

スムーサによるパラメータ推定

川 添 容 宏*

Parameter Estimation Using the Smoother

Yasuhiro KAWAZOE

Abstract

The problem of the parameter estimation in the discrete-time system is considered by the use of the algorithm of the smoothing which is developed by Meditch. The main approach is estimating the new vector combined with the states and the unknown parameters making use of the smoother, but it is not possible to apply the combined vector directly to it, because of the limitation of the smoother where the noise covariance matrices are assumed to be positive definite. Adding the imaginary independent Gaussian noise with zero mean to the unknown parameter vector, the smoother applies to the parameter estimation. As a numerical example, the parameter estimation of the first-order nonlinear system is examined.

1. 緒 言

パラメータ推定あるいは同定問題にフィルタ理論を適用した研究についてはすでに多くその成果が報告されている^{1),2),3),4),5)}。その共通のアプローチとしては、未知パラメータベクトルを状態ベクトルに付加することにより新たな結合ベクトルをつくり、それを一種の状態ベクトルとみなすことにより未知パラメータの推定を状態ベクトルの推定に帰着せしめるものである。この場合、考察する系が線形、非線形を問わず結合状態ベクトル推定問題は非線形推定問題となるのが普通である。したがって、一般に適用すべきフィルタ理論は非線形フィルタ理論となる。

非線形フィルタは Kushner によって理論的に考察されており、その結果によると最適非線形フィルタを構成するには無限次元のモーメントが必要とされる。しかしながら、実際の工学上の場においては、無限次元のモーメントまで計算することはできないので、適当な有限次元のモーメントで近似した各種の近似非線形フィルタが提案されている。

一方、非線形スムーサについての研究はフィルタ問題ほど活発には発表がなされていないが、最初に、Bryson と Frazier の連続時間形の系についての研究を見ることができ⁶⁾。その後、Cox は一次近似の非線形のフィルタリング、スムージングのアルゴリズム

を導出し⁷⁾、特に、線形スムーサに関して Bryson, Frazier と同様の結果を得ている。また、Meditch は marginal maximum likelihood estimation の立場から非線形離散時間形の系に対するフィルタリング、スムージング、プレディクションの統一アルゴリズムを導いている⁸⁾。そこでは二次近似フィルタ⁹⁾と同様非線形関数の連続微分可能性を仮定している。

さらに状態付加雑音と観測雑音の正定値の分散行列を仮定している。このスムージング解は各段におけるフィルタリング解を基に構成されており、逐次解計算の出発条件として一番新しい段におけるフィルタリング解を用いて時間の逆方向に計算を実行していく。

著者は、オンラインで、未知パラメータの推定アルゴリズム計算が可能なほどサンプリング周期が十分長いような場合とか、かならずしもオンラインでの未知パラメータ推定を必要とせず、観測情報をいったんくわえた後でバッチ処理をすることによっても十分に目的を達成することができるような場合などにおいては、むしろスムーサ推定理論によって未知パラメータを推定したほうがフィルタ理論の場合と同等もしくはそれ以上の推定効果をあげることが期待できるであろうことに着目して、離散時間形の系の未知パラメータ推定問題を非線形スムーサによって検討する。なお、線形系は一般には非線形系に包含して考えることがで

* 工業短期大学部電気工学科

きるから、ここでは、一般理論として非線形系を考察の対象とすることにする。

本研究においては、スムーザ理論として Meditch によって導出されたものを適用している。この場合問題となるのが、非線形関数の連続微分可能性と状態付加雑音ならびに観測誤差雑音の分散行列の正定値性である。

前者については、未知パラメータ推定の理論上からは状態ベクトルのみならず未知パラメータに関する非線形関数の連続微分可能性が保証されなければならない。工学上のほとんどの場合、この制約条件は満足されているであろう。後者の問題については、この制約のほうが工学上では特例と考えられるであろう。ここでは前述のアルゴリズム適用上、雑音の存在しない項については疑似雑音を付加している。

