

## Walsh 直交系を用いたパターン認識の一考察

川下 満\*・鳥岡 豊士\*\*

## A Study of Pattern Recognition by the Use of Walsh Orthogonal System

Mitsuru KAWASHIMO and Toyoshi TORIOKA

## Abstract

A method for pattern recognition by the use of Walsh orthogonal system has been studied by many scholars. However, these methods for pattern recognition possess two weak points as follows.

- (1) A high recognized percentage can not be obtained when input patterns have distortions.
- (2) Input patterns become high dimensional pattern vectors and a system for recognition become large.

For these reasons, first a quantized pattern is mapped into a low dimensional one to get rid of two weak points in the present method. On account of this result, processing-time and memory capacity cut down in the use of a digital computer.

Secondly, the variation of the recognized percentage is examined against the reduction of dimension in Walsh orthogonal space from a point of view that the fewer number of feature parameters makes the more simple system.

Finally, a computer-simulated experiment is carried out by the method described above and the results of the experiment are shown.

## 1. ま え が き

パターン認識において、パターンの特徴抽出に Walsh 直交関数系を用いる方法は、すでに A. U. Mucciardi と E. E. Gose<sup>1)</sup>, 小沢・田中<sup>2)</sup>, 淀川・木村<sup>3)</sup>らにより数多く示されている。しかし、これらの方法はいずれもパターンに歪(変形)があるときは十分な認識結果が得られないという大きな欠点をもっている。さらに、パターンベクトルの次元が高いと、Walsh 直交関数系も次元の高いものが必要になり、認識システムが複雑となる。そこで、筆者の1人が示した{0, 1}要素で量子化したパターンから低次元のパターンベクトルを構成する方法を用いることでこれらの欠点を除いた、パターン認識の1方法を示す。同時に、実パターン(手書きのアルファベット)を用いた計算機シミュレーションによる認識実験の結果を示す。さらに、認識システムに用いる直交系の次元は低い方が認識システムが簡単になるという立場から、Walsh 直交空間の次元を軽減することにより、認識

率がどのように変化するかを調べ、その実験結果を示す。

2. 再構成されたパターン<sup>4)5)</sup>

認識の対象とする2次元図形を{0, 1}要素で量子化し、さらにベクトル表示すれば、このベクトルは一般に高次元である。たとえば、原パターンを{0, 1}要素で16×16に量子化すると、このパターンは256次元のベクトルで表示される。したがって、このパターンベクトルをそのまま認識に用いるとすれば、256次元のWalsh直交関数系が必要であり、認識システムは大掛りなものとなる。また、入力パターンベクトルをWalsh直交関数で線形表示する際に、展開係数を求めるために多くのメモリーと時間を要することになる。そこで、ここでは上述の欠点を除き、しかも歪のあるパターンに対しても十分な認識が行なえるように、{0, 1}要素で量子化したパターン(量子化パターン)を前処理して正規化された低次元パターンベクトル(再構成されたパターン)を構成する方法

\* 大学院工学研究科電気工学専攻

\*\* 工業短期大学部電気工学科

を示す。

これを行なうため、まず、パターンの幾何学的特徴である端点・2分岐点・3分岐点を構成する3×3次元の小マトリックス(3×3素子コード)を考える。これらの3×3素子コードのうちから、多くのパターンにより認識に必要と思われるものを経験的に22種類を選び、その集合S

$$S = \{C^i \mid i = 1, 2, \dots, 22\} \quad \dots\dots\dots(1)$$

とする。ここで

$$C^i = \begin{pmatrix} C_{11}^i & C_{12}^i & C_{13}^i \\ C_{21}^i & C_{22}^i & C_{23}^i \\ C_{31}^i & C_{32}^i & C_{33}^i \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$C_{ki}^i \in \{0, 1\} \quad (k, l = 1, 2, 3)$$

