

断熱壁上の正方形凹みに於ける 層流自由対流熱伝達の数値解析

宮本 政英*・加藤 泰生*・T.H.Kuehn**・R.J.Goldstein**

Two-Dimensional Laminar Natural Convection Heat Transfer from a Fully or Partially Open Square Cavity

Masahide MIYAMOTO, Yasuo KATOH, T. H. KUEHN and R. J. GOLDSTEIN

Abstract

Steady laminar natural convection heat transfer in a two-dimensional, partially or fully open square cavity with three equally heated walls and various inclination angles is analyzed numerically. The overall average Nusselt number for a fully open cavity is approximately half the previously obtained average Nusselt number for a cavity with a heated back wall and insulated top and bottom walls for the same Rayleigh number. The dimensionless flow rate through the cavity is about twice the flow rate through the cavity with a heated back wall and two insulated walls. The effects of an aperture and cavity orientation, with respect to the direction of gravity, on natural convection heat transfer in the cavity have been clarified.

1. 緒 言

断熱壁上の矩形凹みからの自由対流熱伝達は、主に太陽熱の中央集熱システムからの熱損失を少なくすることを目的に研究されてきた。矩形凹みからの自由対流熱伝達は、他の工業上のシステムにもよくみられ、最近特に、ビル、建物の換気、室内廊下での火災の際の火炎、煙の伝播、電子機器の冷却などの研究においても注目を集めている。Penot⁽¹⁾、Le Quereら⁽²⁾やChan-Tien^(3,4)は差分法で二次元矩形凹みの層流自由対流熱伝達の計算を、Humphrey-To⁽⁵⁾は正方形凹みにおける乱流自由対流熱伝達に関する解析を行なっている。一方、Sernas-Kyriakidis⁽⁶⁾、Hass-Henze⁽⁷⁾、Chen⁽⁸⁾、及びChan-Tien⁽⁹⁾は矩形凹みにおける自由対流を実験的に調べている。これら理論的、実験的研究におけるパラメータの範囲を Table 1 にまとめて示す。

本研究に於ては、一様温度に加熱される三つの壁を持つ二次元正方形凹み（以下全開口凹み）内の層流自由対流熱伝達に関して、差分法を用いてレイレー数領域0.7から 7×10^5 について数値解析した。ここでプラントル数は0.7である。さらに凹みの開口部に障壁を設けた場合（以下部分開口凹み）の、重力の方向に対して様々な傾きを持つ凹みにおける定常層流自由対流熱伝達に関しても同様に数値解析した。

2. 基礎式ならびに数値解法

2.1 基礎式

本研究に用いた部分開口凹みの形状、座標系や熱境界条件を Fig. 1 に示す。全開口凹みの場合は Fig. 1 に示すような底面と上面からの断熱壁の突出しがない。Boussinesq-Oberbeck 近似（浮力項以外の物性は一定のもとに二次元層流自由対流を支配する連続の式、運動量の式、エネルギー式はそれぞれ以下の様に無次元式で表される。

* 機械工学科

** ミネソタ大学

Table 1 Previous studies of two-dimensional free convection in an rectangular open cavity

References	ϵ/h	b.c.	Pr	Gr(or Ra)	γ degree	comments
[1]	1	A	0.7	10^3-10^5	$0, \pm 45, 90$	theo., lam., const. p.
[2]	1	A	0.73	10^4-10^7	0, 20, 45	theo., lam., vari. p. $\Delta T=50, 100^\circ C$
[3]	1	B	1.0	10^3-10^9	0	theo., lam., const.p.
[4]	1, 7	B	7, 0	(10^3-10^9)	0	theo., lam., const.p.
[5]	1, 0.5	A	air	4.4×10^7	0, 45	theo., tur., vari.p. $\Delta T/T_\infty=1.26, \text{mix}$
[6]	1	D	air	10^7	0	exp., lam.
[7]	1	B	water	(10^7-10^{11})	0	exp., tur., p.o.
[8]	0.5, 1 1.46	C	air	4.2×10^7	0, 20, 45	exp., tur., mix.
[9]	7	B	water	(10^6-10^7)	0	exp., lam.

Where, b.c. : boundary condition, A : three walls heated, B : back wall heated (other two walls insulated), C : bottom and back walls heated, D : top and back walls heated. theo. : theoretical solutions, exp. : experiment, lam. : Laminar flow, tur. : turbulent flow, const. P. : constant properties, vari.p. : variable properties, p.o. : partially open cavity is included, mix. : mixed force and free convection is included.

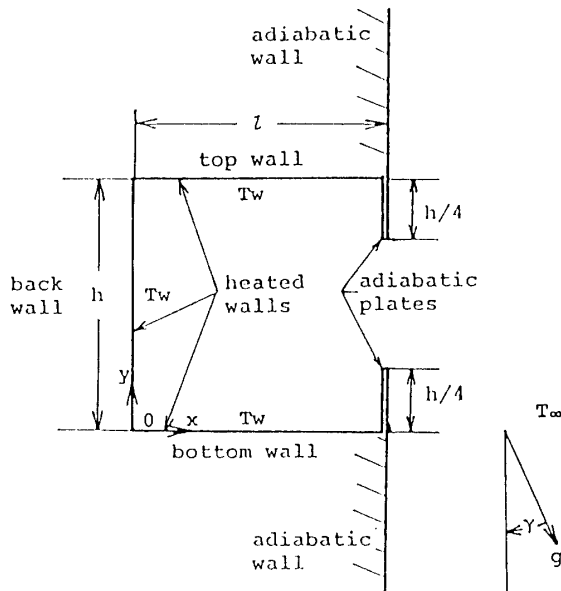


Fig. 1 Partially open square cavity

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} - Gr \sin \gamma \theta + \nabla^2 U \tag{2}$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Gr \cos \gamma \theta + \nabla^2 V \tag{3}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = -\frac{1}{Pr} \nabla^2 \theta \tag{4}$$

無次元数は以下の様に定義される。

$$X = \frac{x}{h}, Y = \frac{y}{h}, \tau = \frac{\nu t}{h^2}, U = \frac{uh}{\nu}, V = \frac{vh}{\nu}$$

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}, P = \frac{h^2 p}{\nu^2 \rho}, Gr = \frac{g \beta h^3 (T_w - T_\infty)}{\nu^2} \tag{5}$$

凹み内の底面, 背面, 上面における平均ヌッセルト数は以下の様に定義される。

$$Nu_b = \int_{\text{bottom wall}} \frac{\partial T}{\partial y} \frac{dx}{T_w - T_\infty}$$

$$= \int_{\text{bottom wall}} -\frac{\partial \theta}{\partial Y} dx \quad (6)$$

$$Nu_v = \int_{\text{back wall}} -\frac{\partial \theta}{\partial X} dY \quad (7)$$

$$Nu_t = \int_{\text{top wall}} \frac{\partial \theta}{\partial Y} dX \quad (8)$$