2. 問題の設定

平均値零、有限値分散行列の雑音で汚されている非線形離散時間形のダイナミックシステム中に未知パラメータが存在し、観測が状態値の非線形関数として得られ、かつ、平均値零、有限値分散行列を持つ観測雑音を伴う場合について考える。

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\alpha}) + \mathbf{w}_k \quad (1)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \quad (2)$$

ただし、

\mathbf{x} : 状態ベクトル, $n \times 1$

\mathbf{y} : 観測ベクトル, $m \times 1$

$\boldsymbol{\alpha}$: 未知パラメータベクトル, $a \times 1$

\mathbf{w} : 状態付加雑音, $n \times 1$, $N(0, W)$

\mathbf{v} : 観測誤差雑音, $m \times 1$, $N(0, V)$

\mathbf{f} : \mathbf{x} , $\boldsymbol{\alpha}$ に関し少なくとも2回連続微分可能なベクトル関数, $n \times 1$

\mathbf{h} : \mathbf{x} に関し少なくとも2回連続微分可能なベクトル関数, $m \times 1$

k : サンプルング時点, 段

ここで、雑音の $N(0, \cdot)$ は互に独立な正規性白色雑音を意味するものとする。ここでは、 \mathbf{w} と \mathbf{v} は互に独立な雑音とする。 W と V は正定値行列とする。

本稿の目的は N 段 ($N \geq 0$) までの観測情報列 $\{\mathbf{y}_0, \dots, \mathbf{y}_N\}$ を得て、未知パラメータ $\boldsymbol{\alpha}$ と状態ベクトル \mathbf{x}_k , $k = N, N-1, \dots, 0$ の推定を行うことである。

3. スムーザ

未知パラメータ $\boldsymbol{\alpha}$ の推定を考察する前に、一般的な非線形スムージングのアルゴリズムについて考えることにする。考えるシステムは(1)式、(2)式と同様なもの

とし、パラメータはすべて既知であるとする。したがって、(1)式において、パラメータについての変数は考慮に入れる必要がなくなり、非線形関数は単に状態ベクトルについてのみ考えに入れることにする。よって、ここで考える系は

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{w}_k \quad (3)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \quad (2)$$

ここで、各記号等は2.と同様であるとする。

ここでの問題は N 段までの観測情報列 $\{\mathbf{y}_0, \mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_{N-1}, \mathbf{y}_N\}$ を得て、 \mathbf{x}_k , $k = N-1, N-2, \dots, 1, 0$, をスムージング推定することである。

marginal maximum likelihood estimation の立場から考え、尤度関数として N 段までの観測情報の条件下での \mathbf{x}_k と \mathbf{x}_{k+1} の結合確率密度関数をとることにする。いま、 N 段までの観測情報列を

$$Y_N \triangleq \{\mathbf{y}_0, \mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_{N-1}, \mathbf{y}_N\} \quad (4)$$

のように表わし、尤度関数を

$$L(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{k+1} | Y_N) \triangleq \ln p(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{k+1} | Y_N) \quad (5)$$

として定める。(5)式はさらに次のように変形することができる。

$$\begin{aligned} L(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{k+1} | Y_N) &= \ln p(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{k+1}, Y_N) - \ln p(Y_N) \\ &= \ln \{p(\mathbf{y}_{k+1}, \dots, \mathbf{y}_{N-1}, \mathbf{y}_N | \mathbf{x}_{k+1}) \\ &\quad p(\mathbf{x}_{k+1} | \mathbf{x}_k) p(\mathbf{x}_k | Y_k)\} - \ln p(Y_N) \end{aligned} \quad (6)$$

