

ブラシレス電動機の研究

(第 1 報)

城市久徳*・陶山俊道**

Study on the Brushless Motor

(1st Report)

Hisanori Jōichi and Shundō Suyama

Abstract

This brushless motor consists of a squirrel-cage induction motor, a thyristor commutator and a speed detector. The driving control system has the constant slip, that is the ratio of the armature winding frequency to the secondary winding frequency. The thyristor commutator converts d-c into a-c such as the mechanical commutator of a d-c motor. Therefore, the steady-state torque vs. speed characteristics of this motor can be analyzed on the point of the d-c motor.

The results are obtained that although this motor has the same characteristics as a conventional d-c series motor, it has the advantages that there is no mechanical commutator and the speed can be widely controlled. These show this brushless motor can be desirably used as a d-c motor.

記号説明 (M.K.S.単位系)

V : 直流電源電圧
 I : 直流電源電流
 v : 電源電圧 (瞬時値)
 i : 入力電流 (瞬時値)
 v_a, v_b, v_c : 電機子巻線 a, b, c の瞬時電圧
 i_a, i_b, i_c : 電機子巻線 a, b, c の瞬時電流
 L_s : リアクトルのインダクタンス
 v_s : リアクトルを含む電源電圧 ($=v - L_s di/dt$)
 E_c : 転流コンデンサの充電電圧
 C : 転流コンデンサの容量
 λ_b, λ_c : 巻線 b, c の全磁束鎖交数
 l, L' : 電機子巻線一相の漏れ, 自己インダクタンス
 M' : 1次, 2次相互インダクタンスの最大値
 θ : 巻線 c と 2次の K_d 軸 (縦軸) 巻線とのなす角
 σ : θ の関数
 t_u : 流転時の重なり期間
 ω_o : 電動機の同期角速度
 s : 電動機のすべり
 ω : 回転子の角速度 ($= (1-s)\omega_o$)
 n : 回転速度 (r. p. m.)

ψ : α 軸と γ 軸のなす角 ($=\omega_o t - \pi/6$)
 v_δ, v_γ : 座標変換後の 1次 (電機子巻線) 電圧
 i_δ, i_γ : 座標変換後の 1次 (電機子巻線) 電流
 $v_{k\delta}, v_{k\gamma}$: 座標変換後の 2次 (回転子巻線) 電圧
 $i_{k\delta}, i_{k\gamma}$: 座標変換後の 2次 (回転子巻線) 電流
 R, L : 座標変換後の 1次巻線抵抗, インダクタンス
 R_k, L_k : 座標変換後の 2次巻線抵抗, インダクタンス
 M : 座標変換後の 1次, 2次相互インダクタンス
 τ : 転流から, つぎの転流までの期間 ($=\pi/3\omega_o$)
 P : 微分演算子 ($=d/dt$)
 p : 極対数
 χ : 時定数の逆数 ($=R_k/L_k$)
 φ : 位相角 ($=\tan^{-1}\chi/(1-s)\omega_o$)
 ξ : τ によって定まる定数 ($=e^{-\tau}$)
 K : ξ, s の関数 ($=1 + \xi^2 - 2\xi \cos \pi s/3$)
 T : 瞬時トルク
 T_{av} : 平均トルク
 $[c]$: 直交変換行列
 f : インバータの周波数
 $f_1(n, s)$: T_{av} と I^2 の関係を示す関数

* 電気工学教室

** 大学院工学研究科電気工学攻専

- $f_2(n, s)$: V と I の関係を示す関数
- $f_3(n, s)$: T_{av} と V^2 の関係を示す関数
- i_1 : 1次電流の複素数表示 ($=i_{1\delta} + j i_{1r}$)
- i_1^* : i_1 の共役複素数 ($=i_{1\delta} - j i_{1r}$)
- i_k : 2次電流の複素数表示 ($=i_{k\delta} + j i_{kr}$)
- i_k^* : i_k の共役複素数 ($=i_{k\delta} - j i_{kr}$)
- k_1, k_2 : 条件によって定まる定数
- $J_1, J_2, J_3, J_{11}, J_{12}, J_{31}, J_{32}$: (付録2) の中で式中の各項を表わす。

1. 緒 言

直流直巻電動機や交流整流子電動機は、可変速度電動機としての特性など、非常に良い特性を有しているが、他方、ブラシや整流子を持つという不利な点がある。そこで、電動機の無整流子化については、種々の研究が進められている^{1),2),3)}。

筆者らは、構造の簡単なかご型誘導電動機と120°通電型サイリスタインバータ⁴⁾を組み合わせたブラシレス電動機を構成した。直流機では、2次側に交流を供給するため、機械的整流子によって周波数変換がなされているが、これに対し、このブラシレス電動機では、その役目をサイリスタインバータが行なうことによって上記の欠点を除いている。

ブラシレス電動機の駆動方法としては、回転子に取りつけた速度検出器によって、一定角度回転すると

に得られた信号をインバータのゲート回路に加えて、すべりを一定にして運転する。このすべりは任意に小さく設定することができるので、効率は非常に良くなる。また、これは閉ループを構成しているので、速度を制御するには電源電圧、電流によって行なう。

以上のように、ブラシレス電動機を、周波数変換作用の観点から、直流機として解析を試み、特にトルクと電圧、電流特性について研究したので報告する

2. ブラシレス電動機の原理

ブラシレス電動機のブロックダイアグラムをFig. 1に示す。電源は、三相交流を6個のSiダイオードで全波整流した直流である。サイリスタインバータは、直流機の機械的整流子に相当するもので、電動機の電機子巻線に交流電流を供給する。また、インバータの周波数はSCRのゲート信号の周波数によって決定される。この信号は、電動機の回転速度をパルス数のかたちで検出し、6進リングカウンタによって各SCRのゲートに分配される。

この電動機の運転方法は、すべり一定制御を行なっている。これを行なうには、速度に関係なく、回転子が一定角度進むごとに転流（電機子電流の切り替え）を行なえば良い。したがって、一般のかご型誘導電動機の駆動に対応させると、すべりが一定で同期速度が変化することを意味している。