凹み内の全平均ヌッセルト数は以下の様に定義される。

$$Nu = \int (Nu_b + Nu_v + Nu_t) / 3 \quad (9)$$

また凹みを流出入する無次元流量は以下の様に定義される。

$$\begin{aligned} Min &= \int_{\text{opening}} U_{in} dY \\ Mout &= \int_{\text{opening}} U_{out} dY \end{aligned} \quad (10)$$

ここで、

$$\begin{aligned} U_{x=1} \geq 0 \text{ において, } U_{out} &= U_{x=1}, U_{in} = 0 \\ U_{x=1} < 0 \text{ において, } U_{out} &= 0, U_{in} = -U_{x=1} \end{aligned}$$

凹み開口部からの無次元流出熱量は以下の様に定義される。

$$\begin{aligned} Nu_{open} &= \frac{1}{3} \frac{Q}{k(T_w - T_\infty)} \\ &= \frac{1}{3} \int_{\text{opening}} (PrU\theta - \frac{\partial \theta}{\partial x})_{x=1} dY \end{aligned} \quad (11)$$

2.2 数値解法

支配方程式(1)-(4)が、定常の層流での解を得るために差分法を用いて数値解析された。計算は山口大学のACOS 850とミネソタ大学のVAX 11/780システムを用いてなされた。本計算で用いたコンピュータプログラムは、Patankar⁽¹⁰⁾の開発したSIMPLERアルゴリズムに基づく。本計算手法は基本的にChan-Tien⁽⁹⁾の使用したものと同じである。

凹みの位置は以下の様に与えられる。

$$0 \leq X \leq 1, \quad 0 \leq Y \leq 1. \quad (12)$$

Ra ≥ 700の時、本研究での計算領域は以下の様に与えられる。

$$0 \leq X \leq 3, \quad -2 \leq Y \leq 3. \quad (13)$$

突出した板の無次元厚さは0.02であり入口は以下の様にせぼめられる。

$$1/4 \leq Y \leq 3/4 \quad (14)$$

凹みに於ける底面、背面、上面の温度境界条件は $\theta = 1$ で与えられる。突出した板及び凹みの外側の断熱壁の温度境界条件は $\partial \theta / \partial X = 0$ で与えられる。これら全ての壁上では速度は零である。

計算領域外縁の境界条件は以下の様に与えられる。

$$\left. \begin{aligned} Y=3, \quad 1 \leq X \leq 3 \text{ のとき} \\ \partial U / \partial Y = \partial V / \partial Y = 0, \\ \partial \theta / \partial Y = 0 (V \geq 0), \quad \theta = 0 (V < 0) \\ Y=-2, \quad 1 \leq X \leq 3 \text{ のとき,} \\ \partial U / \partial Y = V = 0, \quad \theta = 0 \\ X=3, \quad -2 \leq Y \leq 3 \text{ のとき,} \\ \partial U / \partial X = \partial V / \partial X = 0, \quad \theta = 0 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

計算領域とその外縁での境界条件は参考文献[3]と同じである。しかしながら、レーレー数700より小さい本計算の場合、全平均ヌッセルト数が計算領域の大きさに依存するため計算領域を大きくした。レーレー数が7000より小さい場合について、種々の大きさの計算領域での予備計算の後、以下の大きさの計算領域(X×Y)が採用された。

$$\begin{aligned} Ra \geq 700 \text{ において,} & \quad 3 \times 5 \\ Ra = 70 \text{ において,} & \quad 8 \times 15 \\ Ra = 7 \text{ において,} & \quad 10 \times 19 \\ Ra = 0.7 \text{ において,} & \quad 12 \times 23 \\ Ra = 7000 \text{ (部分開口凹み) において,} & \quad 8 \times 15 \end{aligned}$$

計算領域の下方底での速度は文献[3]と同じ様に零とおいた。しかしながら、本研究に於ては、全平均ヌッセルト数や凹みの中や周りでの流線、等温線の分布などには、傾斜した開口凹みの場合でさえ、領域外縁下底で、速度を零とした場合とその勾配を零とした境界条件、 $\partial V / \partial Y = 0$ の場合との差は極めて小さかった。

さらに、本研究に於て、文献[3]と同一計算領域、同一境界条件を使用した場合、レーレー数 10^3 と 10^4 、プラントル数1では文献[3]の予測値とほぼ同様の結果が得られた。

本計算に於ては、不等間隔格子配列を使った、すなわち壁近傍では格子の大きさを小さくとり計算領域外縁境界では大きくとった。計算領域でもっとも小さな格子のサイズはレーレー数の増加とともに小さくした。それぞれのレーレー数に対する予備計算の後に、隣接した格子間の温度、速度の急激な変化を避けるように最終的な格子配列を決定した。ここで使用した格子数は、 32×46 から 48×58 までである。また使用したもっとも小さな格子サイズは、 7×10^5 のレーレー数におけるもので 0.02×0.02 である。

数値計算の収束判定基準は全計算領域における全質

量流量のバランス, それぞれのコントロールボリュームに於ける質量流量のバランス, また一連の繰返しの間の変数の相対的な変化等によってチェックされる.

$$\left. \begin{aligned} & |(\text{Min}-\text{Mout})/\text{Min}| \leq 10^{-3}, \\ & |(\text{Nu}-\text{Nu}_{\text{open}})/\text{Nu}| < 10^{-3} \\ & |(\text{T}_{\text{new}}-\text{T}_{\text{old}})/\text{T}_{\text{new}}| \max \leq \varepsilon_1, \\ & |(\text{U}_{\text{new}}-\text{U}_{\text{old}})/\text{U}_{\text{new}}| \max \leq \varepsilon_2 \end{aligned} \right\} (16)$$

凹みから離れた点での温度や速度は極めて小さく, これらの点では ε_1 の値はおよそ 10^{-2} まで, また ε_2 の値はおよそ 10^{-1} まで増加を許した. 収束を確認するために, 凹み開口部近傍の特定の点で T, U の計算値を, 繰返しステップ毎に印刷し, それらの値の変化をチェックした. また数例について, 上述の収束解に対する判定基準がいったん満足されると, それ以上の繰返しステップ計算を行っても全平均ヌッセルト数の変化は 0.1% より小さいことを確認した. 各計算に要した総繰返し数は 400 から 2000 である.