(6)式において $p(\mathbf{x}_{k+1} | \mathbf{x}_k)$ は、いま、 $\{\mathbf{w}_k, k = 0, 1, \dots\}$ が独立な平均値零の正規性白色雑音であるから次のように表わすことができる。

$$p(\mathbf{x}_{k+1} | \mathbf{x}_k) = \psi_{k+1} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \|\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{f}(\mathbf{x}_k)\|_{Q_k}^{-2} \right\} \quad (7)$$

ここで、

$$\psi_{k+1} = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n \det Q_k}} \quad (8)$$

$\|\cdot\|$ の記号はノルム記号であり、 \det は行列式を表わす。

また、(6)式の $p(\mathbf{x}_k | Y_k)$ は、いま $\hat{\mathbf{x}}_{k/k}$ を Y_k なる情報を得た \mathbf{x}_k の条件付平均値とし、その誤差分散行列を $P_{k/k}$ で表わすことにすれば、近似的に次のように書ける。

$$p(\mathbf{x}_k | Y_k) \approx \phi_k \exp \left\{ -\frac{1}{2} \|\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k/k}\|_{P_{k/k}^{-1}}^2 \right\} \quad (9)$$

ここで、

$$\phi_k = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n \det P_{k/k}}} \quad (10)$$

スムージング解は尤度関数 $L(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{k+1}, Y_N)$ を最

大にするような $\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{k+1}$ として得られるから, (7), (9)の両式を(6)に代入して整理すれば, スムージング解は次によって得られる.

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{k+1}} L(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{k+1}, Y_N) \\ & = \max_{\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{k+1}} \{ \ln p(\mathbf{y}_{k+1}, \dots, \mathbf{y}_N | \mathbf{x}_{k+1}) \\ & \quad - \frac{1}{2} \|\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k/k}\|^2 P_{k/k}^{-1} - \frac{1}{2} \|\mathbf{x}_{k+1} \\ & \quad \quad - \mathbf{f}(\mathbf{x}_k)\|^2 Q_k^{-1} \} \quad (11) \end{aligned}$$

いま, $k=N-1$ とおけば $\hat{\mathbf{x}}_{k+1/N}$ は $\hat{\mathbf{x}}_{N/N}$ となり, これは N 段における状態推定値である. また, $p(\mathbf{y}_{k+1}, \dots, \mathbf{y}_N | \mathbf{x}_{k+1})$ が \mathbf{x}_k とは独立であることから, (11)式は,

$$\begin{aligned} J(\mathbf{x}_k, Y_N) & \triangleq \|\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k/k}\|^2 P_{k/k}^{-1} \\ & \quad + \|\hat{\mathbf{x}}_{k+1/N} - \mathbf{f}(\mathbf{x}_k)\|^2 Q_k^{-1} \end{aligned}$$

を最小にするような \mathbf{x}_k を求める問題となる. その解を $\hat{\mathbf{x}}_{k/N}$ とおけば, そのアルゴリズムは次のように示される.

$$\hat{\mathbf{x}}_{k/N} = \hat{\mathbf{x}}_{k/k} + A_k(\hat{\mathbf{x}}_{k+1/N} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1/k}) \quad (13)$$

$$P_{k/N} = P_{k/k} + A_k(P_{k+1/N} - P_{k+1/k})A_k' \quad (14)$$

ただし,

$$A_k = [I - P_{k/k} \gamma_x(\hat{\mathbf{x}}_{k/k}, \hat{\mathbf{x}}_{k+1/N})]^{-1} P_{k/k} f_x'(\hat{\mathbf{x}}_{k/k}) Q_k^{-1} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \gamma_x(\hat{\mathbf{x}}_{k/k}, \hat{\mathbf{x}}_{k+1/N}) & = f_x'(\hat{\mathbf{x}}_{k/k}) Q_k^{-1} [\hat{\mathbf{x}}_{k+1/N} - \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k/k})] \\ \gamma_x(\hat{\mathbf{x}}_{k/k}, \hat{\mathbf{x}}_{k+1/N}) & = \partial \gamma(\hat{\mathbf{x}}_{k/k}, \hat{\mathbf{x}}_{k+1/N}) / \partial \mathbf{x}_k | \mathbf{x}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k/k} \quad (17) \end{aligned}$$