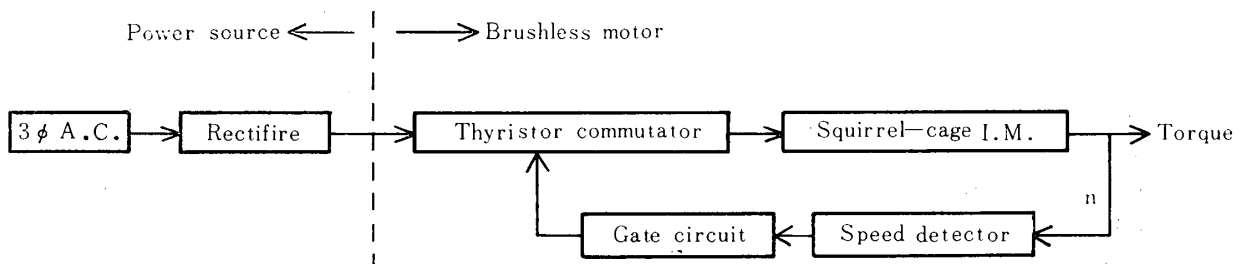


Fig. 1 Block diagram of brushless motor

3. ブラシレス電動機の主要回路

3.1 サイリスタ整流子

Fig. 1のブロックダイアグラムを回路的に表わしたのがFig. 2である。この図で、ブラシレス電動機は、サイリスタインバータとかご型誘導電動機で構成されているが、これを直流機として考察すれば、インバータは機械整流子に相当する。そこで、これをサイリスタ整流子と呼ぶ³⁾。

サイリスタ整流子の6個のSCR、すなわち、 $S_A^+, S_B^+, S_C^+, S_A^-, S_B^-, S_C^-$ は、Fig. 3に示すように、プラス側

とマイナス側とで1個ずつ導通の状態にある。ゲート信号によって、1個のSCRの通電角が電気角にして120°となるようにする。このSCRのゲート信号を得る部分はFig. 4のように構成する。円盤の回転にともなってパルス信号が得られるが、Fig. 3¹⁾から分かるように、6個のパルスが入って1 Hzとなる。したがって、2極の誘導機の場合、円盤に $\pi/3$ の間隔をとって、6個のスリットを設けたのでは、電流の基本波成分を考えると、定常状態では同期運転となり、この電動機は駆動できない。そこで、回転角変位 $\pi/3$ より少し前で転流させることにより、すべりを与えて運転可能と

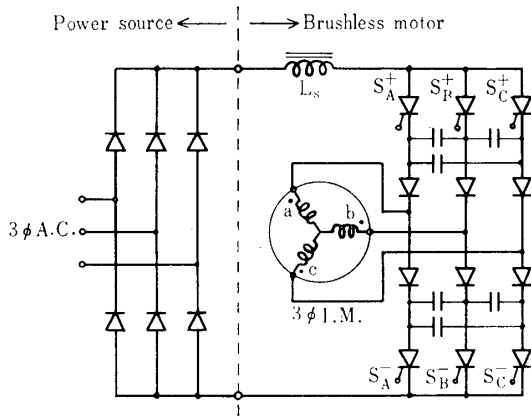


Fig.2 Main circuit of brushless motor

Mode	U	V	W	X	Y	Z	U	V
Turning on SCR	+	S _A ⁺	S _B ⁺	S _C ⁺	S _A ⁺	S _A ⁺		
	-	S _B ⁻	S _C ⁻	S _A ⁻	S _B ⁻	S _C ⁻		
Electrical angle	π			2π				
	← 1 Hz →							

Fig. 3 Operation of thyristor commutator

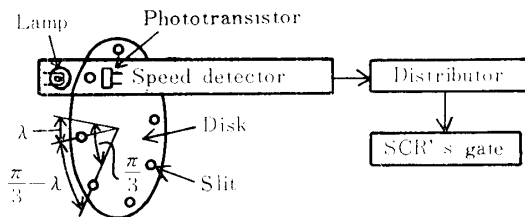


Fig. 4 Speed detector and gate circuit

なる。Fig. 4の円盤に示すように、電気角π/3より少し小さい間隔（電気角でπ/3-λ）のところへスリットを設ける。

以上は2極の場合である。4極の場合には、同期速度となるスリットの数12個となる。これより多くスリットを設ければ、すべりをとることができる。しかし、実際に運転するときには、すべりをさらに小さくできるように、多数のスリットを設け、カウンタで何個目のスリットで転流させるかを指定する。たとえば、筆者らの装置では、供試機が4極の普通かご型誘導電動機であり、8進カウンタを使用しているから、スリット96個（6×2×8）で同期速度となる。4個増して100個とすれば、すべりsは

$$s = \frac{4}{96+4} \times 100 = 4 (\%)$$

となる。

3.2 転 流

いま、定常運転を行なっているとす。Fig. 2において、S_A⁺, S_B⁻ オンの状態から S_A⁺, S_C⁻ オンに転流する場合の過渡状態を考察するため、Fig. 5のように回路を簡単にする。

S_A⁺, S_B⁻ がオンのときは、転流用コンデンサ C は Fig. 5のように充電されている。つぎに、S_C⁻ をオンすると、Cの充電電圧 E_c が、S_C⁻ を通して、S_B⁻ に逆バイアスとして加わり、S_B⁻ は瞬間的にオフする。しかし、始動時は印加電圧 V をあまり高くすることはできないし、コンデンサには V/2 なる電圧しか加わらないので、SCRの転流に必要なだけのエネルギーがコンデンサに蓄えられていない。そのため始動時には、補助電源を用いてコンデンサを充電する必要がある⁴⁾。

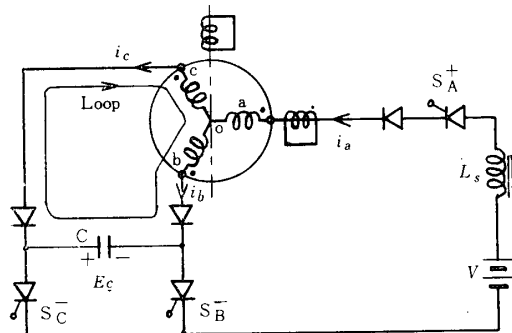


Fig. 5 Position of armature windings and current flows at the commutation (S_B⁻ → S_C⁻)