3. 計算結果と考察

プラントル数 0.7 の流体で満たされた正方形の部分開口凹みと全開口凹みに関する解がレーレー数 0.7 から 7×10^5 の範囲で得られている. 全開口凹みについてはレーレー数 7×10^6 の場合に, 部分開口凹みについてはレーレー数 7×10^5 の場合に上述の収束判定基準を満たす定常解が得られなかった. 傾き角 -30° から $+60^\circ$ を持つ正方形の部分開口凹みと全開口凹みについてはレーレー数 7×10^3 から 7×10^4 の範囲で定常解がえられている. ここでも凹みの傾き角 γ が -45° の場合, 式 (16) の収束基準を満たす解が得られなかった. 例えば, 繰返しステップの最後に計算領域での $(\text{U}_{\text{new}}-\text{U}_{\text{old}})/\text{U}_{\text{new}}$ の最大値は 1 に近い値を持つ. しかしながらこの点の U_{new}

U_{max} は 10^{-3} より小さいのである. ここで U_{max} は計算領域でもっとも大きい U である. 従って凹みの外側での流線分布は予期せぬ様相を示す. また傾き角 γ が 80° の際も同様な結果が得られた. しかし凹みからの全伝熱に関してこれら外の流れの不規則性が及ぼす影響は小さいように思われる. それゆえこの傾きに於ける平均ヌッセルト数や無次元流量が参考のために示されている. これらの値は流れの非定常性により時間とともに変動する量の平均値に対応しているものと考えられる.

3.1 傾きのない部分及び全開口正方形凹みに関する解

全平均ヌッセルト数, 底壁, 背壁, 上壁の平均ヌッセルト数及び凹みに流出入する無次元流量の計算値を Table 2 ならびに Table 3 に掲げる. Fig. 2 には, 平均ヌッセルト数が, 全開口正方形凹みに関する従来の数値解の結果と比較されている. Fig. 2 で比較した解において, 開放凹みの 3 壁面は, 背壁加熱, 他の 2 壁を断熱とする参考文献 [3] の結果を除き全て一様温度に加熱されている. (Table 1 参照) Chan と Tien の結果はここで示された解の中でもっとも大きなヌッセルト数を与え, $10^3 \leq \text{Ra} \leq 10^6$ において, 全開口凹みに関する本解の約 2 倍の大きさを持つ. 参考文献 [3] と本結果との間の差は, レーレー数が小さくなるにしたがって小さくなる. また差分法による Penot の解は本研究と同じ境界条件を使っているため, レーレー数 5.6×10^5 でのヌッセルト数を除いてほぼ同じ結果を与える. このレーレー数での Penot の解と本数値解との差は, このレーレー数が定常な層流解が得られる限界近くにあるためだと思われる. Le Quere の解は本数値解よりわずかに小さいが, これらの結果は物性変化の影響を含

Table 2 Average Nusselt numbers and dimensionless flow rate for horizontal-facing fully open square cavity ($\text{Pr}=0.7$)

Ra	γ°	Nu	N_{ub}	N_{uv}	N_{ut}	M
0.7	0	0.178	0.262	0.031	0.242	0.00789
7	0	0.241	0.367	0.042	0.315	0.0600
70	0	0.355	0.568	0.064	0.433	0.464
700	0	0.658	1.175	0.145	0.652	3.28
7×10^3	0	1.808	3.031	1.021	1.373	13.41
7×10^4	0	4.02	5.30	3.51	3.26	34.8
7×10^5	0	7.77	8.80	8.18	6.34	74.5

Table 3 Average Nusselt numbers and dimensionless flow rate for horizontal-facing partially open square cavity ($Pr=0.7$)

Ra	γ°	Nu	N_{ub}	N_{uv}	N_{ut}	M
0.7	0	0.168	0.228	0.052	0.225	0.00091
7	0	0.204	0.278	0.063	0.270	0.00712
70	0	0.247	0.342	0.077	0.322	0.0579
700	0	0.310	0.483	0.097	0.350	0.511
7×10^3	0	0.784	1.664	0.391	0.298	4.27
7×10^4	0	2.65	4.19	2.76	0.99	16.66

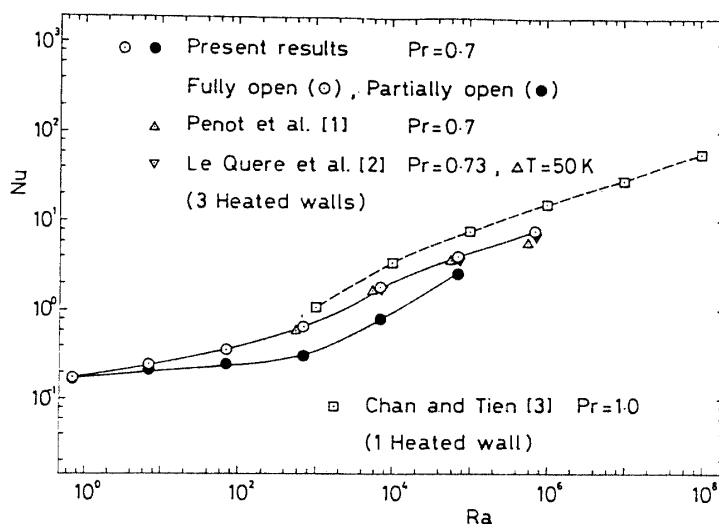


Fig. 2 Comparison of average Nusselt numbers in square open cavities for $\gamma=0$

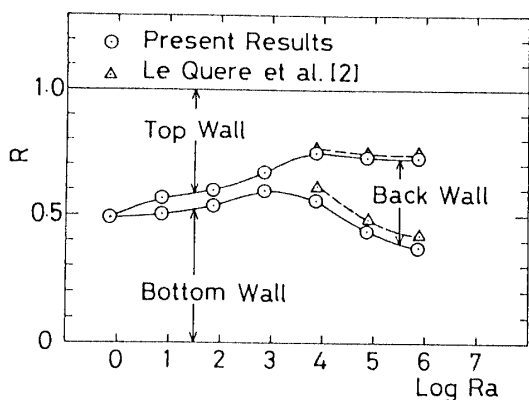


Fig. 3 Relative contributions from the three walls to the overall heat transfer in a fully open square cavity for $\gamma=0$

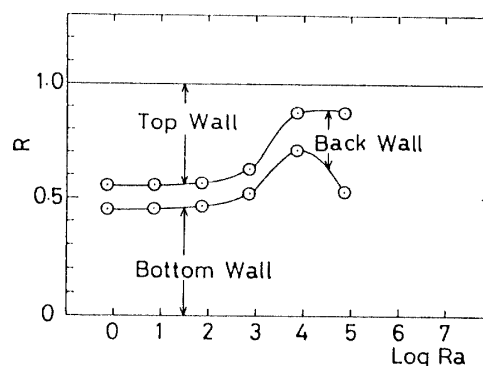


Fig. 4 Relative contributions from the three walls to the overall heat transfer in a partially open square cavity for $Pr=0.7$ and $\gamma=0$