さらに、 $C^i$ を16次元の列ベクトル $y^i$

$$y^i = [y^{i_1}, y^{i_2}, \dots, y^{i_{16}}]^t \quad \dots\dots\dots(3)$$

$t$ : 転置

に変換する写像 $F^i$ を考える。

$$y^i = F^i(C^i) \quad \dots\dots\dots(4)$$

写像 $F^i$ はコード $C^i$ に固有のものとし、その集合Fを

$$F = \{F^i \mid i = 1, 2, \dots, 22\} \quad \dots\dots\dots(5)$$

とする。

つぎに、3×3素子コードを使用して量子化パターンから幾何学的特徴を抽出する。それには、量子化パターンを3×3素子コードでスキャンニングし、コー

Dの{0, 1}と完全に一致した部分をこのパターンの特徴として取り出す。

いま、このようにして取り出された特徴が $q$ 個あったとすると、その集合は、

$$C = \{C^{n_j} \mid j = 1, 2, \dots, q\} \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$n_j \in \{1, 2, \dots, 22\}$$

と表わせる。そこで、特徴集合Cの各要素 $C^{n_j}$ を写像 $F^{n_j}$ により16次元の列ベクトル $y^{n_j}$ に変換し、特徴集合をあらためてYとすれば、

$$Y = \{y^{n_j} \mid j = 1, 2, \dots, q\} \quad \dots\dots\dots(7)$$

$$y^{n_j} = F^{n_j}(C^{n_j})$$

となる。特徴集合Yにより、低次元のパターンベクトルX

$$X = [x_1, x_2, \dots, x_{16}]^t$$

をつぎのように構成する。

$$X = \sum_{j=1}^q y^{n_j} \quad \dots\dots\dots(8)$$

ここに

$$x_l = \sum_{j=1}^q y^{n_j}_l \quad (l = 1, 2, \dots, 16)$$

さらに、

$$(X, X) = \sum_{l=1}^{16} x_l^2 = 1 \quad \dots\dots\dots(9)$$

となるように正規化をおこなえば、パターンベクトルXは特徴数 $q$ に無関係となる。

このように、再構成されたパターンは量子化パター

Table 1 Example of reformed patterns in case (III)

Dimension Input Pattern	Dimension																Normalized factor
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
A	0	3	3	0	0	3	5	0	3	1	1	0	0	0	0	1	64 34
	1	1	0	0	1	2	3	1	2	2	2	1	0	0	0	2	
B	2	0	0	0	2	2	3	0	2	1	1	0	0	0	0	1	28 48
	2	1	1	0	3	2	1	0	4	0	0	0	2	2	2	0	
C	1	2	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7 13
	0	2	2	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	
D	1	1	1	0	2	0	0	0	2	0	0	0	1	1	1	0	14 9
	0	2	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	
E	2	4	1	1	2	1	1	0	2	0	2	0	2	2	1	0	45 81
	3	7	0	0	2	2	3	0	2	0	0	0	0	0	1	1	
F	3	3	2	0	1	2	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	35 30
	2	3	2	1	1	0	2	0	1	0	2	0	1	1	0	0	
G	1	2	1	0	2	0	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	23 13
	0	0	2	0	0	0	1	2	0	1	1	1	0	0	0	1	
H	0	2	1	0	1	1	2	1	1	2	1	2	0	1	1	1	25 38
	1	0	0	1	1	2	4	0	1	3	1	0	0	2	0	0	

ンから抽出した幾何学的特徴により構成されるので、認識に必要な情報は十分含んでいると考えられる。したがって、再構成されたパターンを認識システムへの入力パターンとして用いるなら、さきに述べた欠点を除いたパターン認識を行なうことができる。