つぎに、Fig. 5の Loop, 2次巻線および○点においては、転流開始から完了までの過渡期について、つぎの諸式が成り立つ²⁾。

$$\frac{d}{dt} \lambda_b - \frac{d}{dt} \lambda_c + \frac{1}{C} \int i_b dt = 0 \quad (1)$$

$$\lambda_b = (L+L')i_b - \frac{1}{2}L'(i_c-i_a) - M' \cos(\theta + 2\pi/3) i_{kd} + M' \sin(\theta + 2\pi/3) i_{kq} \quad (2)$$

$$\lambda_c = (L+L')i_c - \frac{1}{2}L'(i_b-i_a) - M' \cos \theta i_{kd} + M' \sin \theta i_{kq} \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} \left\{ L_k i_{kd} + M' \cos\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) i_a - M' \cos\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) i_b - M' \cos \theta i_c \right\} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{d}{dt} \left\{ L_k i_{kq} - M' \sin\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right) i_a - M' \sin\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) i_b + M' \sin \theta i_c \right\} = 0 \quad (5)$$

$$i_a = i_b + i_c = I \text{ (一定)} \quad (6)$$

初期条件は

$$i_b(0+) = I, \quad e_c(0-) = E_c$$

である。(1)式から(6)式までを用いると、 $i_b(t)$ は

$$i_b(t) = I \cos \frac{t}{\sqrt{2\sigma LC}} - \sqrt{\frac{C}{2\sigma L}} E_c \sin \frac{t}{\sqrt{2\sigma LC}} \quad (7)$$

$$\text{ただし } \sigma = 1 - \sqrt{3} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \cos\theta \frac{M'^2}{LL_k}$$

となる。 i_b と i_c が分流している重なり期間 t_u は(7)式を零とおいて解くことによって得られる。

$$t_u = \sqrt{2\sigma LC} \tan^{-1} \sqrt{\frac{2\sigma L}{C}} \frac{I}{E_c} \quad (8)$$

ただし、 t_u は、1 modeに比較して非常に短い。

4. ブラシレス電動機の特性格算

4.1 ブラシレス電動機と等価な直流機

Fig. 6は、Fig. 2のブラシレス電動機を、機械整流子で表わしたものである。

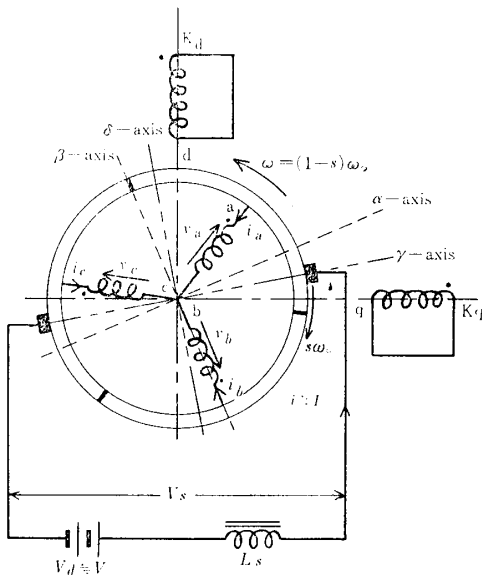


Fig. 6 Equivalent circuit d-c machine of brushless motor at Fig. 2

直流機として考えた場合は、重なり期間 t_u は1 mode 期間 τ に比べてきわめて短いから、ブラシ幅 ωt_u [electrical rad.]は無視できて、電機子は常に2巻線のみで電流が流れているとしてよい。また、直流入力電流が1 modeにわたって平滑であると見なせるほど、リアクトル L_s は大きいとする。

巻線bから巻線cへの転流を考えると、巻線bを流れていた電流が突然遮断されるから、整流子片とブラシ間に火花の発生はさげられない¹⁾。このことは、電動機容量などの制限条件の原因の1つである。これを解決するため、一般の直流機では整流子片を多くし、整流子片間のインダクタンスを小さくするか、ブラシの抵抗を大きくするなどの方法で防いでいるが、ブラシレス電動機の場合は、転流コンデンサを大きくかつ、漏れインダクタンスの小さい構造の電動機によってSCRにかかる電圧をおさえる。

4.2 ブラシレス電動機の等価回路 (座標変換)

Fig. 6において定常状態の解析を行なうと、すべりのために、1次巻線、ブラシと2次巻線の3つの対応する位置がそれぞれ変化するので、転流ごとの方程式が必要となり、定常的な解析が困難となる。そこでFig. 7の等価回路に示すような δ, γ 軸に座標変換を

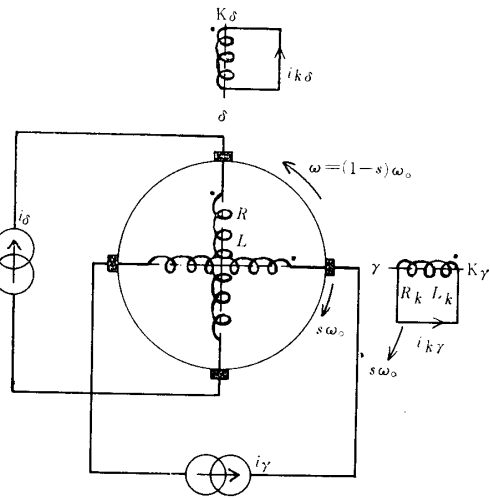


Fig. 7 Equivalent circuit of brushless motor

行なう⁵⁾。

まず、1次電流 i_δ, i_r については、Fig. 6, 7よりつぎの式が得られる。

$$\begin{pmatrix} i_\delta \\ i_r \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \sin(\psi + \pi/6) & -\cos\psi & -\sin(\psi - \pi/6) \\ \cos(\psi + \pi/6) & \sin\psi & -\cos(\psi - \pi/6) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} \quad (9)$$

ここで、Fig. 6から $i_a = I, i_b = 0, i_c = -I$ の条件を考慮してつぎの式を得る。

$$\begin{cases} i_\delta = \sqrt{2/3} I \{ \sin(\psi + \pi/6) + \sin(\psi - \pi/6) \} \\ = \sqrt{2} I \sin \psi \\ i_\tau = \sqrt{2/3} I \{ \cos(\psi + \pi/6) + \cos(\psi - \pi/6) \} \\ = \sqrt{2} I \cos \psi \end{cases} \quad (10)$$

(10)式を図示するとFig. 8のようになる。ここで、時間 t が零および τ におけるそれぞれの値は

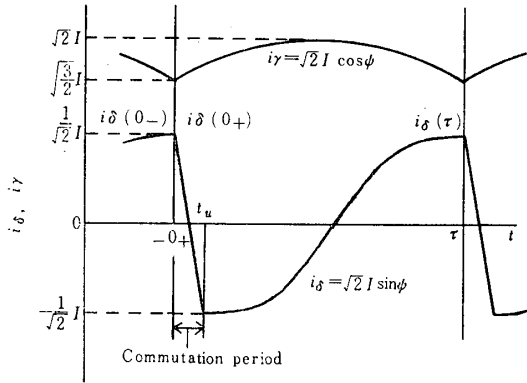


Fig. 8 Waveforms of current i_δ and i_τ

$$\begin{cases} i_\delta(0_+) = i_\delta(\tau) = i_\delta(0_-) = \frac{I}{\sqrt{2}} \\ i_\tau(0_+) = i_\tau(\tau) = i_\tau(0_-) = \sqrt{\frac{3}{2}} I \end{cases} \quad (11)$$

