

# 平板前縁部形状が乱流境界層に及ぼす影響

大坂 英雄\*

## Effects of Leading Edge Shape of a Flat Plate on a Turbulent Boundary Layer

Hideo OSAKA

### Abstract

Detailed measurements are made about behavior of the turbulent boundary layer develops on a flat plate of which leading edge shape is round. This kind of flat plates is widely used in an experimental research of forced convective heat transfer. From these results, wall law, velocity defect law and two-dimensionality of flow fields are discussed.

### 1. まえがき

強制対流熱伝達の実験を行う場合、流れ場に要求される条件として十分発達した乱流境界層が形成されていること、さらにその領域が広範囲であることがあげられる。半面、平板表面を容易に、かつ一様に加熱するためには、技術面からの制約として、加熱面積が小さい方が望まれる。したがって、実際に用いられている測定用平板は幅が狭く、また長さも十分ではない。また、従来流れ場の二次元性が十分確認されてはおらず、古屋<sup>1,2)</sup>らにより指摘された問題点を考慮する必要があるものと思われる。

この種の問題は、理論流体力学的立場からも重要かつ興味ある問題であるが、実験的立場からも、より正確なデータを提供するため、さらに実際に応用するためのより正しい流れ場のモデルを解明するために、重要な問題である。

これらのことを背景にして、熱伝達の実験でよく用いられる前縁部の形状が半円型の平板について、二次元性の極めて良い乱流境界層を作り、その発達を詳細に調べた。壁法則、速度欠損法則等から、十分発達した乱流境界層が形成されるまでに要する前縁からの距離を明らかにした。

### 記号

$x$  : 測定平板前縁からの距離

$y$  : 壁面からの距離

$z$  : 測定平板中心線から  $x$  と  $y$  に垂直な方向への距離

$U$  :  $x$  方向平均流速

$U_e$  : 主流の平均流速

$\sqrt{(u'^2/U_e)}$  : 乱れの強さ

$u_\tau$  : 摩擦速度  $= \sqrt{(\tau_o/\rho)}$

$\delta$  : 境界層厚さ

$\delta^*$  : 排除厚さ

$\theta$  : 運動量厚さ

$P_x$  :  $x$  における静圧

$P_a$  : 大気圧

$\tau_o$  : 壁面摩擦応力

$C_f$  : 局所摩擦抵抗係数

$C_F$  : 平均摩擦抵抗係数

$\rho$  : 空気の密度

$\nu$  : 動粘性係数

$H$  : 形状係数  $= \delta^*/\theta$

$G$  : クラウザーの形状係数

$Re_\theta : U_e \cdot \theta / \nu$

$Re_{x-x_o} = U_e \cdot (x-x_o) / \nu$

### 2. 実験装置および方法

本実験に用いた風洞は、全長約14mの開放型風洞であり、主流の風速を0~35m/sまで連続的に変化させることが可能で、乱れの強さは約0.1%程度のものである。集合洞には、古屋らの一連の実験を参考にして適当な開口比を持つ金網が4枚（それぞれ、8メッシュ

\* 機械工学科

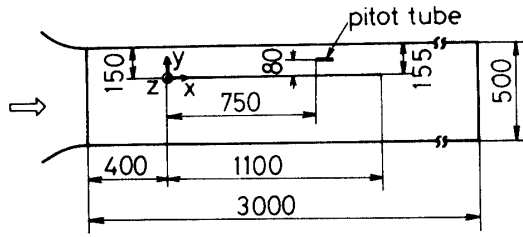


Fig. 1-a

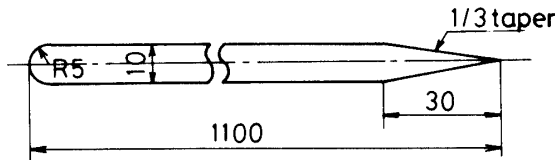


Fig. 1-b

Fig. 1 Measuring section and Measuring flat plate

ユ,  $\beta=0.683$  1枚, 12メッシュ,  $\beta=0.649$  2枚, 18メッシュ,  $\beta=0.697$  1枚) 設置してあり, さらに,  $\phi 30$ , 長さ 150mm のアルミ製パイプを組み合わせることにより, ハニカムが配置してある. 絞り部は三次元絞りで, 絞り比は10とかなり大きい. 絞り部の下流に, 図 1-a で示すような入口断面  $0.5 \times 0.5$ m の測定部が設けられており, その最大測定長は 3 m である. 上面および側面は内部観察が可能ないように透明なアクリル板で作られているが, 下面は厚さ 5 mm のアルミ板である. 測定板は図 1-b に示されているように厚さ 10mm, 長さ 1,100mm, 幅 500mm のベークライト板であり, 前縁は半円形状に, 後縁は 1/3 のテーパに成形してある. この測定板は下面に垂直に設置してあり, 平板上の静圧分布を一定にするため迎え角が  $0.3^\circ$  つけてある.

