

多点負荷による鉄筋コンクリートばりの力学的考察

加賀美一二三*・有富 範伊**・下野 正之***

The Study of Dynamic Properties of Simply Supported Reinforced Concrete Beams Subjected to Multiple Loadings

Hifumi KAGAMI*, Noriyoshi ARITOMI** and Masayuki SHIMONO***

Abstract

The authors designed 8 beams in accordance with the ultimate strength design and experimented them in the state of two multiple loadings.

We measured strains and deflections of simply supported beams, and added consideration to them, defined the failure into three boundaries, which are bending, bending-shear (shear-bending), shear failure.

The judgement by a/d of the failed boundary and by the theoretical equation of the ultimate bending moment nearly agreed with the results from the experiments, and then we calculated the tensile stresses of main steel bar and compared with the measured stresses.

1. 緒 言

はり部材内の曲げ、セン断曲げ、セン断破壊機構の究明は現在この分野における研究課題であるが、特に鉄筋コンクリートばりの多点負荷によるセン断の研究は数少ない。この中において鉄筋コンクリートばりの破壊機構に関して既に2点、3点載荷実験を行ない種々の考察を得ているが、本実験においては、等分布荷重載荷実験を行ないセン断破壊機構に対して検討考察を加えたものである。

また本実験では従来と異なり“極限強さ設計法”にて、はり供試体を作成し前報¹⁾と同じ載荷状態で、ひずみ、たわみおよびひびわれの進行状況について測定を行なったものである。

以上の実験の結果、ひずみに関してはその最大ひずみがはりの破壊に影響を及ぼすものとし、ストレインメーターにて測定した最大主応力ひずみについて検討した。次にたわみについては、各種供試体のたわみ量の比較および各たわみ一荷重関係を無次元化し、その変曲点により鉄筋コンクリートばりの弾塑性領域を求めてみた。はり供試体の破壊様相については、測定されたひびわれによってそれぞれの破壊様相を定義し、 a/d そして破壊曲げモーメント M_u による破壊領域の判定を行ない、よい結果を得たので鉄筋コンクリート

ばりの破壊機構についての一考察をなし得たものと考えられる。さらに、はりの力学的機構については、1936年 Evan が提唱した“タイドアーチ理論”を適用し、またボックスラーメン機構として主鉄筋の引張力を照査してみた。

2. 供試体および実験方法

2.1 使用材料

2.1.1 鉄筋

普通丸鋼は公称径 13mm、降伏点応力度 4010kg/cm²、異形丸鋼は公称径12.7mm、降伏点応力度3780kg/cm²の鉄筋を使用した。

2.1.2 コンクリート材料

セメントは普通ポルトランドセメントを使用し、骨材は細骨材においては5mmフルイを通過するものを用い、粗骨材は20mmフルイを通過し5mmフルイにとどまる碎石を水洗し、その後配合設計上、一定表面水量を得るため48時間プレウェッティングを実施した。

コンクリートの設計基準強度 $\sigma_{ck}=180\text{kg/cm}^2$ で供試体コンクリートの示方配合は Table 1 である。打込みは、2層にわけて行ない各層とも突き棒で均等に突固めて2層目の突固め終了後、外部振動機で型枠上面2ヶ所に5～6秒間程度の振動締固めを行ない上面をコテでしあげた。またはり供試体打込みと同時に標準

* 土木工学教室 **大学院工学研究科土木工学専攻

*** (株)戸田建設

円筒供試体を3本圧縮試験用として作成し、供試体養生は、打込み後3日間型枠のまま湿潤養生を行ない型枠除去後3週間水中養生をなし、ひずみ測定ゲージ貼

りつけのため供試体乾燥の必要から水中より取り出し一週間空中養生とした。

Table 1 Designed mixture of concrete

Max. size of coarse aggr. mm	Slump cm	Air %	w/c %	s/a %	W kg	C kg	S kg	G kg
20	3±1	2	68.5	45	184	269	813	1052