となり、転流前後においてそれぞれの値が同じになるので、この座標系においては定常的な取り扱いが可能となる。

4.3 2次電流 $i_{k\delta}$, $i_{k\tau}$

Fig. 7において、電圧電流方程式は

$$\begin{pmatrix} v_\delta \\ v_\tau \\ v_{k\delta} \\ v_{k\tau} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R+PI & -\omega_o L & PM & -\omega_o M \\ \omega_o L & R+PL & \omega_o M & PM \\ PM & -s\omega_o M & R_k+PL_k & -s\omega_o L_k \\ s\omega_o M & PM & s\omega_o L_k & R_k+PL_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_\delta \\ i_\tau \\ i_{k\delta} \\ i_{k\tau} \end{pmatrix} \quad (12)$$

となる。Fig. 7からおきらかに

$$v_{k\delta} = v_{k\tau} = 0 \quad (13)$$

であるから(12)式の第3, 4行は

$$PMi_\delta - s\omega_o Mi_\tau + (R_k + PL_k)i_{k\delta} - s\omega_o L_k i_{k\tau} = 0 \quad (14)$$

$$PMi_\tau + s\omega_o Mi_\delta + (R_k + PL_k)i_{k\tau} + s\omega_o L_k i_{k\delta} = 0 \quad (15)$$

となり、(14), (15)式から2次電流 $i_{k\delta}$, $i_{k\tau}$ はつぎのようになる。(付録1)

$$\begin{aligned} i_{k\delta} = & \sqrt{\frac{M}{2L_k}} I \left\{ \frac{e^{-st} \sin \varphi}{K} \left\{ \sin(s\omega_o t + \varphi) \right. \right. \\ & \left. \left. + \xi \sin\left(\frac{\pi}{3}s - s\omega_o t - \varphi\right) \right\} \right. \\ & \left. - \cos \varphi \sin\left(\omega_o t - \frac{\pi}{6} + \varphi\right) \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} i_{k\tau} = & \sqrt{\frac{M}{2L_k}} I \left\{ \frac{e^{-st} \sin \varphi}{K} \left\{ \cos(s\omega_o t + \varphi) \right. \right. \\ & \left. \left. - \xi \cos\left(\frac{\pi}{3}s - s\omega_o t - \varphi\right) \right\} \right. \\ & \left. - \cos \varphi \cos\left(\omega_o t - \frac{\pi}{6} + \varphi\right) \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

4.4 平均トルク T_{av} と直流電流 I との関係

瞬時トルク T は、極対数を p とすると

$$T = pM(i_\tau i_{k\delta} - i_\delta i_{k\tau}) \quad (18)$$

で表わせる。すでに、(10), (16), (17)式で i_δ , i_τ , $i_{k\delta}$, $i_{k\tau}$ が求まっているので、 T はつぎのように表わされる。

$$\begin{aligned} T = & 2p \frac{M^2}{L_k} I^2 \left\{ \frac{e^{-st} \sin \varphi}{K} \right. \\ & \times \left\{ -\sin\left((1-s)\omega_o t - \frac{\pi}{6} - \varphi\right) \right. \\ & \left. \left. + \xi \sin\left((1-s)\omega_o t - \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}s - \varphi\right) \right\} \right. \\ & \left. - \sin \varphi \cos \varphi \right\} \end{aligned} \quad (19)$$

定常運転時のトルクを考察する上には、平均トルクが必要である。したがって、(19)式を0から τ にわたって平均すると、 T_{av} はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} T_{av} = & \frac{1}{\tau} \int_0^\tau T(t) dt \quad (20) \\ = & \frac{1}{\tau} 2p \frac{M^2}{L_k} I^2 \left\{ \frac{\sin^2 \varphi}{\lambda K} \left\{ \xi \cos\left(-\frac{\pi}{3}s \right. \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\pi}{6} - 2\varphi\right) - \cos\left(\frac{\pi}{6} + 2\varphi\right) - \xi^2 \cos \right. \\ & \left. \left. \left(\frac{\pi}{6} - 2\varphi\right) + \xi \cos\left(-\frac{\pi}{3}s + \frac{\pi}{6} + 2\varphi\right) \right\} \right. \\ & \left. - \tau \sin \varphi \cos \varphi \right\} \end{aligned} \quad (21)$$

τ , ξ , φ は ω_o の関数であるから、(21)式より T_{av} は I , ω_o , s の関数であり、 I^2 に比例することがわかる。

4.5 直流電圧 V と直流電流 I との関係

Fig. 6において

$$v_s = v_a - v_c \quad (22)$$

$$v = v_s + PL_s i \quad (23)$$

が成り立つ。2相巻線軸 δ , τ から、a, b, c巻線軸への直交変換行列 $[c]$ は

$$[c] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{matrix} & \delta & \tau \\ \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix} & \begin{pmatrix} \sin(\psi + \pi/6) & \cos(\psi + \pi/6) \\ -\cos \psi & \sin \psi \\ -\sin(\psi - \pi/6) & -\cos(\psi - \pi/6) \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (24)$$

かつ

$$[v_{a,b,c}] = [c] [v_{\delta,\tau}] \quad (25)$$

であるから、(22)式はつぎのようになる。

$$v_s = v_a - v_c$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3}} \left\{ \sin\left(\psi + \frac{\pi}{6}\right) v_\delta + \cos\left(\psi + \frac{\pi}{6}\right) v_r \right. \\ \left. + \sin\left(\psi - \frac{\pi}{6}\right) v_\delta + \cos\left(\psi - \frac{\pi}{6}\right) v_r \right\} \\ = \sqrt{2} (\sin\psi v_\delta + \cos\psi v_r) \quad (26)$$

(26) 式に (12) 式を代入し、区間 0 から τ にわたって平均するとつぎのようになる (付録 2) .

$$\frac{1}{\tau} \int_{0+}^{\tau} v_s dt = 2RI + \frac{1}{\tau} LI + \frac{\sqrt{2}}{\tau} M i_{k\delta}(\tau) \quad (27) \\ = 2RI + \frac{1}{\tau} LI \left(1 - \frac{M^2}{LL_k} \right) \\ + \frac{2}{\tau} \frac{M^2}{L_k} I \sin\varphi \left\{ -\frac{\xi}{K} \left[\sin\left(\frac{\pi}{3}s + \varphi\right) \right. \right. \\ \left. \left. - \xi \sin\varphi \right] - \sin\left(\frac{\pi}{3} - \varphi\right) \right\} \quad (28)$$