主流および境界層内の全圧および静圧の測定は, それぞれ  $\phi 1$  のステンレスパイプを高さ 0.5mm の長方形形状の受圧孔部分に整形したものと, 先端をエポキシ樹脂で注意深く丸く加工し, そこから 20.5mm の位置に  $\phi 0.35$  の静圧孔を設けたピトー管で測定した. 乱れ強さは (当研究室で制作した特殊形状の I 型プローブを使用し) 定温度型熱線風速計により測定した. また壁面摩擦応力の測定は, 外径 1 mm (内外径比 0.8) のプレストン管を用いてなされた.

測定位置は,  $x=50 \sim 1000$  mm の間の 7 点であり, 各点の測定は測定平板の中心線 ( $z=0$ ) に沿って行われた. 二次元性のチェックは  $x$  の 3 点について,  $z=-100 \sim 100$  mm の間を平均速度, および壁面摩擦応力の分布の測定をすることによりなされた. なお, 実験条件としては, トリップワイヤがない場合, ある場合とも,  $U_e/\nu=14 \times 10^5 \text{m}^{-1}$  ( $U_e \doteq 20 \text{m/s}$ ) に保たれた.

### 3. 結果および考察

#### 3.1 トリップワイヤがない場合

##### 3.1.1 二次元性の検討

流れ場の二次元性が確立されているかどうかを確かめるため, 壁面摩擦応力の横方向分布を測定した. 図 2 はその場合の結果を示す. これによると,  $x$  の 3 点における結果はいずれも最大変動値 (最大値と最小値の差の横方向平均値に対する比を表わす) が 2% 未満であり, また下流の方が変動が小さい. このように横方向変化がきわめて小さいことから, 流れ場全体にわたり良好な二次元の流れ場が得られていることがわか

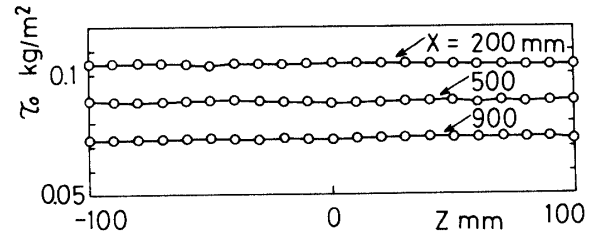


Fig. 2 Spanwise distribution of wall shear stress (without trip wire)

る. 古屋らによる詳しい研究, および Bradshaw<sup>3)</sup> による研究を考えあわせると, 本実験の流れ場は完全な二次元流と考えてよく, したがって, 以下の測定は  $z=0$  断面についてのみ行った.

##### 3.1.2 境界層特性

排除厚さ分だけ流路を拡大することにより, 流れ方向の静圧分布を一定にすることを試みた. 図 3 にその結果を示す. 3 種の単位レイノルズ数のそれぞれの場合とも,  $\pm 1\%$  以内の圧力変動におさまっており, 静圧分布は一定とみなされる. しかし, 平板前縁部は静圧勾配が多少存在しており, 流れ場に与える影響は無視できないようである. ここで流路拡大のため, 測定平板に約  $0.3^\circ$  の迎え角をつけたが, これは流れ場に大きな影響を与えるものではないと判断した.

図 4 は, 無次元化境界層内速度分布の流れ方向変化

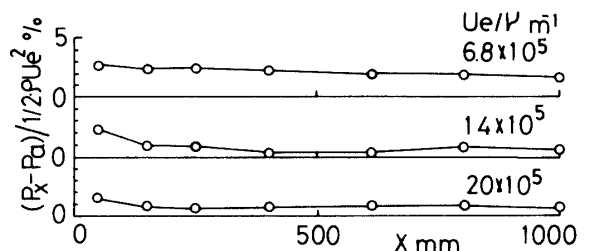


Fig. 3 Pressure distribution (without trip wire)

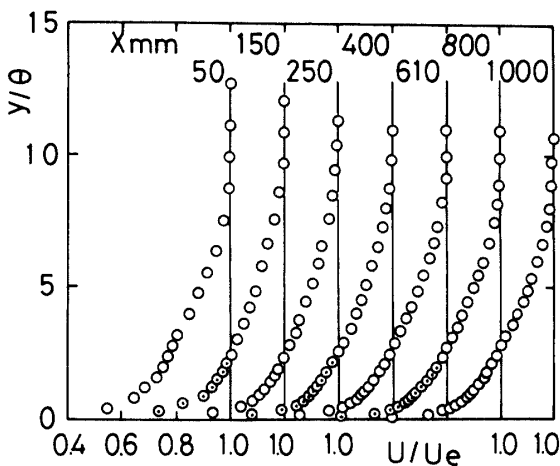


Fig. 4 Velocity distribution (without trip wire)