$$k = N-1, N-2, \dots, 0$$

ここで,

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_{k/k} : k \text{ 段におけるフィルタリング推定値} \\ P_{k/k} : \hat{\mathbf{x}}_{k/k} \text{ の誤差分散行列} \\ \hat{\mathbf{x}}_{k+1/k} : k \text{ 段における次段の予測値} \\ P_{k+1/k} : \hat{\mathbf{x}}_{k+1/k} \text{ の誤差分散行列} \end{cases}$$

である. $\hat{\mathbf{x}}_{k/k}$ は尤度関数として

$$\ln p(\mathbf{x}_k | Y_k) \quad (18)$$

をとることによって, また, $\hat{\mathbf{x}}_{k+1/k}$ は尤度関数として,

$$\ln p(\mathbf{x}_{k+1} | Y_k) \quad (19)$$

をとることによって, そのアルゴリズムは次のように表わされる.

$$\hat{\mathbf{x}}_{k/k} = \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} + G_k[\mathbf{y}_k - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1})] \quad (20)$$

$$P_{k/k} = [I - P_{k/k-1} g_x(\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}, \mathbf{y}_k)]^{-1} P_{k/k-1} \quad (21)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1/k} = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k/k}) \quad (22)$$

$$P_{k+1/k} = f_x(\hat{\mathbf{x}}_{k/k}) P_{k/k} f_x'(\hat{\mathbf{x}}_{k/k}) + Q_k \quad (23)$$

ここで,

$$f_x(\hat{\mathbf{x}}) = \partial \mathbf{f}(\mathbf{x}) / \partial \mathbf{x} | \mathbf{x} = \hat{\mathbf{x}} \quad (24)$$

$$G_k = P_{k/k} h_x'(\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}) R_k^{-1} \quad (25)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}_k) = h_x'(\mathbf{x}) R_k^{-1} [\mathbf{y}_k - \mathbf{h}(\mathbf{x})] \quad (26)$$

$$g_x(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{y}_k) = \partial \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}_k) / \partial \mathbf{x} | \mathbf{x} = \hat{\mathbf{x}} \quad (27)$$

(13)式, (14)式 of アルゴリズムは出発条件として, $\hat{\mathbf{x}}_{N/N}, \hat{\mathbf{x}}_{N/N-1}, \hat{\mathbf{x}}_{N-1/N-1}, P_{N/N}, P_{N/N-1}, P_{N-1/N-1}$ を与えることによって逆時間方向に逐次計算される.

4. パラメータ推定

2. の問題の設定であげられた離散時間形系の中に未知なるパラメータが存在し, 状態値のある観情報列からその未知パラメータを推定する方法を考察する. 考える系は(1)式, (2)式である.

いま, 実状態ベクトル \mathbf{x}_k と未知パラメータベクトル \mathbf{a} を一つにまとめて新たに作られたベクトルを \mathbf{X}_k で表わすことにしよう.

$$\mathbf{X}_k = [\mathbf{x}_k', \mathbf{a}'] \quad (28)$$

(1)式, (2)式はそれぞれ \mathbf{X}_k で書き改めることができ,

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{F}(\mathbf{X}_k) + [\mathbf{w}_k', \mathbf{0}]' \quad (29)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}(\mathbf{X}_k) + \mathbf{v}_k \quad (30)$$