**Table 1** に再構成されたパターンの例を示す。ただし、case は写像集合 F の相違による。

### 3. Walsh 関数のベクトル表示法<sup>2)6)</sup>

Walsh 関数を 16 次元の列ベクトルで表示する方法を以下に示す。

まず、Radmacher 関数をつぎのように定義する。

$$\phi_0(\theta) = \begin{cases} 1 & (0 \leq \theta < \frac{1}{2}) \\ -1 & (\frac{1}{2} \leq \theta < 1) \end{cases} \dots\dots\dots(10)$$

$$\phi_0(\theta + 1) = \phi_0(\theta)$$

$$\phi_r(\theta) = \phi_0(2^r \theta) \quad (r = 1, 2, \dots)$$

そこで、区間 [0, 1] を 16 の等区間に分け、

Radmacher 関数  $\phi_r$  を、この関数が各小区間を取る値を成分として、つぎのように 16 次元の列ベクトルで表わす。

$$\phi_r = [\phi_r(\theta_1), \phi_r(\theta_2), \dots, \phi_r(\theta)]^t \dots\dots(11)$$

$$(k-1)/16 \leq \theta_k < k/16$$

$$(k = 1, 2, \dots, 16)$$

さらに、 $\phi_k$  と  $\phi_l$  の積を

$$\phi_k * \phi_l = \begin{bmatrix} \phi_k(\theta_1) \phi_l(\theta_1) \\ \phi_k(\theta_2) \phi_l(\theta_2) \\ \vdots \\ \phi_k(\theta_{16}) \phi_l(\theta_{16}) \end{bmatrix} \dots\dots\dots(12)$$

と定義すれば、Walsh 関数 はつぎのように 16 次元の列ベクトル  $\psi_r$  で表わせる。

$$\psi_0 = [\underbrace{1, 1, \dots, 1}_{16}]^t \dots\dots\dots(13)$$

$$\psi_r = [\psi_{r1}, \psi_{r2}, \dots, \psi_{r16}]^t$$

$$= \phi_{r1} * \phi_{r2} * \dots * \phi_{r16}$$

ここに、

$$\psi_{rs} = \prod_{h=1}^{16} \phi_{rh}(\theta_s)$$

$$r = 2^{r_1} + 2^{r_2} + \dots + 2^{r_p}, \quad r_{l+1} < r_l \leq 3$$

Walsh 関数を以上のようにベクトル表示すれば、

$$(\phi_k, \phi_l) = 16 \delta_{kl} \dots\dots\dots(14)$$

$$(k, l = 1, 2, \dots, 16)$$

ここに、 $\delta_{kl}$  は Kronecker のデルタ

という関係があり、関数系の直交性は失なわれない。

**Table 2** に、16 次元のベクトルで表示した

Table 2 The sixteen discrete Walsh functions (+ : 1, - : -1)

Dimension Walsh F.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$\psi_0$	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
$\psi_1$	+	+	+	+	+	+	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-
$\psi_2$	+	+	+	+	-	-	-	-	+	+	+	+	-	-	-	-
$\psi_3$	+	+	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	+	+	+	+
$\psi_4$	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-
$\psi_5$	+	+	-	-	+	+	-	-	-	-	+	+	-	-	+	+
$\psi_6$	+	+	-	-	-	-	+	+	+	+	-	-	-	-	+	+
$\psi_7$	+	+	-	-	-	-	+	+	-	-	+	+	+	+	-	-
$\psi_8$	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-
$\psi_9$	+	-	+	-	+	-	+	-	-	+	-	+	-	+	-	+
$\psi_{10}$	+	-	+	-	-	+	-	+	+	-	+	-	-	+	-	+
$\psi_{11}$	+	-	+	-	-	+	-	+	-	+	-	+	+	-	+	-
$\psi_{12}$	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+
$\psi_{13}$	+	-	-	+	+	-	-	+	-	+	+	-	-	+	+	-
$\psi_{14}$	+	-	-	+	-	+	+	-	+	-	-	+	-	+	+	-
$\psi_{15}$	+	-	-	+	-	+	+	-	-	+	+	-	+	-	-	+