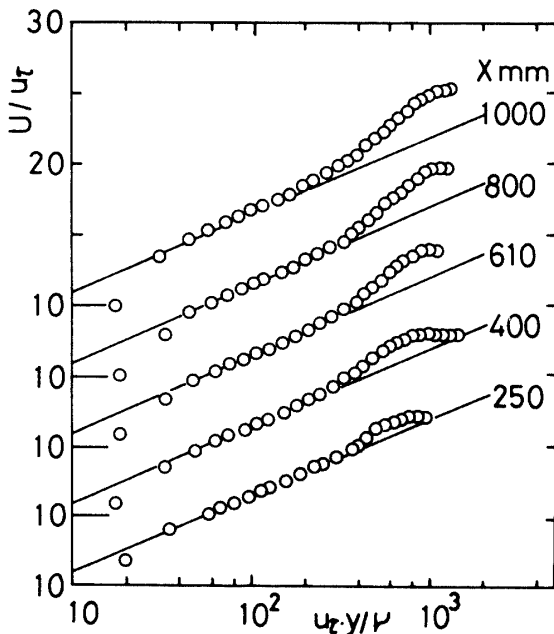


Fig. 5 Wall Law (without trip wire)

を表わす。縦軸は運動量厚さで無次元化された壁面からの垂直距離を示す。図からはっきりとは区別し難いが、 $x=250\text{mm}$ 位置より下流の領域の分布はほぼ一本の曲線にのっており、流れの相似性が示されている。 $x=50\text{mm}$ 位置のものは、前縁からの距離が短かく逆圧の影響が少し残っているようである。下流の $150\text{mm}$ 位置の分布は弱い順圧下であり、多少分布が壁面の近くでふくらんでいるようである。全体的にみて、境界層は流れ方向にほぼ順調に発達しているものと推測される。従来、急激な圧力勾配の変化がない十分発達した乱流境界層は、壁法則が成立することが知られている。図5に、本実験の場合の速度分布の壁法則表示を示す。摩擦速度は、プレストン管により求めた壁面摩擦応力から計算した。図中の実線は、

$$U/ut = 5.5 \log (ut \cdot y/\nu) + 5.4$$

を表わし、Sarnecki<sup>4)</sup>の定数を用いている。また壁面近傍の値は、McMillan<sup>5)</sup>による修正を施こした。図には $x=50, 150\text{mm}$ の位置の分布は、十分発達した乱流境界層分布とはなっていないと思われるので示されていない。 $x=250\text{mm}$ 位置から下流の領域の分布は、 $ut \cdot y/\nu$ の値が $80 \sim 300$ の範囲で直線が存在しており、また傾きがSarneckiのものとはほぼ一致していることから、十分発達した乱流境界層であると考えてさしつかえない。

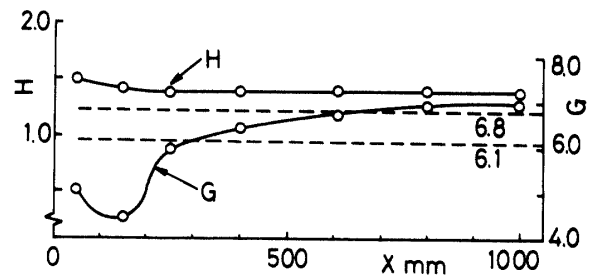


Fig. 6 Shape factor (without trip wire)

図6に形状係数およびクラウザーの形状係数の値を示す。乱流境界層の場合、形状係数Hは $1.4 \sim 1.3$ 程度の値を示すことが知られているが、図からわかるように $x=250\text{mm}$ から下流の領域でHがほぼ $1.4$ の一定値をとっている。前縁付近は大きめの値を示し、十分発達した乱流境界層とはいえない。次にGの値について検討してみる。圧力勾配がない場合の平衡乱流境界層は、 $G=6.1$ あるいは $6.8$ といわれている。 $x=400 \sim 610\text{mm}$ の領域でこれらの値の間に位置するが、さらに下流ではやや大きい値となる。しかし、この程度のずれは、さほど大きな意味を持つものではなく、ほぼ同程度とみなしてよいように思われる。 $x=250\text{mm}$ 位置の値は、やや小さい値をとるが、このずれは多少問題にしなければならない値であろう。結局 $x=400\text{mm}$ から下流の領域では平衡乱流境界層に到達していると考えてよい。上流の $x=50 \sim 150\text{mm}$ の領域はかなり小さな値を示しており、順圧力勾配に対応するものと思われる。この領域のHの値はさほど大きなずれを示してはいないが、Gの値はかなり違うことから、wake lawの成立する領域の分布はかなりの差異を示すであろう。