のような形で表わせる. ここで,

$\mathbf{F} : \mathbf{X}_k$ に関し少なくとも2回連続微分可能な非線形関数ベクトル, $(n+a) \times 1$

$\mathbf{H} : \mathbf{X}_k$ に関し少なくとも2回連続微分可能な非線形関数ベクトル, $m \times 1$

(29)式において, \mathbf{X}_k のパラメータ \mathbf{a} についての遷移式のみを記述すれば,

$$\mathbf{a}_{k+1} = \mathbf{a}_k \quad (31)$$

となる. したがって, この式の中には雑音分が存在していない. (29)式の付加雑音ベクトルの項の要素ベクトル $\mathbf{0}$ がそのことを示している. よって, (29)式のまま, つまり, パラメータに関しては(30)式のままとすれば $[\mathbf{w}_k', \mathbf{0}]'$ なる雑音ベクトルの分散行列は正定でなくなり, このままの形ではスムーサは適用できなくなる. そこで, パラメータベクトル \mathbf{a} に適当な, 平均値零, 分散 U_k なる独立な正規性白色雑音 \mathbf{u}_k を付加することにすれば,

$$\mathbf{a}_{k+1} = \mathbf{a}_k + \mathbf{u}_k \quad (32)$$

となる. いま,

$$\mathbf{W}_k = [\mathbf{w}_k', \mathbf{u}_k'] \quad (33)$$

とおけば, (29)式のかわりに, 新たに次のような状態方程式を得る.

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{F}(\mathbf{X}_k) + \mathbf{W}_k \quad (34)$$

ここで,

$$E(\mathbf{W}_k) = \mathbf{0} \quad (35)$$

$$E(\mathbf{W}_i \mathbf{W}_k') = \begin{bmatrix} Q_k & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & U_k \end{bmatrix} \equiv \Gamma_k \delta_{ik} \quad (36)$$

であり, δ_{ik} はクロネッカーの記号である. (34), (30)両式を考えれば, おのこの, (3)式, (2)式と同様な形をしており, N 段までの観測情報列から smoother によって \mathbf{X} のスムージング推定値を逐次計算によって求めることが可能となる. したがって未知パラメータベクトル α の推定値が得られることになる. そのアルゴリズムは次のようになる.

$$\hat{\mathbf{X}}_{k/N} = \hat{\mathbf{X}}_{k/k} + A_k(\hat{\mathbf{X}}_{k+1/N} - \hat{\mathbf{X}}_{k+1/k}) \quad (37)$$

$$P_{k/N} = P_{k/k} + A_k(P_{k+1/N} - P_{k+1/k})A_k' \quad (38)$$

ここで,

$$A_k = [I - P_{k/k} \gamma_X'(\hat{\mathbf{X}}_{k/k}, \hat{\mathbf{X}}_{k+1/N})]^{-1} P_{k/k} f_X'(\hat{\mathbf{X}}_{k/k}) \Gamma_k^{-1} \quad (39)$$

$$\gamma(\mathbf{X}_k, \hat{\mathbf{X}}_{k+1/N}) = f_X'(\mathbf{X}_k) \Gamma_k^{-1} [\hat{\mathbf{X}}_{k+1/N} - \mathbf{f}(\mathbf{X}_k)] \quad (40)$$

$$\gamma_X(\hat{\mathbf{X}}_{k/k}, \hat{\mathbf{X}}_{k+1/N}) = \partial \gamma(\mathbf{X}_k, \hat{\mathbf{X}}_{k+1/N}) / \partial \mathbf{X}_k | \mathbf{X}_k = \hat{\mathbf{X}}_{k/k} \quad (41)$$

(37)式, (38)式において必要とされる \mathbf{X}_k のフィルタリング, プレイクシヨンの推定値, 誤差分散は(20)式から(23)式において \mathbf{x} を \mathbf{X} に, Q を Γ に置きかえることにより計算される. その概略ブロック図を Fig. 1 に示す.