んでいるからである。全般的に、Fig. 2の比較によって、本数値解と対応する従来の結果とはよく一致していることがわかる。

部分開口凹みに対する解は、より小さいヌッセルト数を与える。全開口と部分開口とのヌッセルト数の差は、凹みからの熱伝達への平板突起の影響を示している。この差はレーレー数が小さくなれば、小さくなる。全開口と部分開口凹みの両者に対して低いレーレー数域でのヌッセルト数~レーレー数の関係は高いレーレー数域とは異なる傾向を持つ。これらの二つの領域の境界はレーレー数で 10^3 と 10^4 の間にある。高レーレー数領域では対流熱伝達が支配的であり低レーレー数領域では熱伝導が支配的である。レーレー数が零に近づく、凹みの内外では熱伝導のみでありヌッセルト数は零に近づくべきである。本解において低レーレー数でヌッセルト数が有限な小さい値となるのは凹み外部に生じる弱い対流によるものと思われる。

Fig. 3には全開口凹みの場合について、全熱伝達に対する3壁の相対的な寄与率を示す。レーレー数の増加とともに、上壁からの寄与率が減少し垂直背壁からの寄与率が増加する。底壁は対流支配域と熱伝導支配域の境界近くのレーレー数、 10^3 付近で寄与率が最大となる。Le Quereの解では、変物性の影響で上壁と垂直背壁からの寄与率が僅かに小さくなっている。

Fig. 4には部分開口凹みについて Fig. 3と同じ様に3壁の寄与率が示されている。この図に示される傾向は Fig. 3と似ている。しかし底壁は、Fig. 3のレーレー数 10^3 に対応するより大きいレーレー数 10^4 で最大の寄与率を与える。レーレー数が 10^4 より大きい場合、底壁からの寄与率は底壁近傍で循環流が形成されるため急激に減少する。(Fig.7(c)参照) Fig. 3と Fig. 4で見られる熱伝達の傾向は、もし流れが定常な層流であるならば、より大きなレーレー数においても維持されるであろう。一般に全開口凹みであれ、部分開口凹みであれ、垂直背壁から全熱伝達への相対的な寄与率は、Fig. 3と Fig. 4に見られるように、熱伝導支配領域ではたいへん小さい。Fig. 5は凹みに流出入する無次元流量Mのレーレー数に関する変化を示す。背壁のみを加熱した凹みについて Chan-Tien [3] によつて得られた流量は、レーレー数 10^3 と 10^6 の間の領域で、全開口凹みに関する本結果の大略半分となる。log-log 座標で表すと全開口凹みと部分開口凹みに関する本レーレー数~流量関係は、低レーレー数域ではほぼ直線的で互に平行である。これらの二つの関係は近似的に以下の式で表される。

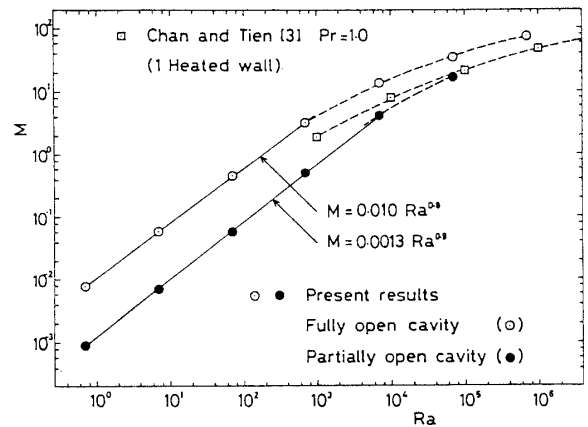


Fig. 5 Comparison of dimensionless flow rate through square open cavities for $\gamma = 0$

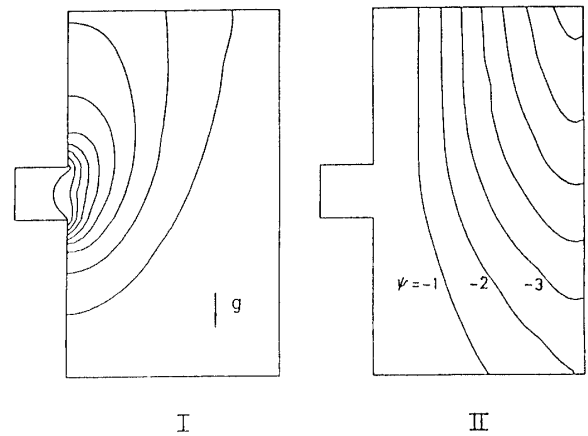


Fig. 6 (a) I Isotherms ($\Delta\theta=0.1$) and II streamlines ($\Delta\psi=1$) in and about a fully open square cavity for $Ra=7$ and $\gamma=0$

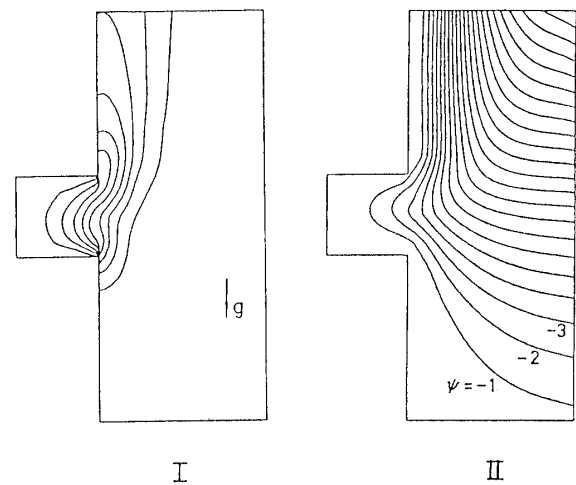


Fig. 6 (b) I Isotherms ($\Delta\theta=0.1$) and II streamlines ($\Delta\psi=1$) in and about a fully open square cavity for $Ra=700$ and $\gamma=0$

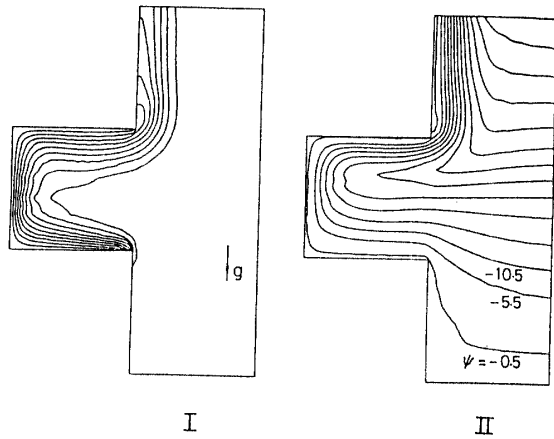


Fig. 6 (c) I Isotherms ($\Delta\theta=0.1$) and II streamlines ($\Delta\psi=5$) in and about a fully open square cavity for $Ra=7\times 10^4$ and $\gamma=0$