境界層が流れ方向に発達していく様子を、境界層厚さ、排除厚さおよび運動量厚さから調べたものを図7に示す。境界層厚さ $\delta$ は、 $U/Ue=0.99$ となる $y$ の値を表わす。 $\delta, \delta^*$ および $\theta$ の値は、図からわかるように、流れ方向に一樣に発達しており、圧力勾配のない

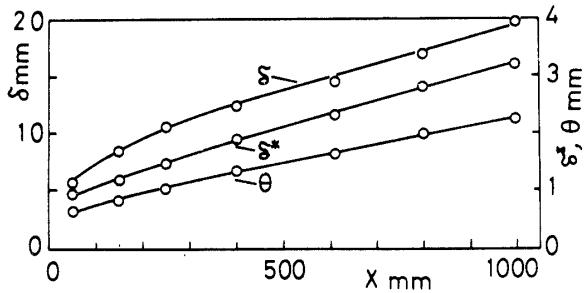


Fig. 7 Boundary Layer thickness, Displacement thickness and Momentum thickness (without trip wire)

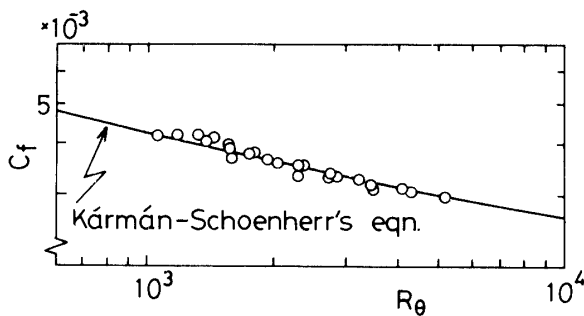


Fig. 8 Local skin friction coefficient (without trip wire)

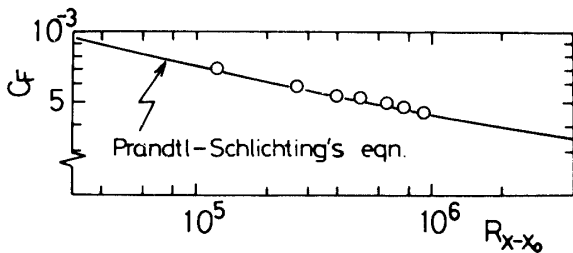


Fig. 9 Total skin friction coefficient (without trip wire)

二次元乱流境界層の発達を示している。

境界層の発達の程度を示すものに、摩擦抵抗係数による方法がある。まず流れ場の局所的な性質をよく表わす局所摩擦抵抗係数  $C_f$  について調べたものを図8に示す。図中の実線は従来多くの実験において比較されてきた二次元流の場合の Kármán-Schoenherr の式<sup>6)</sup>

$$1/C_f = 17.08 (\log R_\theta)^2 + 25.11 \log R_\theta + 6.012$$

を表わしている。また測定値は、プレストン管により測定されたものを用いている。  $R_\theta = 10^3 \sim 5 \times 10^3$  の範囲で、Kármán-Schoenherr の式とほぼ一致しており、本実験の流れ場は通常の二次元流となっていると考えられる。また多少のばらつきがみられるが、これは測定誤差よりもむしろプレストンの公式の妥当性に問題があるように思われる。次に、平均摩擦抵抗係数  $C_F$  の

分布を図9に示す。図中実線は Prandtl-Schlichting の式<sup>7)</sup>

$$C_F = 0.455 / (\log R_{x-x_0})^{2.58}$$

を示す。平均摩擦抵抗係数  $C_F$  は、圧力勾配のない場合運動量積分方程式より

$$C_F = 2\theta / (x - x_0)$$

で求められるので、速度分布から得られた運動量厚さにより計算した。また遷移点の位置  $x_0$  は、1/7 乗則速度分布が成立するものとして求められた運動量厚さの式から逆算して得られた値であり、本実験の場合  $x_0 = 300\text{mm}$  であった。参考のため  $x_0 = 0$  としたときの結果もあわせて掲げてある。この結果をみると、二次元の場合の Prandtl-Schlichting の式とよく一致しており、本実験の流れ場が二次元流であると判断してよい。

以上の結果より、トリップワイヤのない場合の流れ場は、 $x = 400\text{mm}$  より上流の領域では十分発達した乱流境界層であるとはいえないようである。したがって、特に熱伝達の方面から可能な限り広い測定範囲で乱流境界層となっているのが望まれ、次にトリップワイヤを取りつけて行ない、広い範囲で乱流境界層となっているかどうかについて検討した。