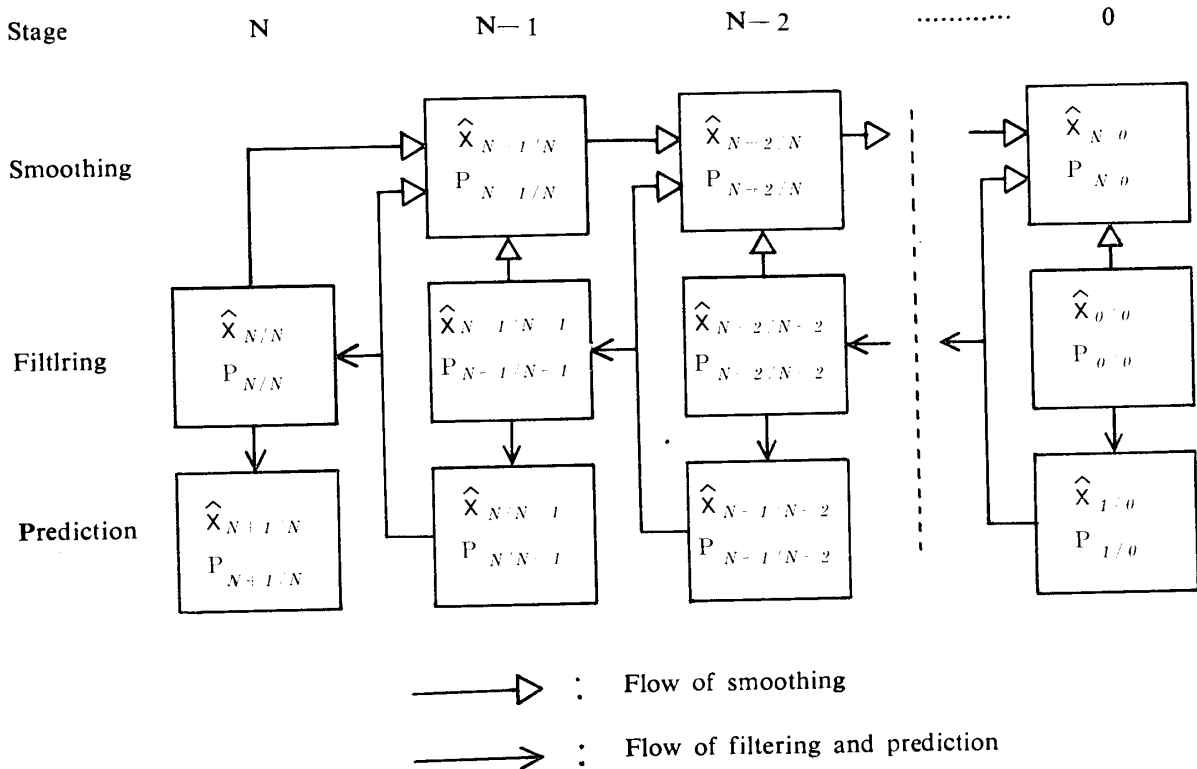


Fig. 1 Signal flow of smoothing, filtering and prediction for estimation of parameters

5. 例 題

未知パラメータ θ を持っている次のような非線形1次元系のパラメータ推定を考える.

$$x_{k+1} = x_k + \theta \cdot (x_k)^2 + w_k \quad (42)$$

$$y_k = (x_k)^2 + v_k$$

ここで, 状態付加雑音 w_k と観測誤差雑音 v_k はたがいに独立なる正規性白色雑音とする.

$$E(w_k) = E(v_k) = \mathbf{0} \quad (44)$$

$$E(w_i w_k) = Q \delta_{ik} \quad (45)$$

$$E(v_i v_k) = R \delta_{ik} \quad (46)$$

$$E(v_i w_k) = \mathbf{0} \quad (47)$$

未知パラメータ θ の疑似付加雑音を u_k とする.

$$E(u_k) = \mathbf{0} \quad (48)$$

$$E(u_i u_k) = U \delta_{ik} \quad (49)$$

$$E(u_i w_k) = E(u_i v_k) = \mathbf{0} \quad (50)$$

結合ベクトル \mathbf{X}_k を

$$\mathbf{X}_k = [x_k, \theta]' \quad (51)$$

によって定義することにより, スムージングアルゴリズム(37)式, (38)式を適用すれば \mathbf{X}_k のスムージング解を得ることができる.