(全開口凹み) $0.7 \leq Ra \leq 7 \times 10^2$ において, $M=0.010Ra^{0.9}$ (17)

(部分開口凹み) $0.7 \leq Ra \leq 7 \times 10^3$ において, $M=0.0013Ra^{0.9}$ (18)

数値解と上述の近似式(17)(18)との差はレイレー数の増加とともに大きくなる。レイレー数域の上限において最大の誤差はおよそ10%である。これら二つの式の上限レイレー数 7×10^2 と 7×10^3 は、対流支配域と熱伝導支配域の境界に密接に対応している。(Fig. 2, 3, 4を参照)。Fig. 6には、垂直に置かれた全開口凹みならびにその周辺における等温線や流線分布がレイレー数7, 700と 7×10^4 の場合について示されている。無次元流れ関数 Ψ は $U=\partial\Psi/\partial Y$ と $V=-\partial\Psi/\partial X$ で定義される。二つの隣接した流線の間の無次元流れ関数の差 $\Delta\Psi$ はそれぞれの図において示してある。しかしながら零流れ関数(壁面)と壁に隣接する流線との間の差 $\Delta\Psi$ は、必ずしも図に示された $\Delta\Psi$ と同じではない。隣接する等温線間の無次元温度の差はつねに0.1に等しい。

レイレー数が7の場合、 θ が0.9以外の全ての等温線は凹みの外側にありそのうち θ の値の低い等温線は、極めて低速の浮力流れにより上方へ片寄っている。全開口凹み内の温度はほとんど一様で、流れは流線分布に見られる様に凹み内ではたいへん弱い。レイレー数が700の場合、低温の流体が凹み内に若干流入している。そのため θ の値が0.9から0.5までの等温線は凹み内に入り込んでいる。つぎにレイレー数が 7×10^4 の場合、低温の流体が凹み内に深く流入している。従って全ての等温線が凹み内深く広がっている。凹みから流出する

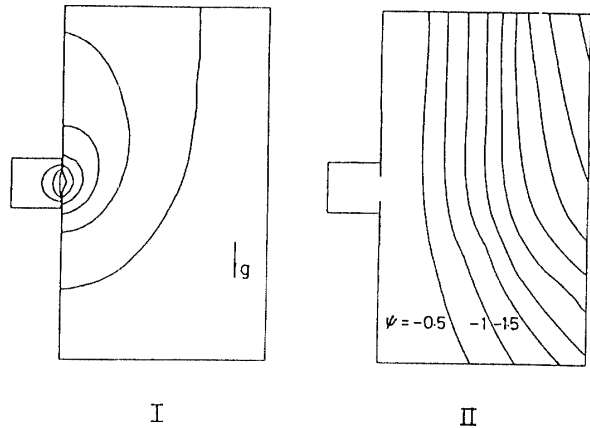


Fig. 7 (a) I Isotherms ($\Delta\theta=0.1$) and II streamlines ($\Delta\psi=0.5$) in and about a partially open square cavity for $Ra=700$ and $\gamma=0$

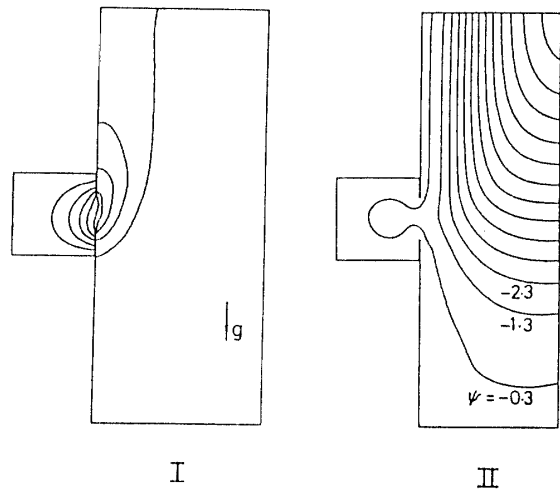


Fig. 7 (b) I Isotherms ($\Delta\theta=0.1$) and II streamlines ($\Delta\psi=1$) in and about a partially open square cavity for $Ra=700$ and $\gamma=0$

流れは流入する流れに比べると速度が大きい。凹みから流出した流体は断熱壁に添って上昇するブルームを形成する。

Fig. 7において、部分開口凹みの内部及びその周辺における等温線や流線分布がレイレー数7, 700と 7×10^4 の場合について示されている。Fig. 6に示された分布と比較すると突出した断熱板が凹みに流入する熱や流体の流れを妨げていることが解る。凹みの中央近傍に形成される循環流領域はレイレー数の増加とともに大きくなる。 $Ra=7 \times 10^4$ では、突出した断熱板の下方近傍の凹み内に上述と異なる循環域が見られる。

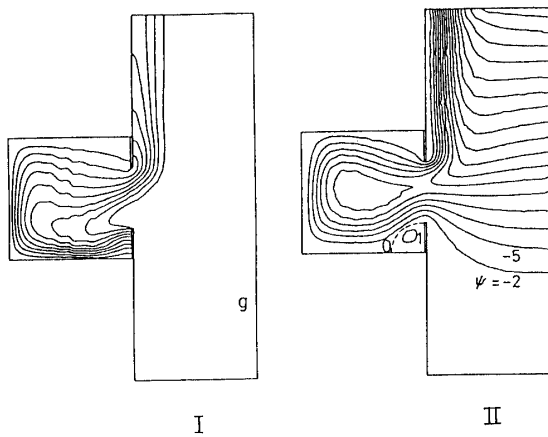


Fig. 7 (c) I Isotherms ($\Delta\theta=0.1$) and II streamlines ($\Delta\psi=3$) in and about a partially open square cavity for $Ra=7 \times 10^4$ and $\gamma=0$