### 3.2 トリップワイヤがある場合

#### 3.2.1 二次元性の検討

トリップワイヤをとりつけ、その直後から乱流境界層にした場合、流れ場の二次元性が確立されているかどうかについて調べた。図10は壁面摩擦応力の横方向分布を示す。  $x$  の3点についての結果はいずれも2%未満の最大変動値であり、二次元性の良好な流れ場が得られていると考えてよい。したがって、この場合も  $x = 0$  断面の値を二次元の値の代表と考え、その断面のみ以下測定を行った。なお、トリップワイヤなしの場合の壁面摩擦応力の横方向平均値より、この場合の

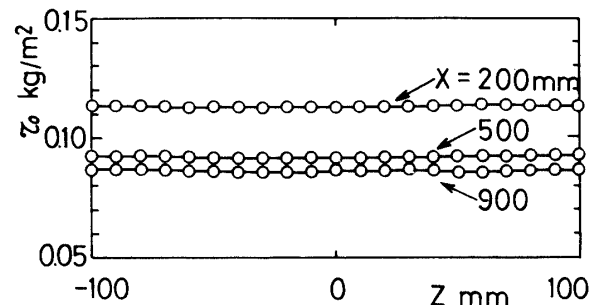


Fig. 10 Spanwise distribution of wall shear stress (with trip wire)

方がやや大きい値を示している。

3.2.2 境界層特性

図11は、3種の単位レイノルズ数の場合についての静圧分布を示す。トリップワイヤのない場合と比較して、平板前縁部に大きく影響があらわれており、順圧

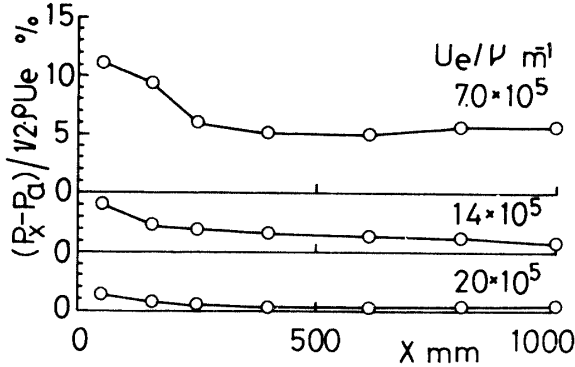


Fig.11 Pressure distribution (with trip wire)

力勾配の大きな分布となっている。しかしながら、 $U_e/\nu=7.0 \times 10^5 \text{ m}^{-1}$  ( $U_e=10 \text{ m/s}$ ) の場合、流れ方向全域で変動が6%にもなっているが、他の2種の単位レイノルズ数の場合にはほぼ±1.5%以内の変動におさまっており、これらの場合はほぼ一定の圧力分布とみなしてよい。

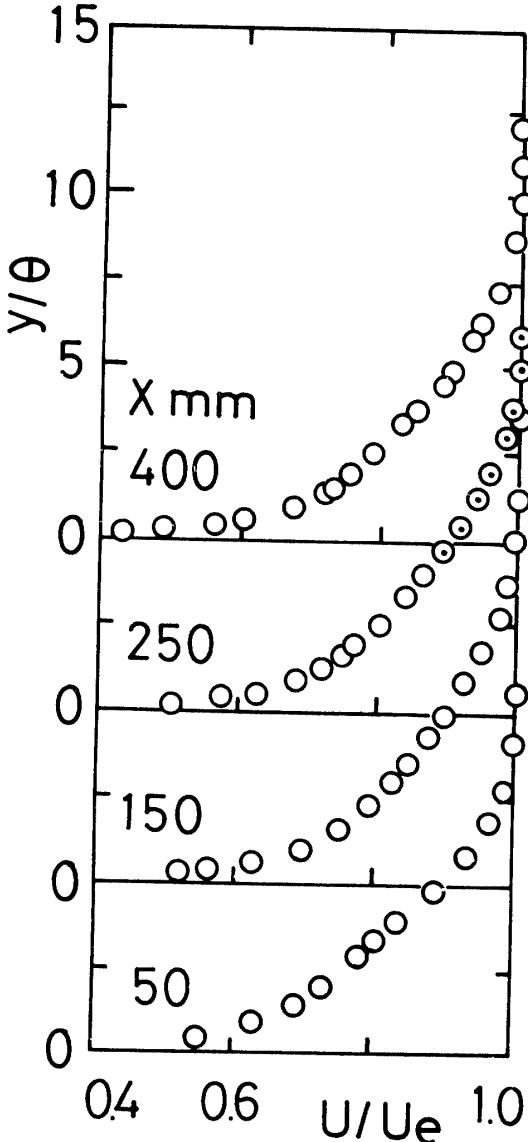


Fig.12-a Velocity distribution (with trip wire)