Walsh 関数を示す。

4. 特徴抽出<sup>7)</sup>

再構成されたパターン  $\mathbf{X}_m^{(n)}$  の集合  $X^s$  を,

$$X^s = \{\mathbf{X}_m^{(n)} \mid m = 1, 2, \dots, M, n = 1, 2, \dots, N\} \quad \dots\dots(15)$$

$$\mathbf{X}_m^{(n)} = [x_{m1}^{(n)}, x_{m2}^{(n)}, \dots, x_{m16}^{(n)}]^t \quad \dots\dots(16)$$

$m$ : パターンのクラス

$n$ : 各クラスに属するパターン

とする。ここに

$$(\mathbf{X}_m^{(n)}, \mathbf{X}_m^{(n)}) = 1$$

このとき、パターンベクトル  $\mathbf{X}_m^{(n)}$  は16次元のベクトルで表示された Walsh 関数系により

$$\mathbf{X}_m^{(n)} = a_{m0}^{(n)}\phi_0 + a_{m1}^{(n)}\phi_1 + \dots + a_{m15}^{(n)}\phi_{15} \quad \dots\dots(17)$$

と、線形表示できる。展開係数は(14式より

$$a_{mi}^{(n)} = \frac{1}{16}(\mathbf{X}_m^{(n)}, \phi_i) \quad (i = 0, 1, \dots, 15) \quad \dots\dots(18)$$

となる。したがって、展開係数  $a_{mi}^{(n)}$  はパターンベクトル  $\mathbf{X}_m^{(n)}$  の Walsh 直交空間における  $\phi_i$  軸への写影成分を表わし、パターン  $\mathbf{X}_m^{(n)}$  のもつ  $\phi_i$  軸方向の特徴量と考えられる。その結果、パターンベクトル  $\mathbf{X}_m^{(n)}$  の各軸への写影成分を要素としたベクトル  $\mathbf{a}_m^{(n)}$

$$\mathbf{a}_m^{(n)} = [a_{m0}^{(n)}, a_{m1}^{(n)}, \dots, a_{m15}^{(n)}]^t \quad \dots\dots(19)$$

はパターン  $\mathbf{X}_m^{(n)}$  に固有のものとなる。そこで、ベクトル  $\mathbf{a}_m^{(n)}$  をパターン  $\mathbf{X}_m^{(n)}$  の特徴ベクトルと定義する。

Fig. 1 に、パターン  $\mathbf{X}_m^{(n)}$  がパターン空間から特徴空間である Walsh 直交空間へ写像される様子を示す。

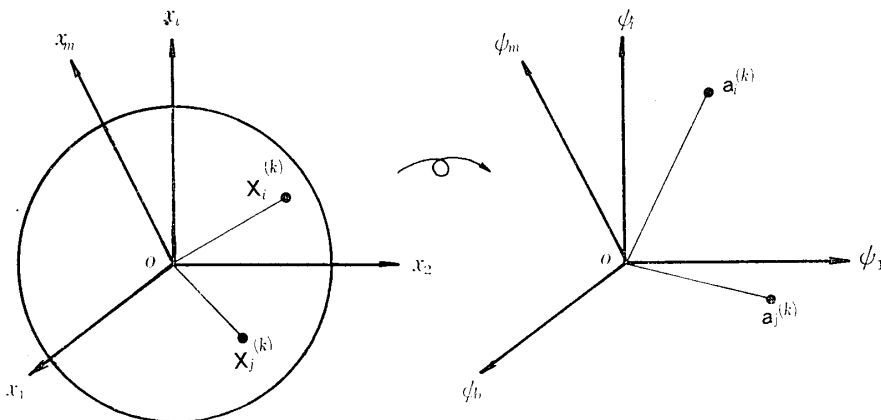


Fig. 1 Mapping two pattern vectors into Walsh orthogonal space

5. 識別法

前節で定義した特徴ベクトルを用い、未知パターン  $\mathbf{X}$  をつぎのように識別する。

まず、クラス  $m$  の特徴ベクトル  $\mathbf{a}_m$  として、そのクラスに属する各パターンの特徴ベクトルの確率平均をとる。そのとき  $\mathbf{a}_m$  はつぎのように表わされる。

$$\mathbf{a}_m = [a_{m0}, a_{m1}, \dots, a_{m15}]^t \quad \dots\dots(20)$$

$$a_{mi} = \sum_{n=1}^N P(\mathbf{X}_m^{(n)}) a_{mi}^{(n)}$$

( $m = 1, 2, \dots, M$ )

