

# 等価エネルギー法による J 積分値の有限要素法による評価

河野 俊一\*・清水 茂俊\*・飯山 直之\*\*・福元 裕彦\*\*\*

Evaluation of J-integral Value by Using Finite Element Method

Shun-ichi KAWANO, Shigetoshi SHIMIZU, Naoyuki IIYAMA and Hirohiko FUKUMOTO

## Abstract

The J-line integral value proposed by Rice is used as one of the useful fracture toughness parameters for the ductile metals under the large scale yielding.

Since the J-line integral values can not be obtained experimentally, Rice and Merkle, Corten proposed the formulas to evaluate the J-values for the center cracked specimen (CCS) and the compact tension specimen (CTS) from the single load-displacement curve, that is to say, the equivalent energy method (EE method).

But, it is not clear that the J-line integral has the path independence and the J-values ( $J_E$ ) evaluated by EE method are equal to the J-line integral values ( $J_R$ ) under the general yielding.

In order to assess the path independence of  $J_R$  and the equality on the  $J_E$  with  $J_R$ , the authors attempt to calculate the  $J_R$ -values by using the Finite Element Method (FEM) based on the incremental strain theory. Moreover, to ensure the accuracy of the numerical results by means of FEM, these results are compared with the experimental ones for 1.2mm thick SUS 430 stainless steel sheet specimens (CCS and CTS) such as load-displacement curves and the strains of thickness direction.

As the results in this study, the J-line integral value evaluated on a contour remote from the Intensely Deformed Nonlinear Zone has the path independence and the  $J_E$ -values are fair agreement with the J-line integral ones.

## 1. 緒 言

Rice<sup>1)</sup>の提唱した J 線積分は, Begley, Landes<sup>2)</sup>が低, 中強度金属材料の破壊基準として採用して以来, 延性金属材料の破壊開始条件として広く認められている。さらに, J 積分の適用範囲を安定亀裂進展後の不安定破壊, 疲労亀裂進展およびクリープ破壊の領域まで拡張した研究が多く報告され<sup>3)~9)</sup>, 現在その適用の可否について議論が進められている。

ところで, Rice の定義した本来の意味における J 線積分値 ( $J_R$ ) を実験的に求めるのは不可能であるため, 一般には荷重一荷重点変位曲線を用いた等価エネルギー法によって J 値 ( $J_E$ ) が求められている。宮本, 土方ら<sup>10)</sup>, 三好, 白鳥ら<sup>11)</sup>, Atluri ら<sup>12)</sup>は, この  $J_R$  と  $J_E$  値の等価性を理論的に解析することは困難であるので, 有限要素法 (FEM) によって数値的な検証を行った。

しかし, 上述の研究は平面ひずみを対象にしており, その検証範囲も 0.1MJ/m<sup>2</sup>以内であるため, 全面降伏後に亀裂進展を生じる高靱性材料に対しては,  $J_R$  と  $J_E$  の等価性を再検討する必要がある。さらに, 上述の FEM による解析は, ひずみ硬化指数が一定の場合を想定しているが, ひずみ硬化指数がひずみの関数である実際の金属材料について解析を行うことがより現実的である。

次に, FEM による数値計算は, 剛性マトリックスの種類および要素分割方法によって計算精度が異なるため, 実験結果との比較による計算精度の検討を欠かすことができない。しかし, 平面ひずみ条件を満たす試験片は非常に大きな板厚が要求されるため, 実験が困難になることが多い。これに対して, 平面応力条件は極薄板試験片を用いることによって容易に実現できる利点がある。

そこで本報告は, まず板厚 1.2mm SUS 430 ステンレス薄鋼板の中央亀裂試験片 (CCS) とコンパクト引張試験片 (CTS) を用いた実験を行い, 荷重一荷重点変位

\*機械工学科

\*\*日立金属

\*\*\*神戸製鋼

曲線および亀裂軸上における板厚方向の平均ひずみ  $\epsilon_z$ について、FEMによる計算結果と実験結果とを比較してFEMの精度の検討を行った。次に、 $J_R$ の積分経路依存性、 $J_R$ と $J_E$ の等価性および試験片形状依存性を、FEMを用いた数値解析および実験により検証した。