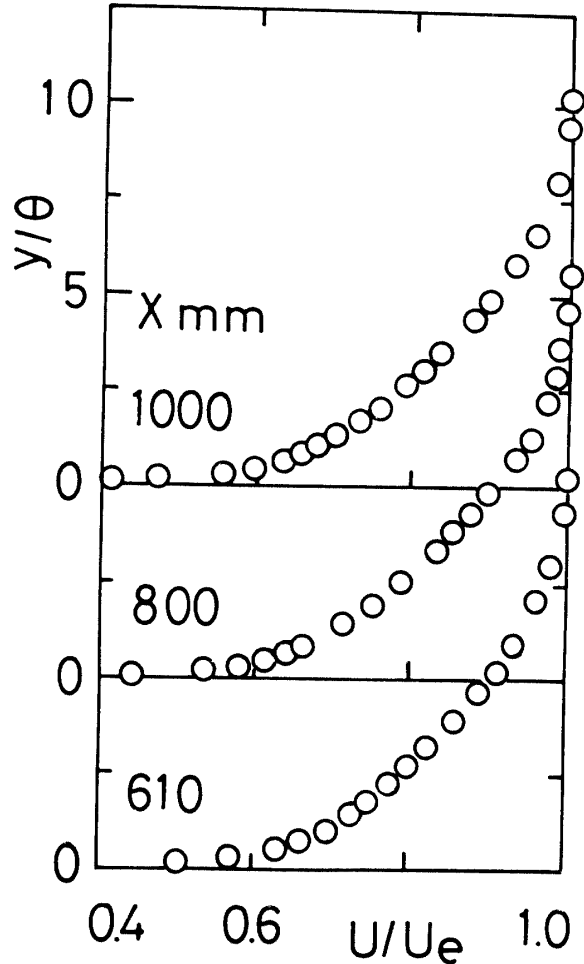


Fig.12-b Velocity distribution (with trip wire)

図12-a, bは、無次元化境界層内速度分布の流れ方向への変化を表わす。 $x=150 \text{ mm}$ より下流の領域の分布はほぼ一本の曲線にのっており、相似な分布となっている。したがってトリップワイヤなしの場合と比較して、より平板前縁に近い位置から乱流境界層分布となっていることがわかる。 $x=50 \text{ mm}$ 位置のものは、トリップワイヤにより前縁部形状の影響をより強く受けているようである。全体の分布の傾向から、境界層は流れ方向に順調に発達していることが推測される。これらのことは、3種のレイノルズ数のすべての場合についていえる。

次に、壁法則表示により十分に発達した乱流境界層に到達しているかどうかを検討する。図13は、トリップワイヤがある場合の壁法則を示したもので、これか

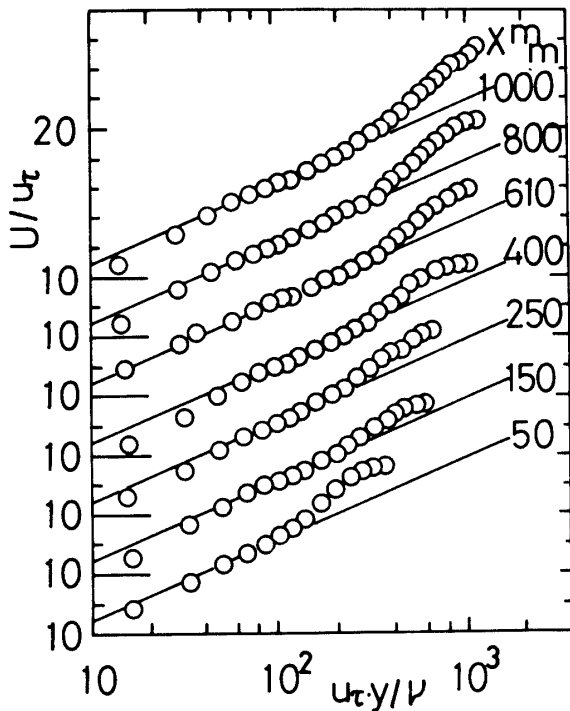


Fig. 13 Wall law (with trip wire)

ら  $x=150$  mm より下流の領域で成立していることがわかる。ただ  $x=150$  mm 断面のものは後流法則が成り立つ領域におけるふくらみがやや小さい、また  $x=50$  mm 断面のものは直線領域がほとんどなく、その勾配も多少異っている。図には  $U_e/\nu=14 \times 10^5 \text{m}^{-1}$  の場合のみ示したが、他の単位レイノルズ数の結果も考えあわせてみると、単位レイノルズ数の増加につれて壁法則の成立する直線領域が長く伸びている。このことは、Clauser<sup>9)</sup> の論文中に示されていることと一致した傾向である。なお、図中実線は前述の Sarnecki の定数を用いたものである。