ここに、 $P(\mathbf{X}_m^{(n)})$  はパターン  $\mathbf{X}_m^{(n)}$  の生起確率。

この結果、各クラスの特徴ベクトル  $\mathbf{a}_m$  ( $m = 1, 2, \dots, M$ ) は、各クラスに属するパターンの確率的な平均の意味で代表特徴ベクトル (typical feature vector

) となる。このとき、同一クラスに属するパターンは類似の特徴ベクトルをもち、そのクラスの代表特徴ベクトルの周囲に集まると考えられる。したがって、各パターンの特徴ベクトルとそのパターンの属するクラスの代表特徴ベクトルとの距離は、他のクラスの代表特徴ベクトルとの距離にくらべて短い。そこで、距離の概念を用いて未知パターンを識別するとすれば、未知パターン  $\mathbf{X}$  はその特徴ベクトル  $\mathbf{a}_x$  に最も近い代表特徴ベクトルをもつクラスに属すとみなされる。すなわち、未知パターン  $\mathbf{X}$  の特徴ベクトル

$$\mathbf{a}_x = [a_{x0}, a_{x1}, \dots, a_{x15}]^t \quad \dots\dots(21)$$

$$a_{xi} = \frac{1}{16}(\mathbf{X}, \phi_i) \quad (i = 0, 1, \dots, 15)$$

とクラス  $m$  ( $m = 1, 2, \dots, M$ ) の代表特徴ベクトル  $\mathbf{a}_m$  との距離  $D_m(\mathbf{X})$  を、

$$D_m(\mathbf{X}) = \sum_{i=0}^{15} (a_{xi} - a_{mi}) \quad \dots\dots\dots(22)$$

とすれば、 $D_m(\mathbf{X})$  は未知パターンとクラス  $m$  の特徴量の差の2乗を意味することになる。したがって、未知パターン  $\mathbf{X}$  は  $D_m(\mathbf{X})$  の最も小さいクラスに属するものと識別することができる。この結果、識別関数  $d(\mathbf{X})$  は、

$$d(\mathbf{X}) = \min \{D_m(\mathbf{X}) \mid m = 1, 2, \dots, M\} \quad \dots\dots\dots(23)$$