## 2. 実験

供試材は冷間圧延後 830°Cで焼鈍されたSUS 430ステンレス薄鋼板で、その化学成分および機械的性質をTable 1およびTable 2に示す。

Table.1 Chemical compositions of SUS 430, (%)

C	Si	Mn	P	S	Ni	Cr	Al	N
0.052	0.51	0.36	0.023	0.006	0.09	16.45	0.066	0.0097

Table.2 Mechanical properties of SUS 430

0.2% Yield strength	Ultimate strength	Elongation
307 MPa	463 MPa	40.4 %

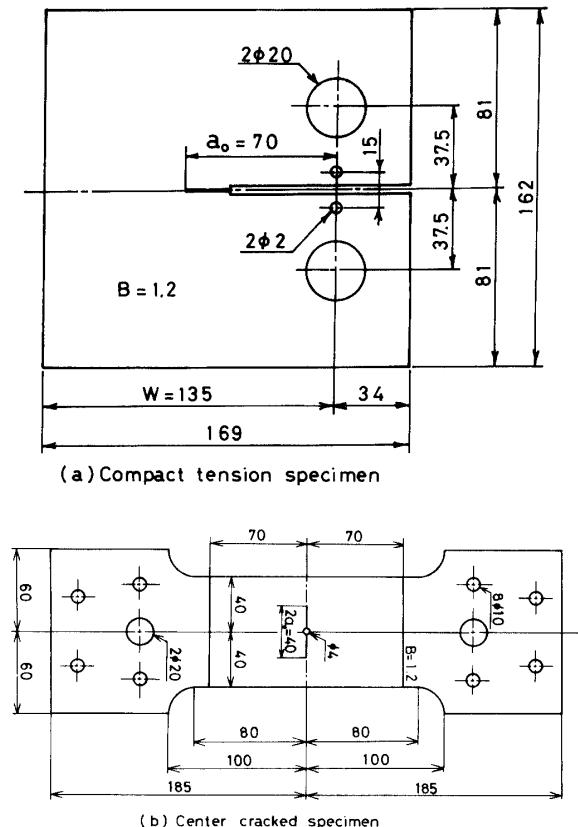


Fig.1 Test specimens

Fig. 1にCCSおよびCTSの形状、寸法を示す。初期亀裂長さ  $a_0$ は、スリットを機械加工後、 $\Delta K=20$  MPa・m<sup>1/2</sup> (65kg・mm<sup>-3/2</sup>)一定の条件で圧延方向に平行に疲労亀裂を入れ、所定の寸法に仕上げた。

実験は容量 20ton の電気油圧式疲労試験機を用い、変位速度  $6 \times 10^{-3}$ m/h 一定の変位制御のもとで行った。CTSについては、試験片両側面を板厚 20mm の軟鋼製カバープレートではさみ、ハンドバイスで固定してピン孔およびリガメント部の座屈を防いだ。さらに、両試験片とも荷重点における塑性変形の影響を考慮して、Photo. 1に示すように両荷重点の内側にクリップゲー