図14は、速度欠損法則表示で表わした速度分布である。表示法は Rotta に従ったもので、図中実線は

$$(U_e - U)/u_\tau = -5.5 \log(u_\tau \cdot y / U_e \cdot \delta^*) + 0.5$$

を示す。  $x=610$  mm より下流断面のものは実線とよく一致しており、十分発達した圧力勾配のない二次元の乱流境界層であると考えてよい。上流の  $x=250, 400$  mm 断面の結果は実線よりやや小さい値を示しており、順圧力勾配を受けたような分布と考えるとよい。ただこの場合の  $u_\tau$  は、プレストンの公式を用いて計算したものであり、この式の妥当性にも問題点があるものと思われる。  $x=50$  mm 断面のものは大きくずれており、静圧分布のところでも示したように順圧力勾配の影響を強く受けている。

図15に形状係数およびクラウザーの形状係数の値を

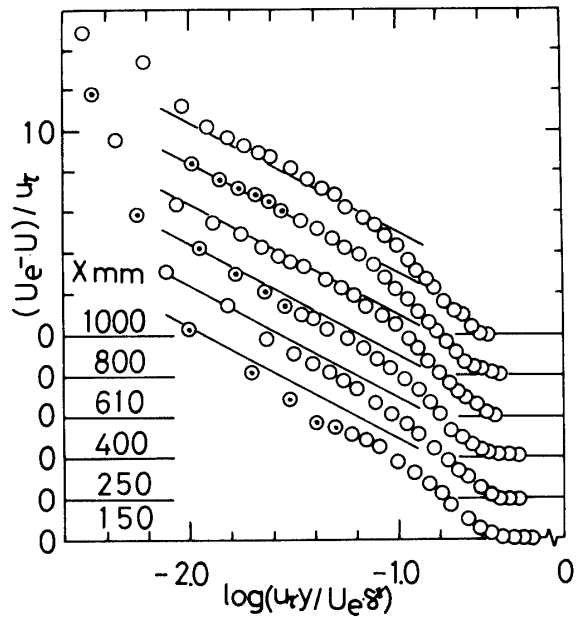


Fig. 14 Velocity defect law (with trip wire)

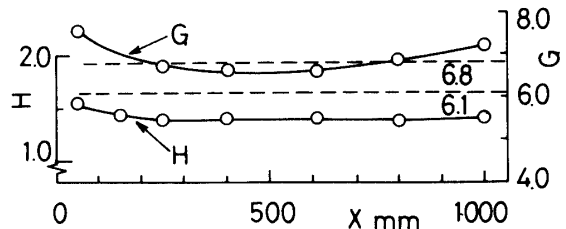


Fig. 15 Shape factor (with trip wire)

示す。まずHについては、  $x=250$  mm より下流の領域ではほぼ1.4の一定値をとるが、それより上流断面では1.5~1.6の値となっている。Gについては、  $x=250 \sim 800$  mm の範囲ではほぼ平衡境界層の値をとるが、その範囲より上流ではかなり大きく逆圧力勾配を受けた分布をしており、また下流の位置の値もやや大きく、ゆるやかな逆圧力勾配に対応していると考えられる。結局、HとGの分布からトリップワイヤなしの場合と比較して、平板前縁により近い領域から平衡乱流境界層となっていると考えてよいように思われる。

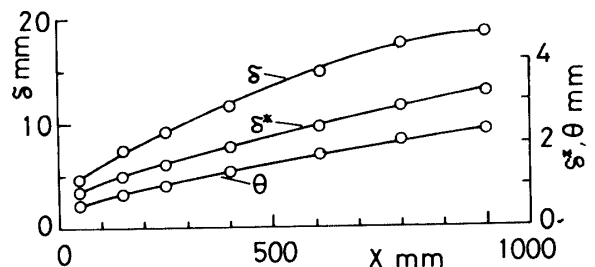


Fig. 16 Boundary layer thickness, Displacement thickness and Momentum thickness (with trip wire)

図16は、境界層厚さ、排除厚さおよび運動量厚さの流れ方向への発達の様子を示す。図からわかるように、 $\delta$ ,  $\delta^*$  および  $\theta$  の値は流れ方向に一様に発達している。

トリップワイヤのある場合の、プレストン管およびクラウザー線図から求めた局所摩擦抵抗係数  $C_f$  の値を図17に示す。両者の値とも Kármán-Schoenherr の式とほぼ一致しており、通常の二次元流が得られているものと思われる。ばらつきは、他の研究者の実験式の誤差範囲である。次に運動量厚さから計算して求めた平均摩擦抵抗係数の値を図18に示す。遷移点の値は、前述のものと同様 1/7 乗則を用いて逆算して求めた。測定値は、Prandtl-Schlichting の式ときわめて良く一致しており、流れ場が二次元流であるとみなしてよい。