2.2 供 試 体

はり供試体作成の型枠は底面側面ともに、鉄製のも

のを使用し供試体寸法および配筋図はFig. 1のとおりである。

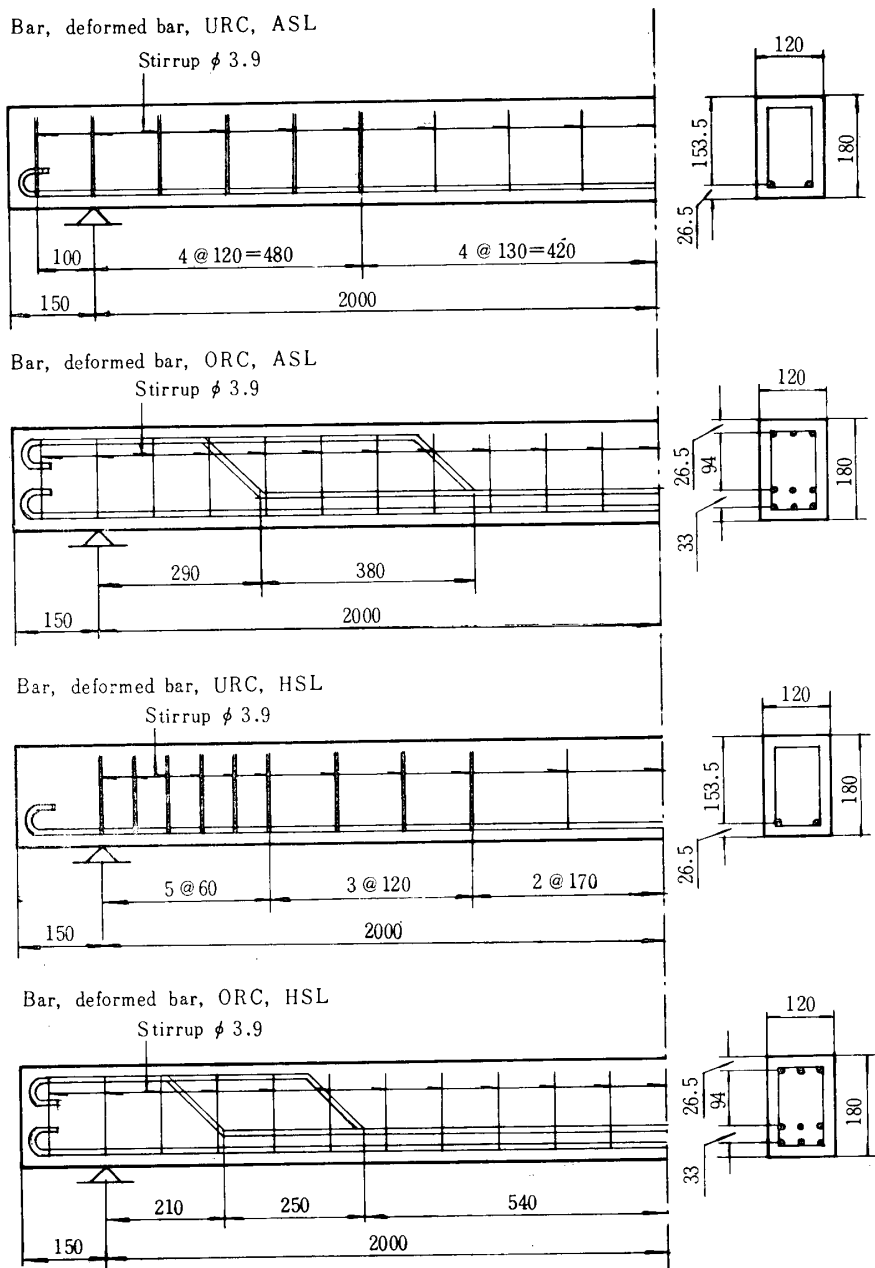
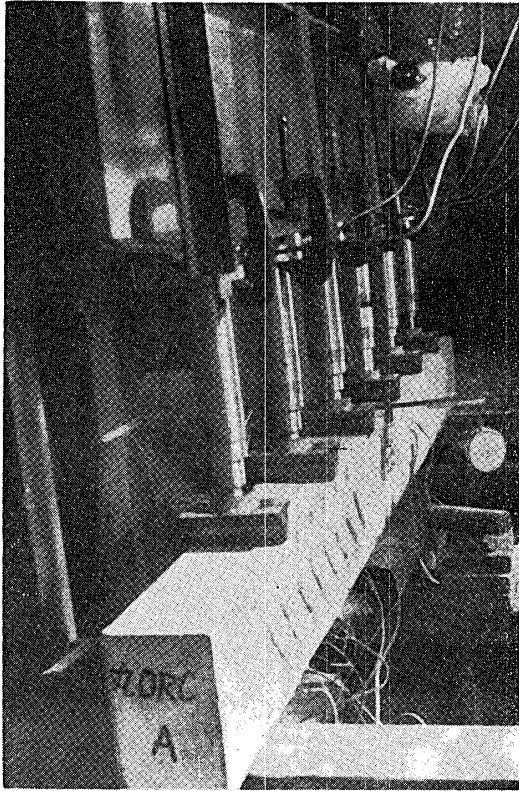