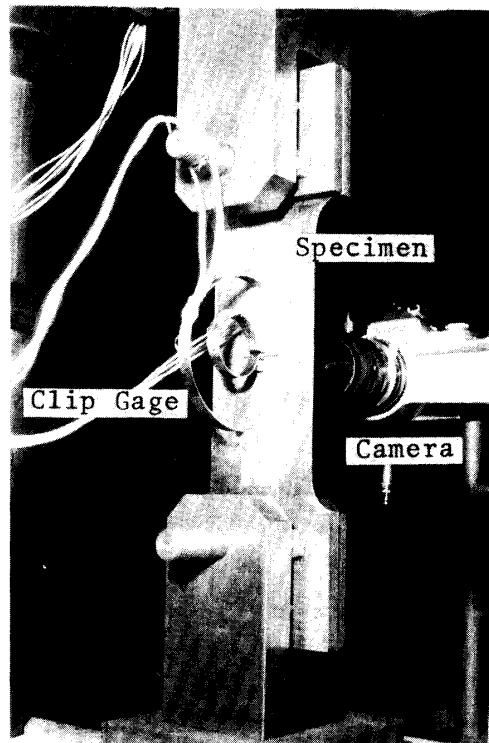


Photo.1 Test apparatus

ジをとりつけ、その出力を試験機内蔵のロードセル出力と共にXYレコーダに接続して記録した。

一方、全面降伏後の試験片の一部をFig.2に示すように樹脂に埋め込み、yz面をサンドペーパで研磨して亀裂軸(x軸)上の断面の板厚変化を計測し、板厚方向

の平均ひずみ $\varepsilon_2$ を求めた。

### 3. 計算結果、実験結果および考察

FEMによる計算は、定ひずみ要素を用い、微小変形理論およびひずみ増分理論によって行った。数値解析は、試験片の対称性からCCSについては試験片の1/4、CTSについては1/2について行った。要素分割はFig.3およびFig.4に示すように、CCSおよびCTSに対してそれぞれ総節点数409および412、総要素数736および747とした。なお、図中の太線 $\Gamma_1$ ～ $\Gamma_5$ は、後述するRiceのJ線積分( $J_R$ )の積分経路を示したものである。

FEM計算に用いた等価応力 $\sigma_e$ と等価塑性ひずみ $\varepsilon_p$ の関係は、Fig.5の実線で示すような単軸引張実験の結果を、図中の破線で示す折れ線で近似し、それぞれの区分を直線で近似した。

Fig.6, 7に荷重P—荷重点変位 $\delta$ 曲線の実験結果とFEM計算結果との比較を示す。FEMによる計算は亀裂進展現象を含んでいないため、 $\delta$ が大きくなると実験値とかなりの相違が見られ、特にFig.6に示すCCSに対しては、 $\delta$ が1.2mm以上では実験値と比較して著しく大きくなる傾向にある。しかし、安定亀裂開始時の変位 $\delta_{crit}$ 以前においては、FEM計算結果は実験結果と非常に良好な一致が見られた。また、図中に示すFEMによって求めた塑性域の分布から明らかなように、本供試材のように延性の高い金属材料は、リガメント部の全面降伏後に亀裂が発生することがわかる。

