモルタル部分のクラック系という現象に対応させうる。このことからこのモデルは実際のコンクリート中の破壊の発生、発達を供試体の全体的挙動に結びつけて考える上に非常に有効である。また特に一軸圧縮時においてはモデルのすべりの発生が周辺要素に引張応力を発生させ、その要素の割裂を生じさせているとみられる傾向が観察され、実際のコンクリートの挙動をよく説明しているかのようである。

(3) 破壊現象の一つとして要素の圧潰を考慮しているが、これはクラックの発生、発達からは直接には説明されない。すなわちこの現象はすべり、割裂などに対応するクラックより一段と細かいレベルでの現象として理解されよう。

(4) 拘束荷重の増加とともに強度破壊に至るまでに破壊を生じた要素の数が著しく減少するのが認められた。またモデル解析により得られた供試体の荷重変形曲線は著しく直線状に近くなった。これらは一般に知られているモルタル、コンクリートの挙動とは異なるところである。そしてこの相違はモデル化において材料の進行的な破壊現象や、さらに細かいレベルでの破壊現象を無視し、要素の挙動を単純化して取り扱ったためであると考えられる。したがって、供試体の挙動を忠実に表わすことに重点を置くなら、要素に巨視的な挙動を含ませて解析することも可能であろう。

## 参 考 文 献

- 1) Liu, T.C., A.H. Nilson and F.O. Slate: "Stress-strain response and fracture of concrete in uniaxial and bi-axial compression", J. ACI, **69**, 291~295 (1972)
- 2) 小林昭一: "岩質材料ならびにそれより成る系のぜい性破壊基準に関する基礎的研究", 京都大学学位論文(1972)
- 3) Reinius, E.: "A theory of deformation and failure of concrete", Mag. Conc. Res., **8**, 157~160 (1956)
- 4) Baker, A.L.L.: "An analysis of deformation and failure characteristics of concrete", Mag. Conc. Res., **11**, 119~128 (1959)
- 5) Anson, M.: "An investigation into a hypothetical deformation and failure mechanisms for concrete", Mag. Conc. Res., **16**, 73~82 (1964)
- 6) Brandtzaeg, A.: "Failure of a material composed of non-isotropic element", Kong, Norske Vid. Selsk. Forhand., No.2, 1~68 (1927)
- 7) Taylor, M.A.: "A physical-mathematical model for the deformation and failure of brittle materials under general states of stress", Interim Technical Report to Oak Ridge National Laboratory, Tennessee (1969)
- 8) Shah, S.P. and G. Winter: "Inelastic behavior and fracture of Concrete" J. ACI, **63**, 925~930 (1966)
- 9) Buyukozturk, O., A.H. Nilson and F.O. Slate: "Stress-strain response and fracture of a concrete model in biaxial loading", J. ACI, **68**, 590~599 (1971)
- 10) Taylor, M.A. and B.B. Broms: "Shear bond strength between coarse aggregate and cement paste or mortar", J. ACI, **61**, 939~956 (1964)
- 11) Byerlee, J.D.: "Frictional characteristics of granite under high confining pressure", J. Geophy. Res., **72**, 3639~3748 (1967)
- 12) Nakagawa, K., S. Kobayashi and Y. Niwa: "The effect of end restraint condition on the fracture mechanism and strength of rock-like materials in compression", Proc. JSCE, No.197, 125~134(1972)  
(昭和53年4月15日 受理)