となる。

Fig. 2 に、認識システムのブロック図を示す。

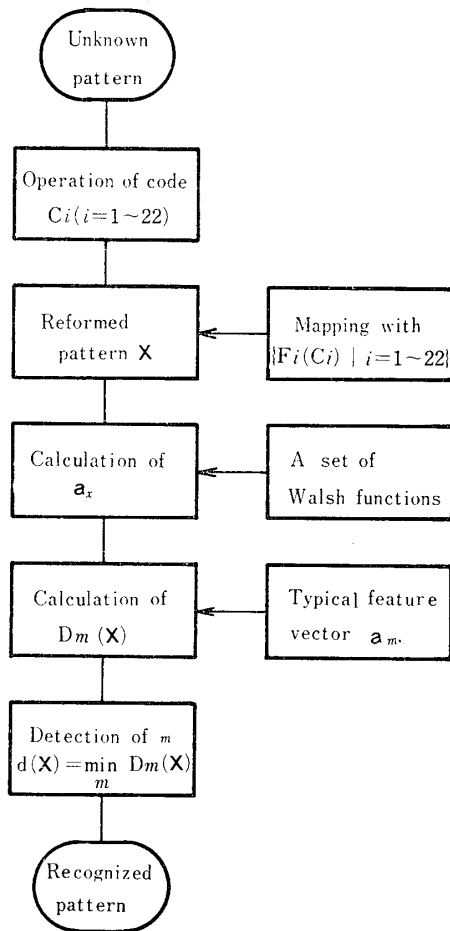


Fig. 2 Block diagram

## 6. 実験方法

認識実験には手書きのアルファベット大文字 (A~H) を用いた。原パターンを {0, 1} 要素で 225次元 (15×15) に量子化したのち、再構成を行なって16次元のベクトルに変換した。再構成されたパターンは、写像集合 F の相違により異なったものとなるが、ここでは3種類を考えそれぞれ case (I), case (II), case (III) とした。

代表特徴ベクトルは、各クラスともパターンの生起確率  $P(\mathbf{X}_m^{(n)})$  を1/15として15個のサンプルパターンにより求め、認識実験は64個の未知パターンを用いて行なった。

さらに、識別に用いるパラメータの数は少ない方が認識システムが簡単になるという立場から、Walsh 直交空間の次元をつぎに示す2方法で軽減し、上に述べたパターンについて認識率の変化の様子を調べた。

**方法(a)：** 代表特徴ベクトルの成分を、各次元ごとに全クラスにわたって平均し、その絶対値を求める。そして、その値の小さい次元を構成する Walsh 直交関数系の要素から順に取り除く。

**方法(b)：** 代表特徴ベクトルの成分の全クラスについての分散を、各次元ごとに求める。そして、その値の小さい次元を構成する Walsh 直交関数系の要素から順に取り除く。すなわち、クラス  $m(m = 1, 2, \dots, M)$  の代表特徴ベクトル  $\mathbf{a}_m$  を、

$$\mathbf{a}_m = [a_{m0}, a_{m1}, \dots, a_{m15}]^t$$

とするとき、

$$Var(a_{mi}) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left( a_{mi} - \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M a_{mi} \right)^2 \quad \dots\dots\dots(24)$$

$$(i = 0, 1, \dots, 15)$$

の小さい次元  $i$  に対応する Walsh 直交空間の座標軸  $\phi_i$  から順に取り除く。

**方法(a)** は、つぎの考えに基づく。すなわち、代表特徴ベクトルがもつ成分の大小は、その次元を構成する座標軸方向の特徴量の大小を意味する。したがって、全クラスの代表特徴ベクトルについてその方向の特徴量の少ない座標軸は、未知パターンの識別に必要な情報量が少ない。そこで、特徴量の少ない座標軸から順に除くことで、認識に必要な情報の損失を最小にして Walsh 直交空間の次元を軽減することができる。

**方法(b)** は、各クラスの代表特徴ベクトル間の距離の短縮を最小にして直交空間の次元を軽減する方法である。すなわち、各クラスのパターンはそのクラスの代表特徴ベクトルの周囲に集まっているとすれば、各クラスの代表特徴ベクトル間の距離はできるだけ長い方が距離の概念を用いた未知パターンの識別にはつごうがよい。したがって、Walsh 直交空間の次元を軽減する方法も、代表特徴ベクトル間の距離の短縮を最小とすることが望ましいという考えに基づく。