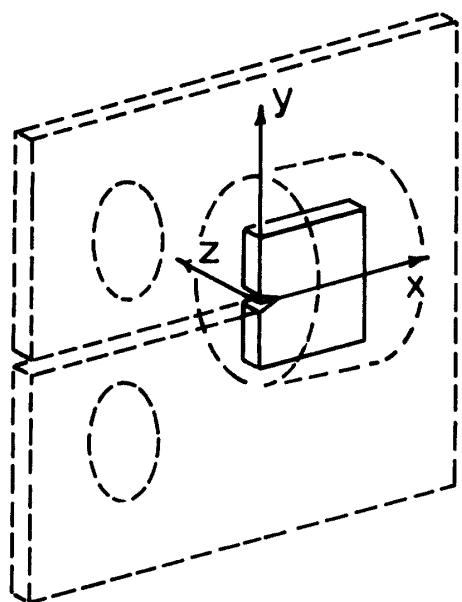


Fig.2 Schematic illustration of the coordinate for the cracked plate

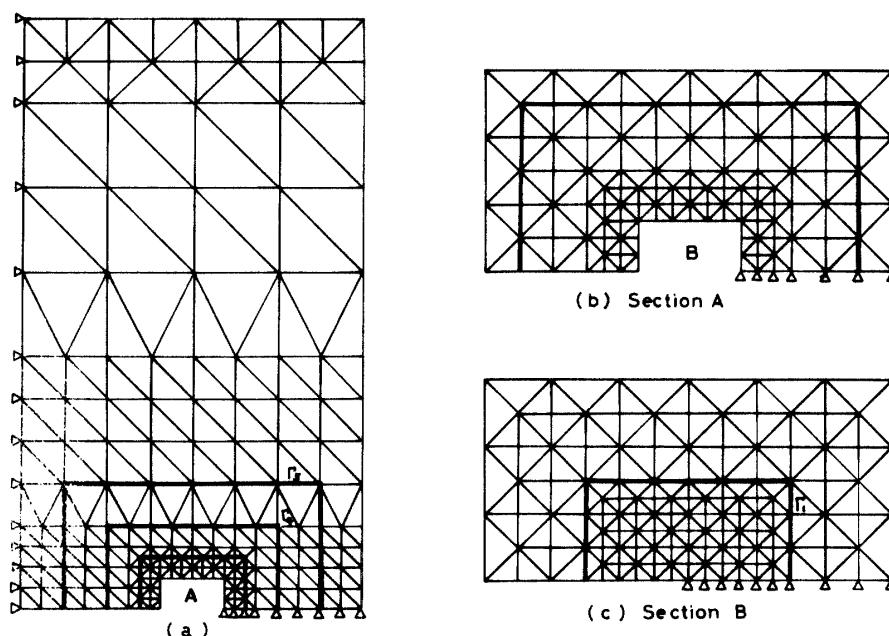


Fig.3 Finite-element idealization for center cracked specimen

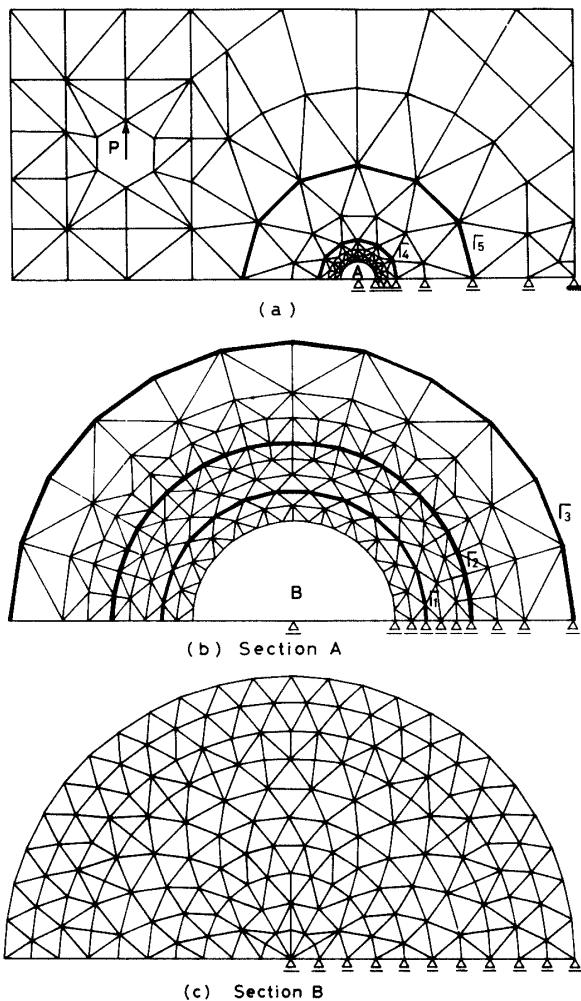


Fig.4 Finite-element idealization for compact tension specimen

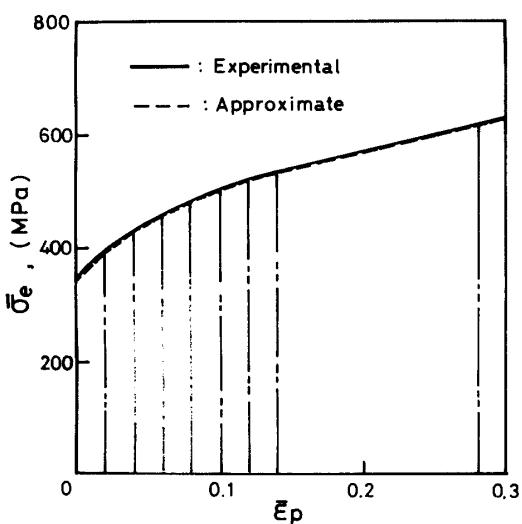


Fig.5 Relation between the equivalent stress  $\sigma_e$  and equivalent plastic strain  $\epsilon_p$