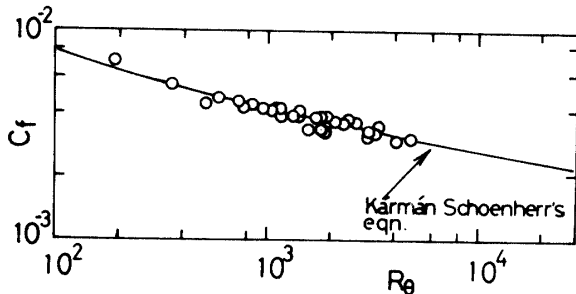


Fig. 17 Local skin friction coefficient (with trip wire)

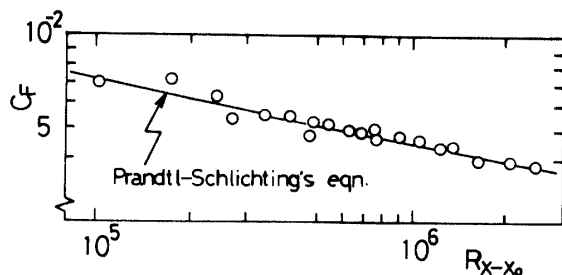


Fig. 18 Total skin friction coefficient (with trip wire)

平均速度分布を測定した位置と同じ箇所で、乱れの強さ分布を測定した3つの例を図19に示す。Klebanoffの結果と比較して、 $x=250$  mm 断面のものは  $y/\delta=0.2\sim 0.5$  の範囲でやや小さな値を示している。 $x=400$  および  $1,000$  mm 位置ではほぼ同じ値を示しているが、これらの断面の結果は境界層の外端付近で大きい値を示している。

以上の結果より、トリップワイヤのある場合の流れ場は、 $x=250$  mm 断面より下流で十分発達した乱流境界層であるといえる。

#### 4. 結 論

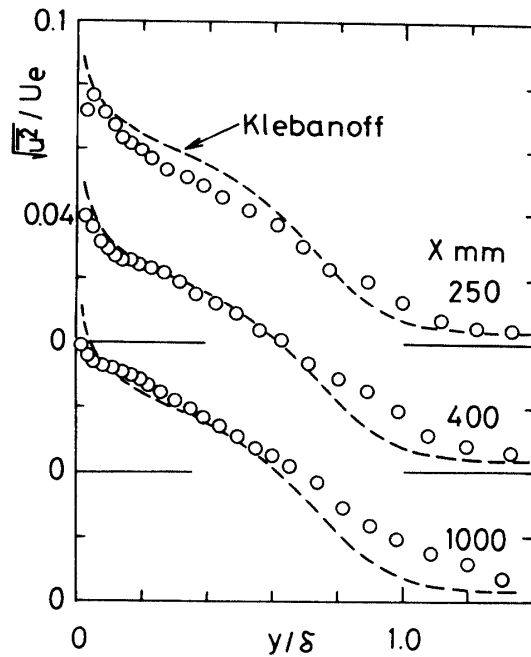


Fig. 19 Turbulence intensity (with trip wire)

前縁形状が円形の平板を用いて、トリップワイヤがある場合およびない場合について境界層特性を測定した結果、次のようなことが明らかとなった。

(1) 前縁部形状が丸い平板の場合、前縁から 400 mm の範囲では十分発達した乱流境界層とはいい難い。トリップワイヤをとりつけた場合、前縁から 250 mm の位置から乱流境界層となっている。

(2) 壁面摩擦応力および局所摩擦抵抗係数の測定から、流れ場はきわめて良好な二次元性を保っている。

(3) プレストン管およびクラウザー線図による局所摩擦抵抗係数の算出方法は、十分な精度で妥当性がある。

謝辞 本研究の発表に際し、あたたかい御援助を頂いた三重大学工学部、藤本哲夫教授ならびに有益な示唆を頂いた同大学工学部、藤田秀臣助教授に感謝致します。

#### 文 献

- 1) 古屋・大坂 機論, 40, 339 (1974)
- 2) 古屋ら 機論, 40, 339 (1974)
- 3) Bradshaw, P., J. Fluid Mech., 22, 4 (1965)
- 4) Sarnecki, A.J., たとえば Thompson, B.G.J., Rep. & Mem., Aeron. Res. Council, 3463 (1965)
- 5) McMillan, F. A., J. Roy. Aeronaut. Soc., 58, (1954)
- 6) たとえば Hopkins, E.J., & Inouye, M., AIAA J., 9, 6 (1971)
- 7) たとえば Schlichting, H., "Boundary Layer Theory" 4th ed. (1964), McGRAW-Hill,
- 8) Clauser, F.H., J. Aeron. Sci., 21 (1954)

(昭和51年4月15日受理)