実験データは次のとおりである.

$$\text{真値: } \mathbf{X}_0 = [1.0 \quad -0.2]'$$

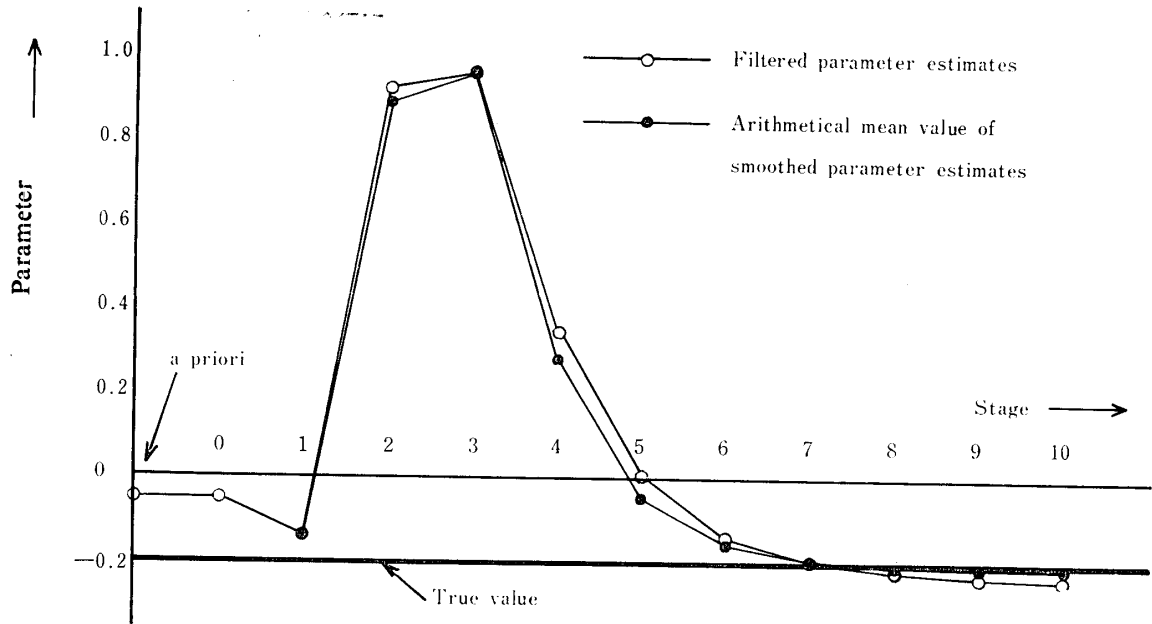


Fig. 2 Parameter estimates in the example

先験値: $\hat{\mathbf{X}}_{0/-1} = [0.3 \quad -0.05]'$
 先験誤差分散: $\mathbf{P}_{0/-1} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}$
 $Q = 0.1 \times 10^{-3}$
 $R = 0.1 \times 10^{-3}$
 $U = 0.1 \times 10^{-3}$

以上のデータより得られたパラメータ推定の実験結果をFig. 2に示す。

6. 検討ならびに結果

例題のパラメータ推定の収束は7段で達成された。

Fig. 2は各段のフィルタリングによるパラメータ推定値と、各段ごとにスムージングを行なうことにより得られた推定値の算術平均値をプロットしている。スムージング推定値の算術平均をとったのは、考えている未知パラメータとして時不変パラメータをとりあつかっているためと付加雑音を考慮に入れているためである。実験結果は二者ともほぼ同様な推定傾向をたどっているが、スムージングによるほうが良好な結果を示していることがわかる。7段以後はほぼ収束しているが、フィルタリング推定値にバイアスが若干認められる。スムージング推定値の算術平均値のバイアスはほとんど無視できる大きさである。