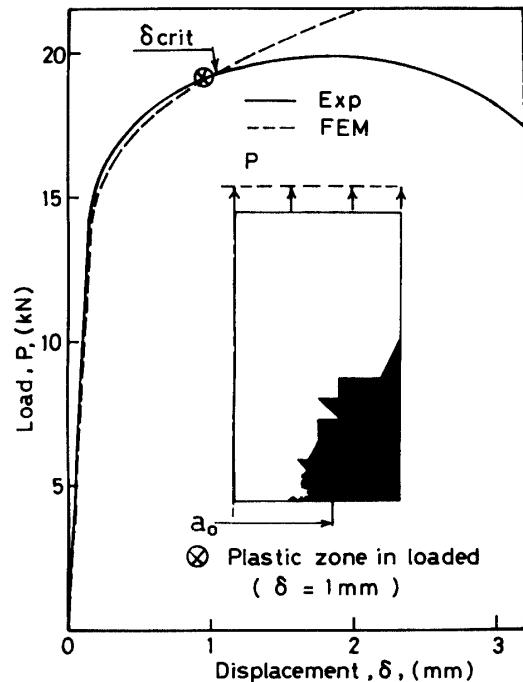


Fig.6 Load-displacement curve for the center cracked specimen

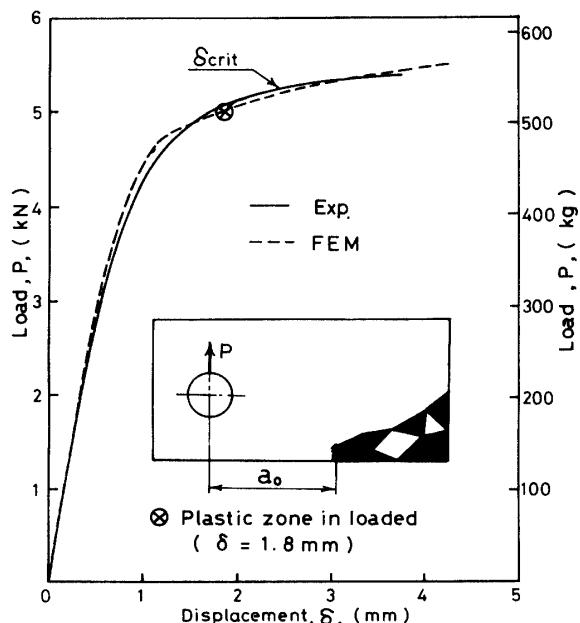


Fig.7 Load displacement curve for the compact tension specimen

Fig. 8 は  $J_F = 0.196 \text{ MJ/m}^2$  時の CTS の  $x$  軸上における  $\epsilon_z$  の分布を示したものである。なお、 $\epsilon_z$  は板厚方向の平均ひずみを表わしており、FEM による計算結果は、塑性域において体積ひずみを 0 と仮定した次式に、 $\epsilon_x$  および  $\epsilon_y$  を代入して求めたものである。

$$\epsilon_z = -(\epsilon_x + \epsilon_y)$$

図から明らかなように、FEM による計算結果 (□印)

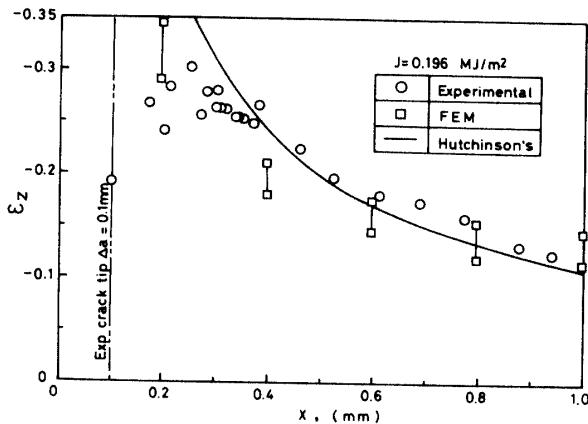


Fig.8 Variation of through thickness strain  $\epsilon_z$  in x-direction

は実験結果（○印）と良く一致した。

Fig. 6, 7 および Fig. 8 に示す FEM による計算結果と実験結果との比較により、亀裂進展開始前において FEM による解析は亀裂を有する薄鋼板の変形現象を良くシミュレートしているといえる。したがって、本 FEM による計算結果から得られた  $J_R$  および  $J_E$  値は、SUS 430 ステンレス薄鋼板に対応する  $J_R$  および  $J_E$  値と考えることができる。