## 7. 実験結果と考察

未知パターンの識別に、パターンベクトルの Walsh

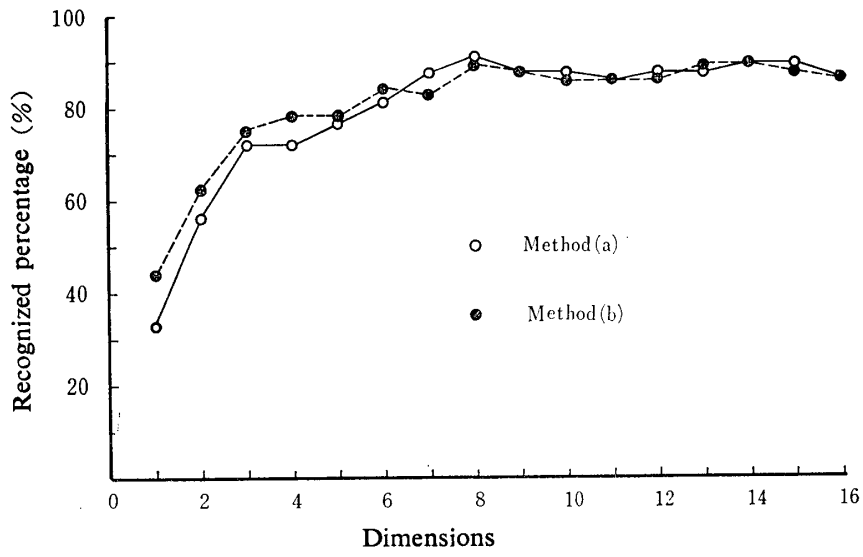


Fig. 3 Recognized percentage against the number of dimensions in case (I)

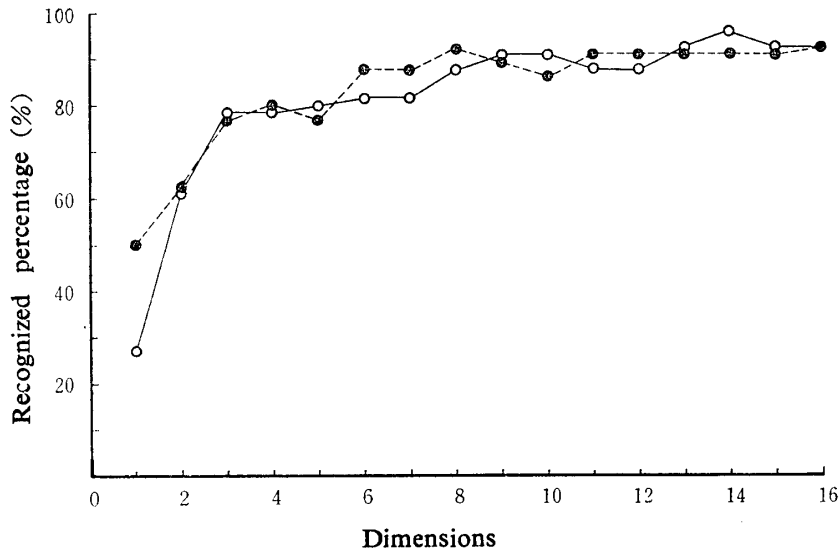


Fig. 4 Recognized percentage against the number of dimensions in case (II)

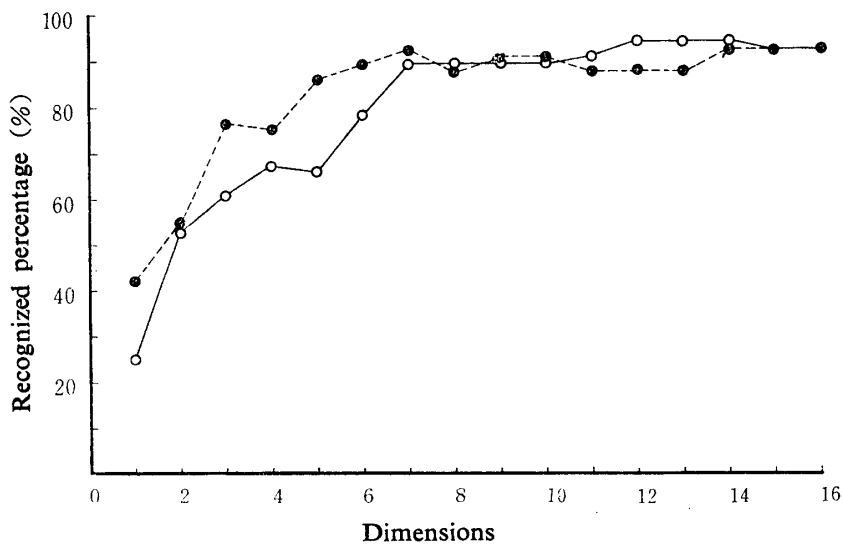


Fig. 5 Recognized percentage against the number of dimensions in case (III)