本論文で適用したスムーサはフィルタリングの推定値を基にしてスムージング解を得るものであった。観測値が得られるごとにフィルタリング解を求めて、フィルタ推定値を見ながら、その収束状況により適当な

時点においてスムージングアルゴリズムを計算し両者の推定値を比較検討することが可能である。あるいは各観測時点においてはいちいちフィルタリング計算をやらずに観測情報のみを貯えておき、スムージング計算を実施する段階になってそのつどフィルタリング計算をやってもよい。しかし、一般には、計算機に余裕があるかぎりにおいては、各時点ごとにフィルタリング計算ならびにスムージング計算をやっていけば未知パラメータの推定値の収束状況を詳細に把握できるであろう。

推定値の収束性に影響を与えるものとしては、先験情報があげられる。このことはすべてのフィルタにいいことで、フィルタを実施する前の統計的処理段階で未知量に関する情報をできるだけ正確につかんでいなければならない。バッチ処理でスムージングによってパラメータ推定する方法は広義には統計的処理方法の中に入れてしまうこともできるであろう。さらに系雑音、観測誤差雑音も収束性を悪化させる一因となる。

本実験結果にも見られるように、ガウス近似のためしばしばバイアスの存在が推定値に見られる。このバイアスの軽減のためには、たとえば、繰り返しフィルタスムーサ¹⁰⁾の適用が考えられる。

パラメータ推定法に関する問題点は未知パラメータベクトルに疑似付加雑音を導入したことである。このことは適用したスムーサの仮定条件にも関連がある。

現在、疑似雑音の発生は計算機で容易にできるが、

実システムでパラメータ値に外乱雑音を加えるには、まずその未知パラメータが可変パラメータでなければならぬという大きな制約が存在する。そうでない場合はパラメータに正規性白色雑音を付加するということは工学的見地からは不可能な場合も生じてくるであろう。パラメータ疑似付加雑音の実現が可能なる場合、次に注意を要するのはその分散の大きさであろう。未知パラメータの実際の値にくらべ大きすぎると推定値の収束性の悪化を招くおそれがあるなど系雑音ならびに観測雑音と同様な意味を持つ。

7. 結 言

本論文は未知パラメータを含む離散時間形非線形系のパラメータ推定の問題をスモータ理論を適用することにより考察してきた。現在、非線形フィルタ理論はスモータも含めていろいろな角度から工学的アプローチが試みられており、推定理論によるパラメータ推定の問題も結局は使用するフィルタの性能と、フィルタを適用するまでの未知量に対する統計的なデータ処理、

先験的情報の質いかんにかかっているといえる。

参 考 文 献

- 1) 榎本義一, 片山 徹: 制御工学, **12**, 326 (1968)
- 2) 相良節夫: 計測と制御, **8-4**, 268 (1969)
- 3) 茅 陽一: 計測と制御, **9**, 106 (1970)
- 4) 辻 節三, 熊丸耕介: 京都大学数理解析研究析講義録 90 (1970)
- 5) 辻 節三, 川添容宏: 九州大学工学集報, **43**, 462 (1970)
- 6) E. E. Bryson and M. Frazier: TRASD-TDR-63, 119 (1963)
- 7) H. Cox: IEEE Trans. AC-9, 5 (1964)
- 8) J. S. Meditch: Proc. Ann Allerton Conf Circuit Syst Theory, **7 th**, 293 (1969)
- 9) M. Athans, R. P. Wishner, and A. Bertolini: IEEE Trans. AC-13, 504 (1968)
- 10) Y. Kawazoe: Technology Reports of the Yamaguchi University, **1**, 151 (1973)
- 11) 川添容宏: 昭和47年電気四学会中国大会講演論文集, **43** (1972)

(昭和47年12月15日受理)