FEM による  $J_R$  の計算には、次式で示す Rice<sup>11)</sup> の定義を用いた。

$$\left. \begin{aligned} J_R &= \int_{\Gamma} (\mathbf{W} dy - \mathbf{T} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} ds) \\ \mathbf{W} &= \int \delta_{ij} d\epsilon_{ij} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ただし、 $\mathbf{W}$  はひずみエネルギー密度、 $\mathbf{T}$  はトラクションベクトル、 $\Gamma$  は亀裂先端を囲む線積分路、 $S$  は  $\Gamma$  上の微小長さであり、 $x, y$  軸は Fig. 2 に示すようにとする。

また、CCS および CTS に対する等価エネルギー法による  $J$  値の計算には、それぞれ次式に示す Rice<sup>13)</sup> および Merkle-Corten<sup>14)</sup> の  $J$  積分評価式を用いた。

i ) CCS

$$J_E = G + \frac{1}{pb} \left[ \int p d\delta - \frac{1}{2} p \delta \right] \quad (2)$$

ただし、 $G$  は線形弾性破壊力学で定義された歪エネルギー解放率、 $b$  はリガメント長さ、 $B$  は板厚である。

ii ) CTS

$$J_E = \frac{\eta_A \int_0^b p d\delta - \eta_B \{ p \delta - \int_0^b p d\delta \}}{bB} \quad (3)$$

ただし、 $\eta_A = 2(1+\alpha)/(1+\alpha^2)$

$$\eta_B = 2\alpha(1-2\alpha-\alpha^2)/(1+\alpha^2)^2$$

$$\alpha = \{(2a/b)^2 + (2a/b) + 2\}^{1/2} - (2a/b + 1)$$

Fig. 9, 10 に CCS と CTS の  $J_R$  と積分路の長さとの関係を示す。なお、横軸は積分路の長さを初期亀裂長

さ  $a_0$  で割って無次元化し、積分路の短い順に  $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_5$  とした。ここで注目すべきことは、CCS および CTS の  $\delta$  が 0.13mm および 0.33mm において、 $\Gamma_1$  の積分路は部分的に塑性域を通っており、他の積分路が弾性域のみを通っているにもかかわらず  $J_R$  値はほぼ一定値（約 0.012 および 0.013 MJ/m<sup>2</sup>）を示していることである。このことは  $J_R$  線積分が弾性域のみならず塑性域においても適用可能であることがわかる。

また、CCS については、Fig. 9 に示すように、 $\Gamma_1$  積分路の  $J_R$  値が  $\delta$  の増加と共に他の積分路の  $J_R$  値より大きくなる傾向がある。この原因として、 $\Gamma_1$  積分路が亀

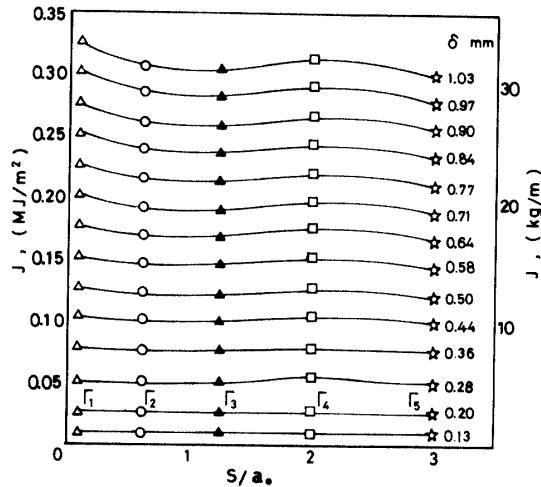


Fig.9 Plot of  $J_R$ -integral, computed from the finite element results, versus the distance from the notch tip of the contour on which  $J$  is calculated for CCS