直交関数系による展開係数を全て用いたとき、認識率は、case (I), case (II), case (III) の各場合においてそれぞれ87.9%, 92.2%, 92.2%であった。Fig. 3, Fig. 4, Fig. 5 に、方法 (a) と方法 (b) を適用して Walsh 直交空間の次元を軽減したときの認識率の変化の様子を示す。これらの図より、方法 (a) と方法 (b) は次元の軽減が少ないと (6~7次元以上) 顕著な差はみられず、この範囲では次元の減少にたいする認識率の低下は少ない。さらに、方法 (a) によれば、次元を軽減しない場合よりむしろ高い認識率が得られる。また、次元の軽減が多いと (6~7次元以下) 方法 (a) にくらべ方法 (b) による方が全体的に認識率はよいことがわかる。

## 8. むすび

以上の実験結果から以下のことが明らかとなった。

- (1) 量子化パターンを前もって処理し、低次元の再構成されたパターンに変換しても、Walsh 直交展開法により十分な認識結果が得られる。また、認識対象が手書き文字であったことを考慮すれば、再構成されたパターンを認識システムの入力パターンとすることで、歪 (変形) のあるパターンについても良好な認識結果が得られるものと考えられる。
- (2) 再編成されたパターンを用いることで、計算処理の時間が短縮され、メモリーが少なくてすむ。この利点は、各要素が-1と1の成分からなるベクトルで表示される Walsh 直交関数系を用いることでさらに助長される。
- (3) 未知パターンの識別には、かならずしも(16式)における展開係数の全てが必要ではなく、情報量の少ないものを除くことで認識率がむしろ高くなる場合

も起こる。

以上の結論は、認識システムを単純化できるという意味で重要である。しかし、最良 (認識率が最高となる。または認識システムの使用目的から望まれるという意味で) の Walsh 直交空間の次元とその座標軸として選ばれるべき Walsh 直交関数系の要素の決定。さらに、パターンを再構成する際の写像集合  $F$  やパターンクラスの数がそれらにおよぼす影響の解析については今後の課題である。

謝辞 終わりに、日ごろご指導いただいている山口大学工学部平田威彦助教授に感謝する。さらに、本文をまとめるに当たり、手助けいただいた昭和48年度卒論生に感謝する。

## 参考文献

- 1) A.N. Mucciardi and E.E. Gose: "Evolutionary pattern recognition in incomplete nonlinear multithreshold networks", IEEE Trans., EC-15, 2, p. 257 (April 1966)
- 2) 淀川英司, 木村正行: "Walsh-Fourier 展開方式による図形認識の基礎的考察", 信学会オートマトン研資, A67-18 (昭42-6)
- 3) 小沢一雅, 田中幸吉: "コヒーレント光を用いた視覚パターンの特徴抽出(2)", 昭43 信学連大, 90
- 4) 瀬良豊士: "再構成されたパターンに関する一考察" 山口大学工学部研究報告, 22, 8 (昭47-2)
- 5) 瀬良豊士: "再構成された低次元パターンに関する一考察", 昭47 電気四学会中国支部, 32316
- 6) John L. Shanks: "Computation of the fast Walsh-Fourier transform", IEEE Trans., C-18, p. 457 (May 1969)
- 7) 川下, 鳥岡, 平田: "Walsh 直交展開を用いたパターン認識の基礎的考察", 昭和48, 電気四学会中国支部, 32328

(昭和48年12月15日受理)