同様に、(23) 式から v_s について解くと

$$\frac{1}{\tau} \int_{0+}^{\tau} v_s dt = \frac{1}{\tau} \int_{0+}^{\tau} (v - PL_s i) dt \\ = V - \frac{1}{\tau} L_s [i(\tau) - i(0+)] \quad (29)$$

となる。

ここで転流期間中の転流コンデンサとリアクトルにおけるエネルギーの授受を考える。転流コンデンサに蓄えられたエネルギーはリアクトル L_s に移り、転流で off する巻線の漏れリアクタンスに蓄えられたエネルギーは転流コンデンサに移る。したがって、(28) 式の第 2 項によるものはコンデンサで打ち消される。また、(29) 式の第 2 項は 1 mode 中の L_s の磁束鎖交数の増加分で、当然零である²⁾。

したがって、(28) 式と (29) 式から、結論としてつぎのような電圧 V と電流 I の関係が得られる。

$$V = I \left[2R + \frac{2}{\tau} \frac{M^2}{L_k} \sin\varphi \left\{ -\frac{\xi}{K} \left[\sin\left(\frac{\pi}{3}s + \varphi\right) \right. \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \varphi \right) - \xi \sin\varphi \right] - \sin\left(\frac{\pi}{3} - \varphi\right) \right] \right] \quad (30)$$

4.6 速度 n に対するトルク T_{av} の特性

4.1 節から 4.5 節にわたって解析したことは、(21) 式と (30) 式を求めたことである。この両式は I 、 ω_0 、 s の関数である。

ここで、速度 n とトルク T_{av} の関係を求めるにあたり、周波数を f (Hz) とすると

$$\omega_0 = 2\pi f \quad (\text{rad.}) \quad (31)$$

$$n = (1-s) \frac{60}{p} f \quad (\text{r.p.m.}) \quad (32)$$

であるから、 n と ω_0 は

$$n = \frac{30(1-s)}{\pi p} \omega_0 \quad (33)$$

の関係がある。したがって、(21)、(30) 式はつぎのような

関数関係に書き表わせる。

$$T_{av} = I^2 \cdot f_1(n, s) \quad (34)$$

$$V = I \cdot f_2(n, s) \quad (35)$$

さて、ブラシレス電動機を運転する場合、配電系統は定電圧であり、また、電圧制御が多く用いられるので、(34)、(35) 式から I を消去することによって

$$T_{av} = V^2 \cdot f_3(n, s) \quad (36)$$

の関数関係に表わす方が便利である。この式から、トルク T_{av} は電圧 V の 2 乗に比例する。また $f_3(n, s)$ は (21)、(30) 式からあきらかなように、非常に複雑な式になるので省略する。

電圧 V ならびにすべり s をパラメータとして、速度とトルク T_{av} の関係を計算機を用いて計算し、その結果を Fig. 9 に示す。

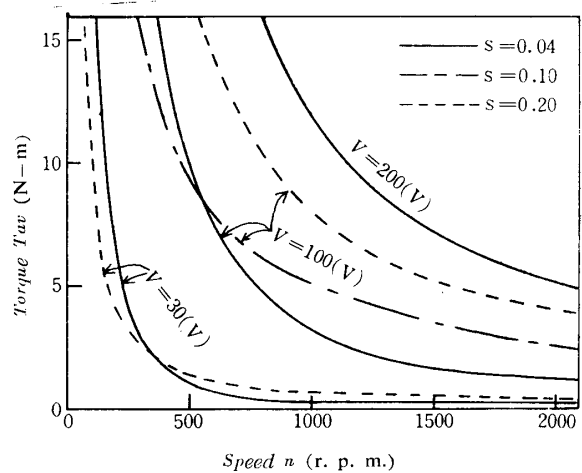


Fig. 9 Steady-state torque vs. speed characteristics of brushless motor

Fig. 9 に示すブラシレス電動機の特性は、直流直巻電動機の特性と類似の傾向をもっている。また、同一の電圧ですべりを変化させた場合、ある速度を境として、それより低速域ではすべりの小さい方がトルクは大きく、逆に、それより高速域ではすべりの大きい方がトルクは大きい。たとえば、 $V=100$ (V) で、 $s=0.04$ と $s=0.10$ のトルクを比較すると、 $n=550$ (r.p.m.) より低速域では $s=0.04$ の場合が、また、それより高速域では $s=0.10$ の場合がトルク T_{av} は大きい。しかし、効率等を考慮すると、高速域ではすべりを大きくした方が有利であるとは断定できない。

Fig. 9 の理論結果に対応して、現在 3 ϕ , 200V, 60Hz 5 HP のかご型誘導電動機を使用して実験を行ない、2, 3 長い結果が得られている。この件についてはつぎの機会に発表の予定である。

5. 結 言

第4章で示したように、ブラシレス電動機を直流機と見なし、座標変換を行なうことによって、定常的かつ円滑に解析をすることができた。このことは、ブラシレス電動機の解析手段として座標変換を行ない、画一的に特性を求める方法が非常に有用であることを示す。この方法によって得られた(34)、(35)式からわかるように、定常運転時のトルクは電流の2乗、あるいは、電圧の2乗に比例し、速度、すべりについては非常に複雑な関数として表わされる。したがって、一見しただけでは特性の傾向は分りにくいが、計算機により計算することができ、その特性を容易に知ることができ

る。
4.6節で述べたように、ブラシレス電動機は直流直巻電動機と類似した特性を示す。しかも直流機のように機械的整流子を持たず、この役目をサイリスタ整流子(インバータ)が行なっている。したがって、4.1節で述べたことに注意し、周波数を広範囲にかえられるようにサイリスタ整流子在设计すれば、ブラシレス電動機は速度制御は広範囲にわたって行なわれる。

ブラシレス電動機の特長として、つぎのことが得られた。

- 1) 定常運転時では、直流直巻電動機と類似した特性を持つ。
- 2) ブラシ、整流子等の機械的に摩擦する通電路がなく、広範囲の速度制御が可能である。
- 3) 整流器、インバータの向きを逆に切り替えることによって、再生制動が可能である。
- 4) 速度検出装置が簡単である。
- 5) すべりは任意に小さくできるので効率が良い。(つぎの機会に発表の予定)