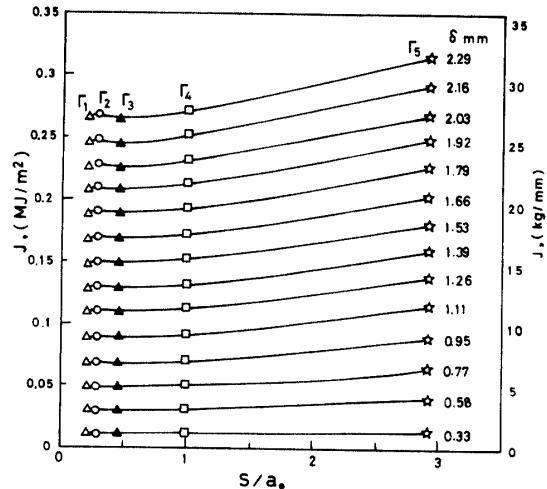


Fig.10 Plot of  $J_R$ -integral, computed from the finite element results, versus the distance from the notch tip of the contour on which  $J$  is calculated for CTS

裂先端から 0.06~0.08mm の範囲内にあるため、 $\delta$  の増加すなわち  $J$  の増加と共に次式で示す IDNZ (Intensely Deformed Nonlinear Zone)<sup>15)</sup> に  $\Gamma_1$  が含まれていいくためと思われる。

$$\bar{W} = 1.24J/\sigma_{flow}$$

ここで、 $\bar{W}$  は IDNZ の幅、 $\sigma_{flow}$  は流動応力である。これに対して、Fig. 10 に示す CTS の場合は、亀裂先端から最も離れた  $\Gamma_5$  の  $J_R$  が、他の積分路の  $J_R$  値より大きくなる傾向がみられる。これは、亀裂が十分深い CTS では、亀裂先端と反対側のリガメント部において、曲げ圧縮による降伏を生じ、その塑性変形が  $\Gamma_5$  の積分に影響を及ぼしていると考えられる。

上述の計算結果から明らかなように、全面降伏時においては、 $J_R$  値は積分経路に依存する。しかし、積分路を IDNZ の外にとり、さらに亀裂先端から極端に離さない限り  $J_R$  値が一定がほぼ一定となることから、 $J$  支配領域が存在することがわかる。そこで本研究では、 $\Gamma_2$  ~ $\Gamma_4$  の  $J_R$  値の平均を  $J$  値とした。

Fig. 11, 12 に FEM 計算によって求めた  $J_R$  値と実験から得られた  $P$  と  $\delta$  の関係を(2), (3)式に代入して求めた  $J_E$  値の比較を示す。実験結果から求めた  $J_E$  値(△印)と FEM による  $J_E$  値(○印)が一致することは、Fig. 6, 7 に示すように  $P$ - $\delta$  曲線の実験および FEM 計算結果が一致していることから、当然の結果であるが、 $J_E$  と  $J_R$  についても極めて良好な一致がみられた。また、CCS および CTS の実験値  $J_E$  が  $J_R$  と等しいことから、等価