Fig. 1 Details of beams

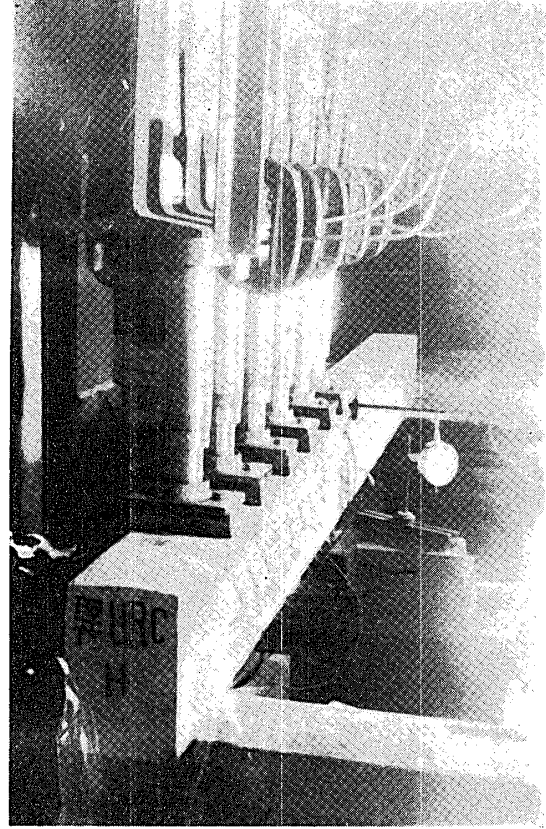
2.3 加圧装置

加圧機械は、手動式油圧機械でジャッキを同時に多数操作する場合に用い、本実験のように静的多点負荷

の目的に最適なものとして構造はきわめて簡単で操作も容易であり各ジャッキに 20ton までの載荷が可能である。



(a) All span loading



(b) Half span loading

Fig. 2 Experimental apparatus

2.4 実験方法

油圧ジャッキ6本使用しはり供試体に載荷させる。載荷状態はFig. 3のように全スパンに等間隔に (All span loading, ASL) 作用させた場合と、半スパンに

等間隔 (Half span loading, HSL) に作用させる2種類とした。

本実験では、ひずみと最大曲げモーメントの生ずる点のたわみを測定したが、ストレインゲージ貼りつけ位置はFig. 3のようにASLの場合、片面に12枚、両面で24枚、HSLの場合13枚、26枚をはり、同一断面の両側面のひずみの平均値をもって、その断面のひずみ値とした。たわみの測定には、ダイヤルゲージを使用し測定した。

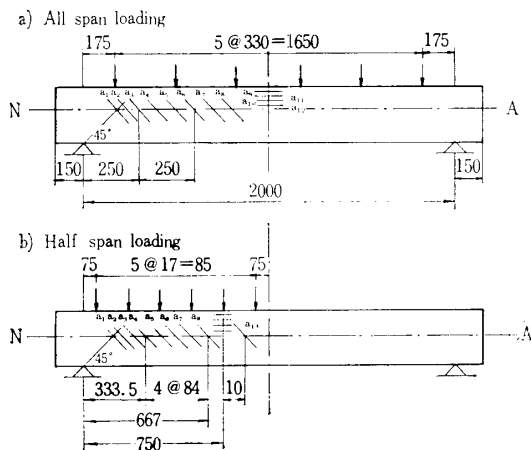
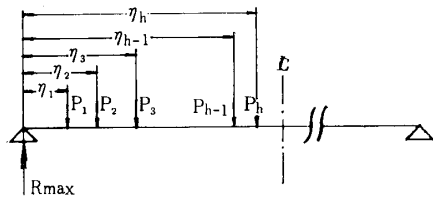