おわりに、論文をまとめるにあたり、懇切丁寧なる御指導を賜った橋本清隆教授、ならびに足立宜良講師に深く謝意を表します。また何かと御援助いただいた小田征一(42年度卒論生)、島健蔵(43年度卒論生)、中谷俊治(44年度卒論生)、古谷宜子(電子計算機室)の諸氏に感謝します。

参 考 文 献

- 1) 宮入庄太、常広護、: 電誌学85-9, 1585 (1965)
- 2) 宮入庄太、常広護、: 電学誌, 87-8, 1601 (1967)
- 3) 笹島春己、土谷武士、内藤正本: 電学誌, 88-11, 2099 (1968)
- 4) 常広護、城市久徳: 電学誌, 88-10, 1885 (1968)
- 5) 宮入庄太: エネルギー変換工学(下), 丸善(1967) p227

(付録1) (16), (17)式の2次電流 $i_{k\delta}$, $i_{k\gamma}$ の計算

(14), (15)式はつぎのようになっている

$$P M i_{\delta} - s \omega_o M i_{\gamma} + (R_k + P L_k) i_{k\delta} - s \omega_o L_k i_{k\gamma} = 0 \tag{14}$$

$$P M i_{\gamma} s \omega_o + M i_{\delta} + (R_k + P L_k) i_{k\gamma} + s \omega_o L_k i_{k\delta} = 0 \tag{15}$$

ただし、 i_{δ} , i_{γ} は(10)式から

$$i_{\delta} = \sqrt{2} I \sin \phi, \quad i_{\gamma} = \sqrt{2} I \cos \phi \tag{10}$$

である。ここで

$$\begin{cases} i_1 = i_{\delta} + j i_{\gamma} \\ i_k = i_{k\delta} + j i_{k\gamma} \end{cases} \tag{37}$$

と置く。(15)式にjをかけて、(14)式に加えると

$$(P + \chi + j s \omega_o) i_k = -\frac{M}{L_k} (P + j s \omega_o) i_1 \tag{38}$$

となる。ただし、 $\chi = R_k/L_k$ である。ところで

$$\begin{aligned} i_1 &= i_{\delta} + j i_{\gamma} = \sqrt{2} I (\sin \phi + j \cos \phi) \\ &= j \sqrt{2} I e^{-j\psi} \end{aligned} \tag{39}$$

であるから、(38)式は

$$(P + \chi + j s \omega_o) i_k = -j \sqrt{2} \frac{M}{L_k} I (P + j s \omega_o) e^{-j\psi} \tag{40}$$

となる。(40)式をラプラス変換すると

$$\begin{aligned} (S + \chi + j s \omega_o) I_k(S) - i_k(0_+) &= -j \sqrt{2} \frac{M}{L_k} I \left\{ \frac{S + j s \omega_o}{S + j \omega_o} e^{j\pi/6} - e^{-j\pi/6} \right\} \end{aligned} \tag{41}$$

となる。これを整理するとつぎのようになる。

$$\begin{aligned} I_k(S) &= \sqrt{2} \frac{M}{L_k} I \left\{ -\frac{(1-s)\omega_o e^{j\pi/6}}{\chi - j(1-s)\omega_o} \cdot \frac{1}{S + j\omega_o} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\chi + (1-s)\omega_o e^{-j\pi/6}}{\chi - j(1-s)\omega_o} \cdot \frac{1}{S + \chi + j s \omega_o} \right\} \\ &\quad + \frac{1}{S + \chi + j s \omega_o} i_k(0_+) \end{aligned} \tag{42}$$

これを逆ラプラス変換して

$$\begin{aligned} i_k &= \sqrt{2} \frac{M}{L_k} I \left\{ -\frac{(1-s)\omega_o e^{j\pi/6}}{\chi - j(1-s)\omega_o} e^{-j\omega_o t} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\chi + (1-s)\omega_o e^{-j\pi/6}}{\chi - j(1-s)\omega_o} e^{-(\chi + j s \omega_o) t} \right\} \\ &\quad + i_k(0_+) e^{-(\chi + j s \omega_o) t} \end{aligned} \tag{43}$$

となる。ここで、1次側電機子電流 i_1 は(11)式の性質をもっているので、2次電流 i_k は

$$i_k(0_+) = i_k(0_-) = i_k(\tau) \tag{44}$$

を満足する。ただし、 $\tau = \pi/3\omega_o$ である。よって、(43)式より、 $i_k(0_+)$ は $t = \tau$ を代入してつぎのように求める。

$$i_k(0_+) = \frac{\sqrt{2} M I}{L_k (1 - e^{-\chi\tau})} \left\{ -\frac{(1-s)\omega_o e^{-j\pi/6}}{\chi - j(1-s)\omega_o} \right.$$

$$+ \frac{\chi + (1-s)\omega_0 e^{-j\pi/6}}{\chi - j(1-s)\omega_0} \xi e^{-j\pi s/3} \} \quad (45)$$

ただし、 $\xi = e^{-z\tau}$ である。(45)式を(43)式に代入し、整理すると

$$i_k = \sqrt{2} \frac{M}{L_k} I \left\{ \frac{\chi}{\chi - j(1-s)\omega_0} \cdot \frac{e^{-(\chi + js\omega_0)t}}{1 - \xi e^{-j\pi s/3}} - \frac{(1-s)\omega_0}{\chi - j(1-s)\omega_0} e^{-j(\omega_0 t + \pi/6)} \right\} \quad (46)$$

となる。

さて2次電流 $i_{k\delta}$ は、(37)式からもわかるように、 i_k の実数部分をとればよい。したがって、 i_k^* を i_k の共役複素数とすると $i_{k\delta}$ は

$$i_{k\delta} = \text{Re} \{ i_k \} = \frac{1}{2} \{ i_k + i_k^* \} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{M}{L_k} I \left\{ \frac{\chi}{\chi - j(1-s)\omega_0} \cdot \frac{e^{-(\chi + js\omega_0)t}}{1 - \xi e^{-j\pi s/3}} \right. \\ &\quad + \frac{\chi}{\chi + j(1-s)\omega_0} \cdot \frac{e^{-(\chi - js\omega_0)t}}{1 - \xi e^{j\pi s/3}} \\ &\quad - \frac{(1-s)\omega_0}{\chi - j(1-s)\omega_0} e^{-j(\omega_0 t + \pi/6)} \\ &\quad \left. - \frac{(1-s)\omega_0}{\chi + j(1-s)\omega_0} e^{j(\omega_0 t + \pi/6)} \right\} \\ &= \sqrt{2} \frac{M}{L_k} I \left\{ \frac{e^{-zt} \sin \varphi}{K} \{ \sin(s\omega_0 t + \varphi) \right. \\ &\quad + \xi \sin \left(-\frac{\pi}{3} s - s\omega_0 t - \varphi \right) \} \\ &\quad \left. - \cos \varphi \sin \left(\omega_0 t - \frac{\pi}{6} - \varphi \right) \right\} \quad (48) \end{aligned}$$