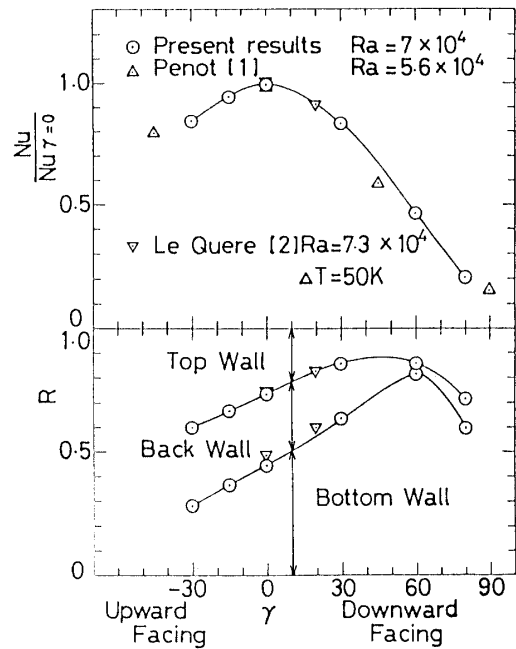


Fig. 8 Comparison of overall average Nusselt number and relative contribution from the three walls in an inclined fully open square cavity

Table 4 Average Nusselt numbers and dimensionless flow rate for inclined fully open square cavity ($Pr=0.7$)

Ra	γ -°	Nu	N_{ub}	N_{uv}	N_{ut}	M
7×10^4	-30	3.39	2.87	3.20	4.11	30.8
7×10^4	-15	3.81	4.12	3.48	3.83	34.1
7×10^4	30	3.35	6.37	2.23	1.45	25.3
7×10^4	60	1.87	4.55	0.26	0.81	12.8
7×10^4	80#	0.841	1.753	0.044	0.726	3.85
7×10^3	-45#	1.59	2.02	1.00	1.75	12.7
7×10^3	-30	1.75	2.42	1.15	1.68	13.4
7×10^3	30	1.52	2.96	0.73	0.86	10.3
7×10^3	45	1.22	2.57	0.41	0.68	7.99
7×10^3	60	0.886	1.901	0.172	0.585	5.25
7×10^3	80#	0.490	0.870	0.061	0.539	1.607

: some fluctuation in the numerical computations observed

3.2 傾きを持つ正方形凹み

傾斜した断熱壁上の正方形凹みに関する、全平均ヌッセルト数、底壁、背壁、上壁に於ける平均ヌッセルト

数、凹みに流入する無次元流量の計算結果が Table 4, 5 に示されている。

Fig. 8 には傾きを持つ全開口凹みの全平均ヌッセルト数が傾き角, γ , に対してプロットされており、比較

Table 5 Average Nusselt numbers and dimensionless flow rate for inclined partially open square cavity ($Pr=0.7$)

Ra	γ -°	Nu	N_{ub}	N_{uv}	N_{ut}	M
7×10^3	-45#	0.939	1.577	0.700	0.540	5.42
7×10^3	-30#	0.942	1.737	0.632	0.456	5.35
7×10^3	30#	0.549	1.221	0.179	0.247	2.63
7×10^3	45	0.450	0.963	0.120	0.266	1.820
7×10^3	60	0.372	0.725	0.088	0.304	1.079
7×10^3	80#	0.287	0.451	0.064	0.344	0.278

: some fluctuation in the numerical computations observed

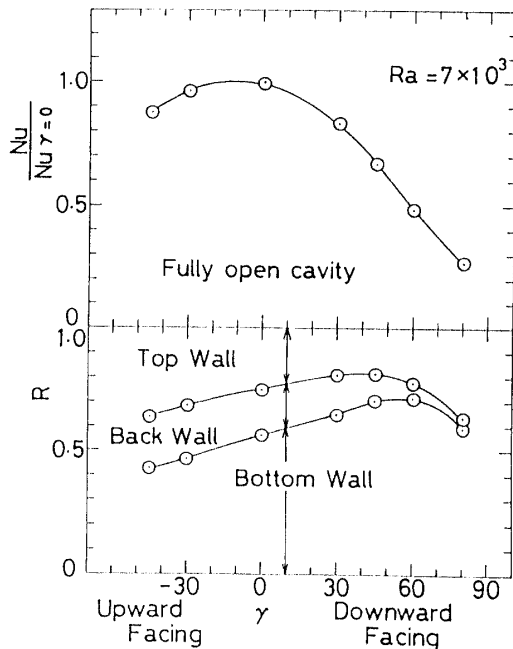


Fig. 9 Overall average Nusselt number and relative contribution from the three walls in an inclined fully open square cavity for $Ra = 7 \times 10^3$

のために既存の解析結果も併せて示されている。ヌッセルト数は $\gamma = 0$ における全平均ヌッセルト数で基準化されている。全平均ヌッセルト数は傾き角がおおよそ零で最大値となる。また Fig. 8 (下の図) において、傾きを持つ全開口凹みにおける全熱伝達への3壁からの相対的な寄与率が比較されている。底壁からの相対的な寄与率は、角度 $\gamma = 60^\circ$ で最大値となり、この時背壁の寄与率は非常に小さくなる。それぞれの壁からの相対的な寄与率は、角度 $\gamma < 30^\circ$ においてほぼ γ の一次関数となる。

概して、全平均ヌッセルト数と3壁からの相対的な

寄与率に関する Le Quere ら [2] の数値解析結果は本結果と良く一致している。彼等の結果では僅かに背壁の寄与率が低い。それは彼等の解析が物性変化を考慮したことによる違いであろうと思われる。Penot の解は、正の傾き角に対して僅かに小さな全平均ヌッセルト数を、負の傾き角に対して僅かに大きな値を与えている。Fig. 9 にレーレー数 7×10^3 の場合において傾きを持つ全開口凹みにおける全平均ヌッセルト数とそれぞれの壁からの相対的な寄与率が、傾き角 γ に対してプロットされている。この図で示される平均ヌッセルト数の概略の傾向は Fig. 8 と似ている。レーレー数 7×10^3 の場合、凹みからの自由対流熱伝達に関する傾きの影響は、レーレー数 7×10^4 の場合の結果と比較すると僅かに少なくなっている。

Fig. 10 にレーレー数 7×10^3 の場合において傾きを持つ部分開口凹みについて、全平均ヌッセルト数とそれぞれの壁からの相対的な寄与率が傾き角 γ に対してプロットされている。全開口凹みと異なり部分開口凹みでは全平均ヌッセルト数は、 $\gamma = 0$ 近傍で最大値とはならず -30° と -45° の間で最大となる。底壁から全熱伝達への相対的な寄与率は傾き角 $\gamma = 30^\circ$ で最大である。

傾きを持つ全開口凹みと部分開口凹みにおいて、凹みに流入する無次元流量が傾き角 γ に対して Fig. 11 にプロットされている。無次元流量の概ねの傾向は、Fig. 8, 9 と 10 で見られる全平均ヌッセルト数のそれと大変良く似ている。

傾きを持つ全開口凹みの内部およびその周辺における等温線と流線がレーレー数 7×10^3 、傾き角 60° と -30° の場合に関して Fig. 12 に示されている。 $\gamma = -30^\circ$ の凹みに於ける等温線と流線は $\gamma = 60^\circ$ の時のそれよりも背壁へ接近しておりかつ概ね上壁の方へ片寄っている。