Fig. 3 Position of paper strain gauges and loading points

3. 実験結果および考察

3.1 等価セン断スパン

セン断スパンをつぎのように定義している²⁾。すなわち、はりスパンを2等分しセン断破壊の影響を考慮して支点反力の異なる方のスパンを考え、その半スパン内の各載荷々重の支点に関するモーメントの代数和が支点反力に、ある値 a_0 を乗じたものに等しいとした場合の a_0 を等価セン断スパンとする定義である。



$$\sum_{i=1}^h P_i \eta_i = R_{max} \cdot a_o$$

$$\therefore a_o = \frac{\sum P_i \eta_i}{R_{max}}$$

All span loading

$$a_o \times \frac{wl}{2} = \frac{wl}{2} \times 50$$

$$\therefore a_o = 50 \text{ (cm)}$$

Half span loading

$$a_o \times \frac{3}{8} wl = \frac{wl}{2} \times 50$$

$$\therefore a_o = 66.7 \text{ (cm)}$$

Fig. 4 Equivalent shear span

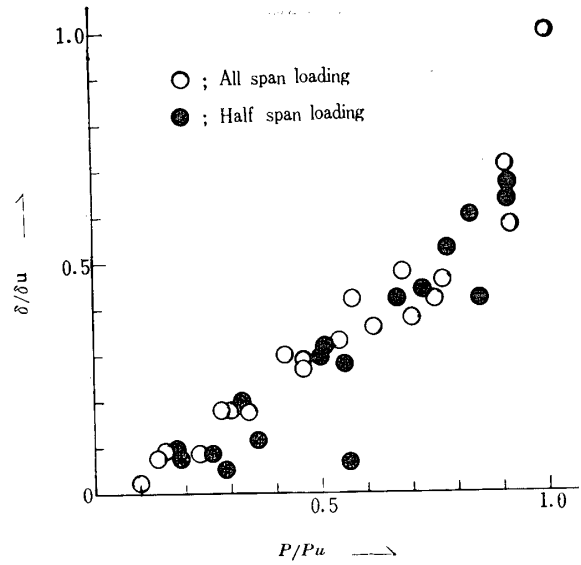
3.2 はり供試体の破壊荷重

はり供試体の破壊荷重と理論値との比を Table 2 に示す。

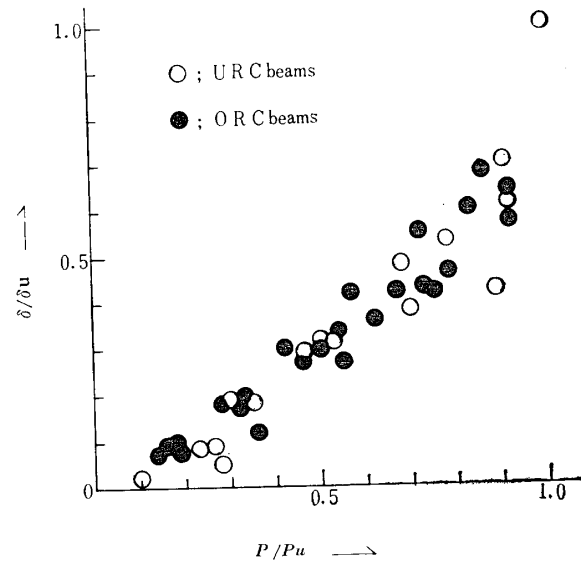
3.3 たわみに関する考察

たわみの測定結果を Fig. 5 のように (a) ASL と HSL, (b) URC ばりと ORC ばり, (c) 丸鋼ばりと異形ばりに分類してみると (a), (b), (c) とともに著しい差違は認められない。またこのグラフより鉄筋コンクリートばりの弾性限, 弾塑性限の変曲点を見出し, 各供試体の平均値をとってみると, ほぼつぎのようである。