となる。(47)式 $i_{k\tau}$ も同様にして

$$i_{k\tau} = \text{Im} \{ i_k \} = \frac{1}{2j} \{ i_k - i_k^* \} \quad (49)$$

から求められる。ただし、

$$K = 1 + \xi^2 - 2\xi \cos \frac{\pi}{3} s$$

(付録2) (27)式の計算

(27)式は v_s の平均値を表わしているが、この v_s は(20)式でつぎのように表わされている。

$$v_s = \sqrt{2} (\sin \psi v_{\delta} + \cos \psi v_{\tau}) \quad (20)$$

ここで、(12)式の第1, 2行から

$$\begin{cases} v_{\delta} = (R + PL)i_{\delta} - \omega_0 L i_{\tau} + P M i_{k\delta} - \omega_0 M i_{k\tau} \\ v_{\tau} = (R + PL)i_{\tau} + \omega_0 L i_{\delta} + P M i_{k\tau} + \omega_0 M i_{k\delta} \end{cases} \quad (50)$$

であるから、これを(20)式に代入して整理すると

$$\begin{aligned} v_s &= \sqrt{2} \{ R(\sin \psi i_{\delta} + \cos \psi i_{\tau}) \\ &\quad + LP(\sin \psi i_{\delta} + \cos \psi i_{\tau}) \\ &\quad + MP(\sin \psi i_{k\delta} + \cos \psi i_{k\tau}) \} \quad (51) \end{aligned}$$

となる。これを0から τ にわたって平均すると

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} v_s dt &= \frac{\sqrt{2}}{\tau} \{ R \int_0^{\tau} (\sin \psi i_{\delta} + \cos \psi i_{\tau}) dt \\ &\quad + L \int_0^{\tau} P(\sin \psi i_{\delta} + \cos \psi i_{\tau}) dt \\ &\quad + M \int_0^{\tau} P(\sin \psi i_{k\delta} + \cos \psi i_{k\tau}) dt \\ &= \frac{\sqrt{2}}{\tau} \{ R \int_0^{\tau} (\sin \psi i_{\delta} + \cos \psi i_{\tau}) dt \\ &\quad + L[\sin \psi i_{\delta} + \cos \psi i_{\tau}]_{0+}^{\tau} \\ &\quad + M[\sin \psi i_{k\delta} + \cos \psi i_{k\tau}]_{0+}^{\tau} \} \quad (52) \end{aligned}$$

となる。(52)式は3つの項からなっているが、これを J_1, J_2, J_3 とおき、それぞれ計算をする。

〔(52)式第1項 J_1 の計算〕

$$\begin{aligned} J_1 &= \frac{\sqrt{2}}{\tau} R \int_0^{\tau} (\sin \psi i_{\delta} + \cos \psi i_{\tau}) dt \\ &= \frac{\sqrt{2}}{\tau} R \left\{ \int_0^{t_u} (\sin \psi i_{\delta} + \cos \psi i_{\tau}) dt \right. \\ &\quad \left. + \int_{t_u}^{\tau} (\sin \psi i_{\delta} + \cos \psi i_{\tau}) dt \right\} \quad (53) \end{aligned}$$

ここで、 i_{δ}, i_{τ} はFig. 8から、転流期間 $[0 \leq t \leq t_u]$ では

$$i_{\delta} = \left(-\frac{\sqrt{2}}{t_u} t + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) I, \quad i_{\tau} = \sqrt{\frac{3}{2}} I \quad (54)$$

区間 $[t_u \leq t \leq \tau]$ では

$$i_{\delta} = \sqrt{2} I \sin \psi, \quad i_{\tau} = \sqrt{2} I \cos \psi \quad (10)$$

であるから、(53)式の、転流期間に関する第1項を J_{11} とすると

$$\begin{aligned} J_{11} &= \frac{\sqrt{2}}{\tau} R \int_0^{t_u} \left\{ \sin \left(\omega_0 t - \frac{\pi}{6} \right) \left(-\frac{\sqrt{2}}{t_u} t \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) + \sqrt{\frac{3}{2}} \cos \left(\omega_0 t - \frac{\pi}{6} \right) \right\} I dt \quad (55) \\ &= \frac{R I}{\tau \omega_0} \left\{ \cos \left(\omega_0 t_u - \frac{\pi}{6} \right) + \frac{\sqrt{3}}{2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{2}{\omega_0 t_u} \left\{ \sin \left(\omega_0 t_u - \frac{\pi}{6} \right) + \frac{1}{2} \right\} \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{3} \left\{ \sin \left(\omega_0 t_u - \frac{\pi}{6} \right) + \frac{1}{2} \right\} \right\} \quad (56) \end{aligned}$$

となる。ここで、3.2節で述べたように、 t_u は非常に小さいので、 $t_u \rightarrow 0$ とすると、 J_{11} は零となる。

つぎに、(53)式の第2項を J_{12} とすると

$$\begin{aligned} J_{12} &= \frac{2}{\tau} R \int_{t_u}^{\tau} (\sin^2 \psi + \cos^2 \psi) I dt \\ &= \frac{2}{\tau} R(\tau - t_u) I \quad (57) \end{aligned}$$

となる。ここで、 $t_u \rightarrow 0$ とすると、 J_{12} は $2RI$ となる。したがって、(52)式第1項の J_1 は

$$J_1 = 2RI \quad (58)$$

〔(52)式第2項 J_2 の計算〕

$$J_2 = \frac{\sqrt{2}}{\tau} L \left\{ \sin \psi i_{k\delta} + \cos \psi i_{k\gamma} \right\}_{0+}^{\tau} \\ = \frac{\sqrt{2}}{\tau} LI \left\{ \left(\sin \left(\omega_0 t - \frac{\pi}{6} \right) \right) \left(-\frac{\sqrt{2}}{t_u} \right) \right. \\ \left. + \frac{1}{\sqrt{2}} \right\} + \sqrt{\frac{3}{2}} \cos \left(\omega_0 t - \frac{\pi}{6} \right) \Big|_0^{t_u} + \sqrt{2} I \\ \times \left[1 \right]_{t_u}^{\tau} \quad (59)$$

$$= \frac{L I}{\tau} \left\{ -\sin \left(\omega_0 t_u - \frac{\pi}{6} \right) + \frac{1}{2} \right. \\ \left. + \sqrt{3} \cos \left(\omega_0 t_u - \frac{\pi}{6} \right) - \frac{3}{2} \right\} \quad (60)$$