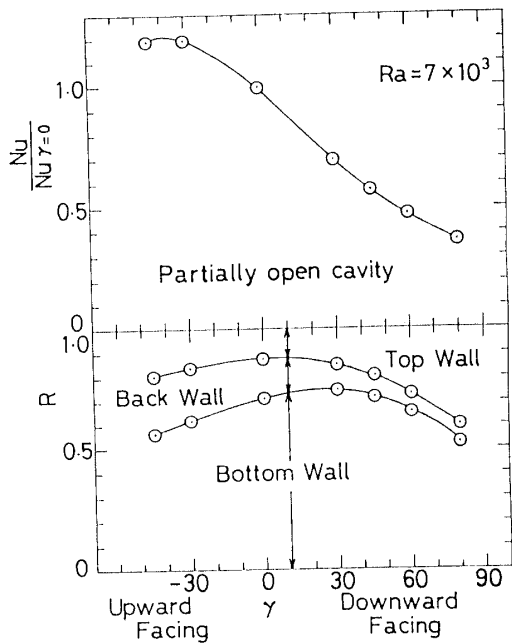


Fig. 10 Overall average Nussely number and relative contribution from the three walls in an inclined partially open square cavity for $Ra=7 \times 10^3$ and $Pr=0.7$

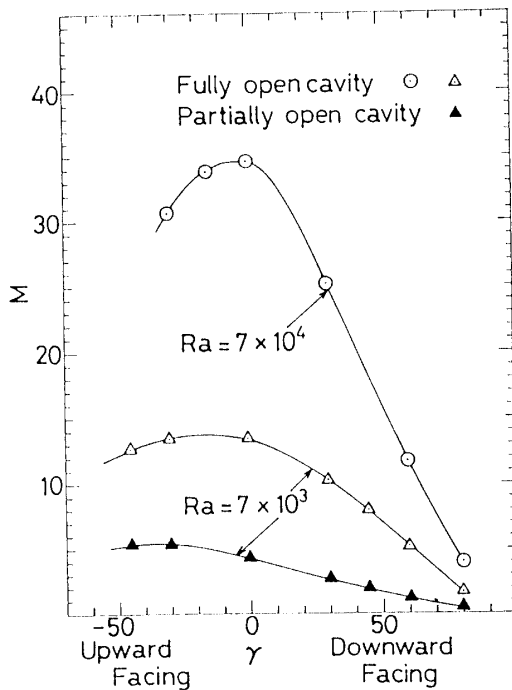


Fig. 11 Dimensionless flow rate through an inclined square open cavity for $Pr=0.7$

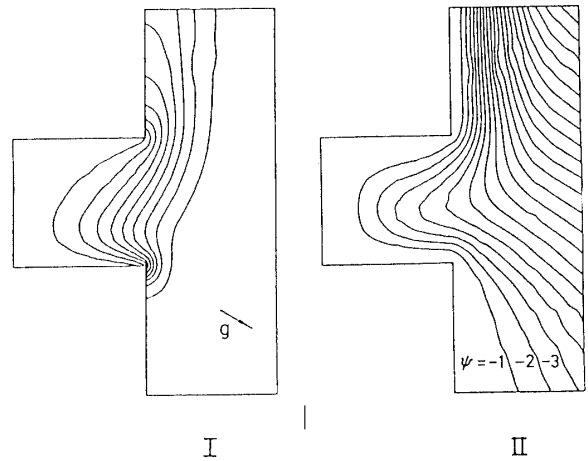


Fig. 12(a) I Isotherms ($\Delta\theta=0.1$) and II streamlines ($\Delta\psi=1$) in and about an inclined fully open square cavity for $Ra=7 \times 10^3$ and $\gamma=60$

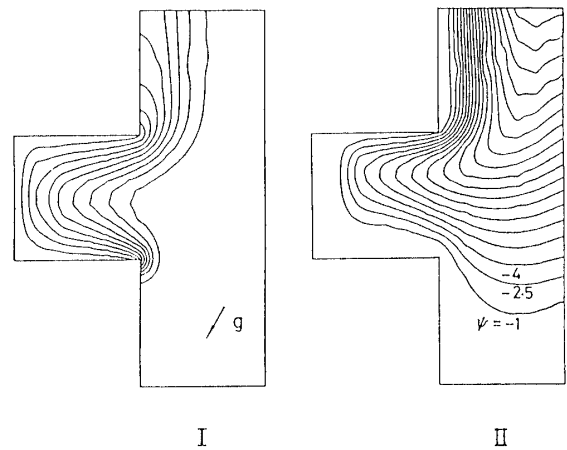


Fig. 12(b) I Isotherms ($\Delta\theta=0.1$) and II streamlines ($\Delta\psi=1.5$) in and about an inclined fully open square cavity for $Ra=7 \times 10^3$ and $\gamma=-30$

Fig. 13では傾きを持つ部分開口凹みの内部およびその周辺での等温線と流線がレイレー数 7×10^3 , 傾き角 60° と -30° の場合に関して示されている。これらの形は傾きを持つ全開口凹みに関する Fig. 12のそれらと似た傾向を示す。

4. 結 論

一様温度に加熱された三つの壁を持ち、また様々の傾き角を持つ、部分ならびに全開口正方形凹みにおける定常層流自由対流熱伝達に関して数値解析を行い以下の結果を得た。

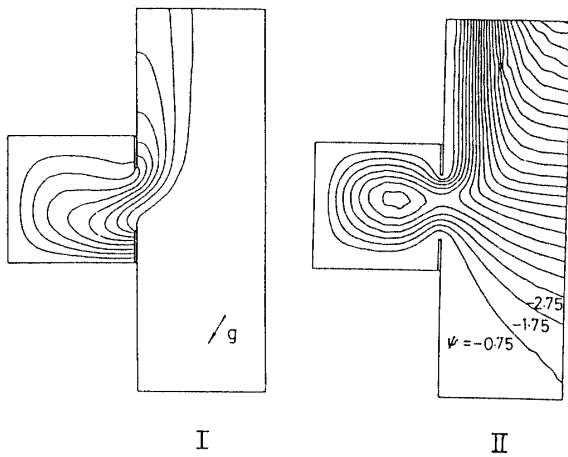


Fig.13(a) I Isotherms ($\Delta\theta=0.1$) and II streamlines ($\Delta\psi=0.5$) in and about an inclined partially open square cavity for $Ra=7\times 10^3$ and $\gamma=60$