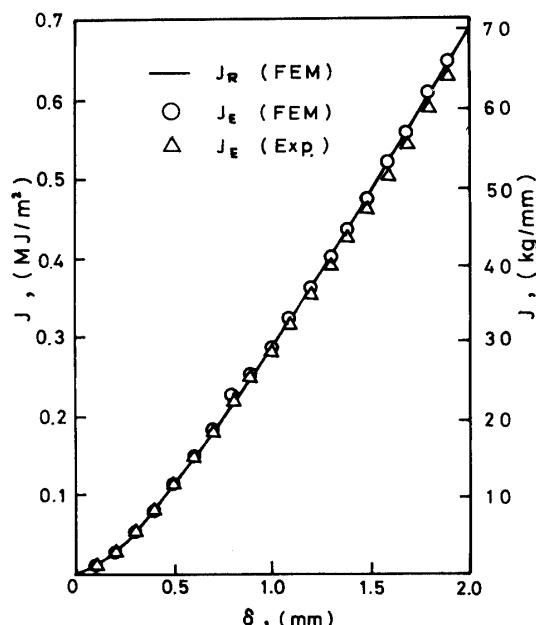


Fig. 11 Comparison between  $J_E$  and  $J_R$  for CCS

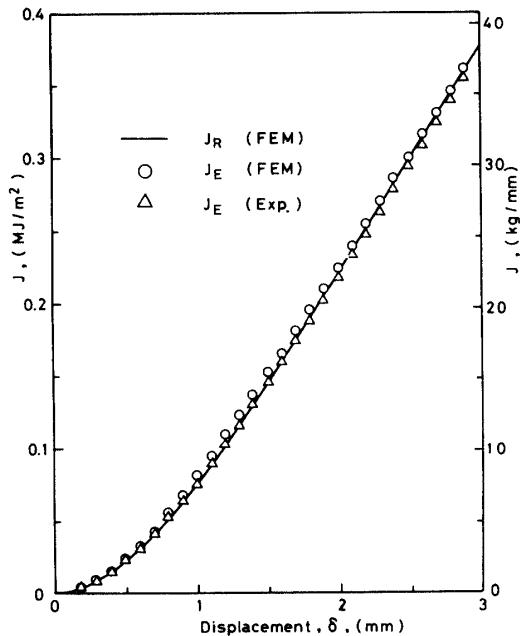


Fig. 12 Comparison between  $J_E$  and  $J_R$  for CTS

エネルギー法によって求めた  $J_E$  値に、試験片形状依存性がないことがわかる。したがって、全面降伏状態で、 $J$  値が非常に大きい場合についても、 $J_E$  と  $J_R$  値の等価性は保証できるものと思われる。

#### 4. 結 言

全面降伏後の  $J$  値が非常に大きい場合に対して、Rice の定義した  $J$  線積分 ( $J_R$ ) と等価エネルギー法に基づく  $J_E$  値との等価性について考察を行い、次のような結論を得た。

- 1) FEM 計算による  $J_R$  値は、積分経路依存性がある。しかし、積分路を IDNZ より大きく、さらに曲げタイプ試験片では、亀裂先端と反対側のリガメント部の塑性変形の影響が少なくなるようにとることによって、ほぼ一定した  $J_R$  値を求めることができる。
- 2) 等価エネルギー法に基づいた Rice および Merkle-Corten の  $J$  積分評価式による実験値 ( $J_E$ ) は、全面降伏後においても  $J_R$  値と極めて良く一致した。したがって、 $J$  値が非常に大きい場合においても、 $J_E$  と  $J_R$  が等価であることが明らかとなった。

#### 参 考 文 献

- 1) Rice, J. R., Trans. ASME, Ser. E, 35, 379 (1968).
- 2) Begley, J. A. and Landes, J. D., ASTM STP514, 1 (1972).
- 3) Paris, P. C., Tada, H., Zahoor, A. and Ernst, H., ASTM STP 668, 5 (1979).

- 4) Hutchinson, J. W and Paris, P. C., ASTM STP 668, 37 (1979).
- 5) Zahoor, A. and Paris, P. C., Trans. ASME., J. Pressure Vessel Technol. 103, 46 (1981).
- 6) 金沢, 町田, 金田, 小口, 日本造船学会論文集, No. 148, 193 (1980).
- 7) 清水, 河野, 福元., 機講論, No. 825-1, 22 (1982).
- 8) 安藤, 小倉, 小堀., 機論, 46-409, A, 933 (1980).
- 9) 大路, 小倉, 久保., 機論, 43-369, 1577 (1977).
- 10) 宮本, 土方, 吉岡, 熊沢, 遠田., 機講論, No. 780-9, 11 (1978).
- 11) 三好, 白鳥, 清水, 坂田., 機講論, No. 790-12, 186 (1979).
- 12) Atluri, S. N., Nakagaki, M. and Chen, W. H., ASTM STP 631, 42 (1977).
- 13) Rice, J. R. et. al., ASTM STP 536, 231 (1973).
- 14) Merkle, J. G. and Corten, H. T., Trans. ASME Ser. J, 96, 286 (1974).
- 15) Rice, J. R. and Johnson, M. A., Inelastic Behavior of Solids, Mc Graw Hill (1970).

(昭和 57 年 10 月 15 日受理)