ここで、 $t_u \rightarrow 0$ とすると、(59)式第2項 J_{21} は

$$J_{21} = \frac{1}{\tau} L I \quad (61)$$

〔(52)式第3項 J_3 の計算〕

$$J_3 = \frac{\sqrt{2}}{\tau} M \left\{ \sin \psi i_{k\delta} + \cos \psi i_{k\gamma} \right\}_{0+}^{\tau} \\ = \frac{\sqrt{2}}{\tau} M \left\{ \left(\sin \psi i_{k\delta} + \cos \psi i_{k\gamma} \right) \Big|_0^{t_u} \right. \\ \left. + \left[\sin \psi i_{k\delta} + \cos \psi i_{k\gamma} \right]_{t_u}^{\tau} \right\} \quad (62)$$

ここで、 $i_{k\delta}$ 、 $i_{k\gamma}$ (16)、(17)式の波形は Fig. 10 のようになっている。したがって、転流期間 $[0 \leq t \leq t_u]$ では

$$i_{k\delta} = \sqrt{2} \frac{M}{L_k} I \frac{t}{t_u} + k_1, \quad i_{k\delta} = k_2 \quad (63)$$

と表わすことができる。ただし、 k_1 、 k_2 は条件によって定まる定数である。

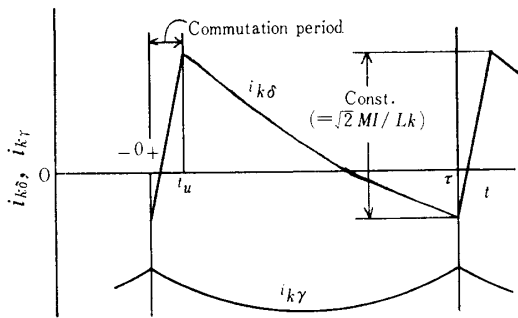


Fig. 10 Wave forms of current $i_{k\delta}$ and $i_{k\gamma}$

(62)式の転流期間における第1項を J_{31} とすると

$$J_{31} = \frac{\sqrt{2}}{\tau} M \left\{ \sin \psi i_{k\delta} + \cos \psi i_{k\gamma} \right\}_{0+}^{t_u} \\ = \frac{\sqrt{2}}{\tau} M \left\{ \sin \left(\omega_0 t - \frac{\pi}{6} \right) \left(\sqrt{2} \frac{M}{L_k} \right) \right. \\ \left. \times I \frac{t}{t_u} + k_1 \right\} + \cos \left(\omega_0 t - \frac{\pi}{6} \right) \cdot k_2 \Big|_0^{t_u} \quad (64)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{\tau} M \left\{ \sin \left(\omega_0 t_u - \frac{\pi}{6} \right) \left(\sqrt{2} \frac{M}{L_k} I \right. \right. \\ \left. \left. + k_1 \right) + \frac{1}{2} k_1 + \cos \left(\omega_0 t_u - \frac{\pi}{6} \right) \cdot k_2 \right. \\ \left. - \frac{\sqrt{3}}{2} k_2 \right\} \quad (65)$$

となる。ここで、 $t_u \rightarrow 0$ とすると J_{31} は

$$J_{31} = -\frac{1}{\tau} \frac{M^2}{L_k} I \quad (66)$$

となる。

つぎに、(62)式の第2項を J_{32} とすると

$$J_{32} = \frac{\sqrt{2}}{\tau} M \left\{ \sin \psi i_{k\delta} + \cos \psi i_{k\gamma} \right\}_{t_u}^{\tau} \\ = \frac{\sqrt{2}}{\tau} M \left\{ \sin \left(\omega_0 t_u - \frac{\pi}{6} \right) i_{k\delta} \right. \\ \left. + \cos \left(\omega_0 t_u - \frac{\pi}{6} \right) i_{k\gamma} \right\}_{t_u}^{\tau} \quad (67) \\ = \frac{\sqrt{2}}{\tau} M \left\{ \frac{1}{2} i_{k\delta}(\tau) - \sin \left(\omega_0 t_u - \frac{\pi}{6} \right) i_{k\delta}(t_u) \right. \\ \left. + \frac{\sqrt{3}}{2} i_{k\gamma}(\tau) - \cos \left(\omega_0 t_u - \frac{\pi}{6} \right) i_{k\gamma}(t_u) \right\} \quad (68)$$

となる。ここで、 $t_u \rightarrow 0$ とすると

$$J_{32} = \frac{M}{\sqrt{2} \tau} \left\{ i_{k\delta}(\tau) + i_{k\delta}(0) \right. \\ \left. + \sqrt{3} i_{k\gamma}(\tau) - \sqrt{3} i_{k\gamma}(0) \right\} \quad (69)$$

となるが、 $i_{k\delta}$ 、 $i_{k\gamma}$ については、(16)、(17)式から計算すれば得られるつぎの関係がある。(Fig. 10)

$$i_{k\delta}(\tau) = i_{k\delta}(0) - \sqrt{2} \frac{M}{L_k} I \\ i_{k\gamma}(\tau) = i_{k\gamma}(0) \quad (70)$$

(70)式を(69)式に代入して、 J_{32} は

$$J_{32} = \frac{\sqrt{2}}{\tau} M \left\{ i_{k\delta}(\tau) + \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{M}{L_k} I \right\} \quad (71)$$

となる。したがって(62)式の第3項 J_3 は(66)式と(71)式からつぎのようになる。

$$J_3 = J_{31} + J_{32} \\ = -\frac{1}{\tau} \frac{M^2}{L_k} I + \frac{\sqrt{2}}{\tau} M \left\{ i_{k\delta}(\tau) + \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{M}{L_k} I \right\} \\ = \frac{\sqrt{2}}{\tau} M i_{k\delta}(\tau) \quad (72)$$

したがって、(68)、(61)、(72)式を(62)式に代入することによって

$$\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} v_s dt = 2 RI + \frac{1}{\tau} LI + \frac{\sqrt{2}}{\tau} M i_{k\delta}(\tau) \quad (73)$$

が得られる。

(昭和44年12月15日受理)