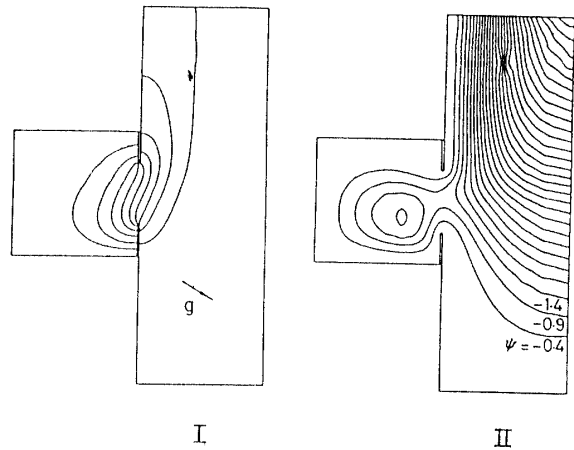


Fig.13(b) I Isotherms ($\Delta\theta=0.1$) and II streamlines ($\Delta\psi=1$) in and about an inclined partially open square cavity for $Ra=7\times 10^3$ and $\gamma=-30$

(1) 全開口凹みにおいてはレーレー数が 10^3 より小さい場合、熱伝導が支配的であり、全熱伝達に対する背壁の相対的な寄与率は他の壁のそれより大変小さい。レーレー数が 10^3 より増えるとともに、対流熱伝達が支配的になり全熱伝達に対する背壁の相対的な寄与率は増加する。底壁からの相対的な寄与率はレーレー数が 10^3 近傍で最大となる。レーレー数が 10^3 と 10^6 の間で、本報の全平均ヌッセルト数は背壁加熱、他の2壁を断熱として得られた既存の解のおおよそ半分である。一方、本無次元流量はこの既存の解のおおよそ倍である。

(2) 全開口凹みと部分開口凹みにおける全平均ヌッセルト数の差はレーレー数の減少とともに小さくなる。全熱伝達に対する底壁の相対的な寄与率は、レーレー数が 10^3 近傍で最大となる全開口凹みの場合に対して、部分開口凹みではレーレー数 10^4 で最大値を取る。熱伝導支配領域において、部分開口($Ra \leq 7 \times 10^3$)と全開口($Ra \leq 7 \times 10^2$)の両方の無次元流量は近似的に $Ra^{0.9}$ に比例する。

(3) 全開口凹みに於いて、レーレー数一定で傾き角が -45° から 80° まで変化するとき、全平均ヌッセルト数は傾き角 0° で最大となる。全熱伝達に対する底壁の相対的な寄与率は、傾き角おおよそ 60° で最大となる。

(4) 部分開口凹みでは、傾き角が -30° から -45° の間で、全平均ヌッセルト数は最大となる。全熱伝達に対する底壁の相対的な寄与率は、全開口凹みに於ける傾き角 60° とは異なり、傾き角おおよそ 30° で最大となる。

終りに本研究に多大の協力をいただきました神田博

至、城島一暢両君に感謝致します。

主な使用記号

g	: 重力加速度
Gr	: グラスホフ数
h	: 凹み高さ
k	: 流体の熱伝導率
l	: 凹みの長さ、式1で定義
M	: 凹みに流出入する無次元流量 (= $Min = Mout$)
Min	: 凹みに流入する無次元流量、式(10)で定義
$Mout$: 凹みを流出する無次元流量、式(10)で定義
Nu	: 凹みの全平均ヌッセルト数、式(9)で定義
Nub	: 凹み底壁の平均ヌッセルト数、式(6)で定義
Nuv	: 凹み背壁の平均ヌッセルト数、式(7)で定義
Nut	: 凹み上壁の平均ヌッセルト数、式(8)で定義
$Nuopen$: 凹みに流出入する無次元熱量、式(11)で定義
p, P	: 圧力、無次元圧力、式(5)で定義
Pr	: プラントル数
Q	: 凹みに流出入する熱量
R	: 全熱伝達に対するそれぞれの壁の寄与率
Ra	: レーレー数
t	: 時間
T, Tw, T_∞	: 温度、凹み壁の温度、周囲温度

u	: x 方向速度
U	: x 方向無次元速度, 式(5)で定義
v	: y 方向速度
V	: y 方向無次元速度, 式(5)で定義
x	: 底壁, 上壁に平行な直交座標
X	: x の無次元量, 式(5)で定義
y	: 背壁に平行な直交座標
Y	: y の無次元量, 式(5)で定義
β	: 体膨張係数
γ	: 重力方向からの傾き角; 開口面が下向きの時正 (Fig. 1)
$\Delta \theta, \Delta T$: 温度差
$\Delta \Psi$: 無次元流れ関数の差
θ	: 無次元温度, 式(5)で定義
ν	: 動粘性係数
ρ	: 流体密度
τ	: 無次元時間, 式(5)で定義
Ψ	: 無次元流れ関数
添え字	
max	: 最大値
new	: $\tau + \Delta \tau$ 時間
old	: τ 時間

参 考 文 献

- [1] F. Penot, Numerical calculation of two-dimensional natural convection in isothermal open cavities, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 5, 421-437, 1982.
- [2] P. LeQuere, J. A. C. Humphrey and F. S. Sherman, Numerical calculation of thermally driven two dimensional unsteady laminar flow in cavities of rectangular cross section, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 4, 249-283, 1981.
- [3] Y. L. Chan and C. L. Tien, A numerical study of two dimensional natural convection in square open cavities, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 8, 65-80, 1985.
- [4] Y. L. Chan and C. L. Tien, A numerical study of two-dimensional laminar natural convection in shallow open cavities, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 28, No. 3, 603-612, 1985.
- [5] J. A. C. Humphrey and W.M. To, Numerical simulation of buoyant, turbulent flow 2, Free and mixed convection in a heated cavity, *Int. J. Mass Transfer*, Vol 29, No. 4, 593-610, 1986.
- [6] V. Sernas and I. Kyriakides, Natural convection in an open cavity, *Heat Transfer* 1982, Vol. 2, NC26, 275-280, 1982.
- [7] C.F. Hess and R.H. Henze, Experimental investigation of natural convection losses from open cavities, *Journal of Heat Transfer* Vol. 106, 333-338, 1984.
- [8] K. S. Chen, J. A. C. Humphrey and F. S. Sherman, Free and mixed convection flow of air in a heated cavity of variable rectangular cross section and orientation, *Phil. Trans. R. Soc. Lond.*, A316, 57-84, 1985.
- [9] Y. L. Chan and C. L. Tien, Laminar natural convection in shallow open cavities, *Trans. ASME, Journal of Heat Transfer*, Vol. 108, 305-309, 1986.
- [10] S.V. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow, MacGraw-Hill, 1980.

(平成元年4月15日受理)