- 0 ~ 0.50 P_u 弾性領域
- 0.50 P_u ~ 0.90 P_u 弾塑性領域
- 0.90 P_u ~ P_u 塑性領域



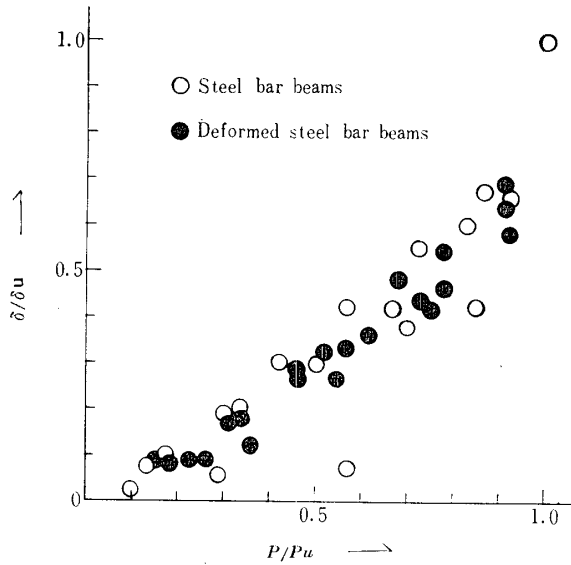
(a) All span, half span loading



(b) URC, ORC beams

Table 2 Failure load

Kind of beams	Loading state	Failure load P_u (ton)	Theoretical f.l. P_o	P_o/P_u
U R C steel bar	A S L	4.8	5.2	1.08
	H S L	4.8	4.7	1.02
O R C steel bar	A S L	8.4	7.05	0.84
	H S L	7.2	6.3	0.88
U R C deformed steel bar	A S L	5.16	5.7	1.01
	H S L	4.62	4.7	1.12
O R C deformed steel bar	A S L	7.8	7.3	0.94
	H S L	6.6	6.6	1.00



(c) Bar, deformed steel bar beams

Fig. 5 Relation between $\delta/\delta u$ and P/Pu

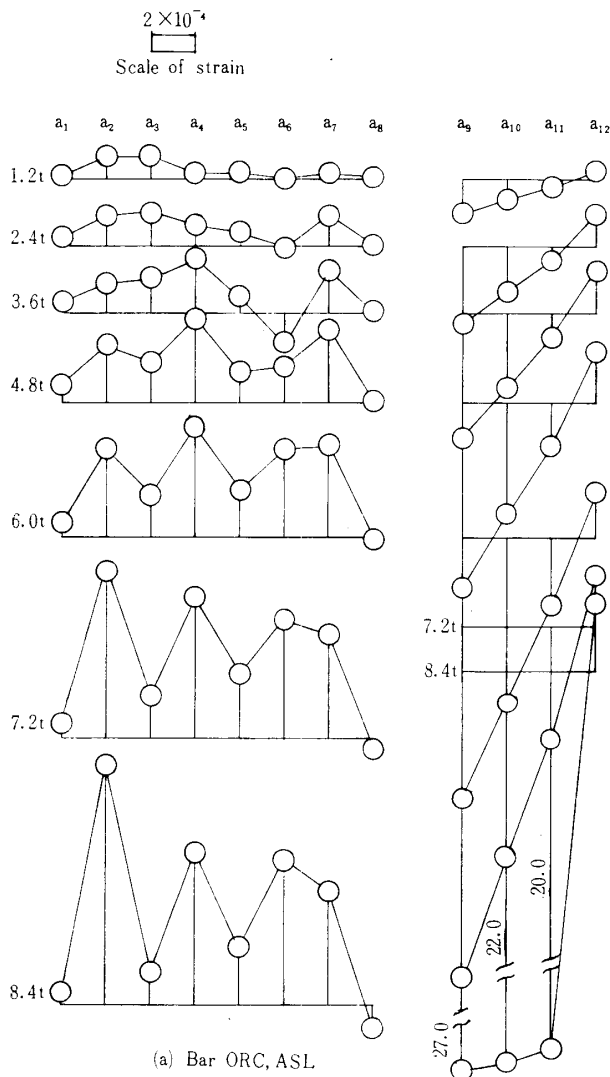


Fig. 6 Distribution of strains

3.4 ひずみに関する考察

ひずみの測定結果の一例をFig. 6 (a), (b)に示すが、セン断ひずみの最大となるストレインゲージ位置については、ASLの場合 $a_0, a_0/2$ 点はそれぞれ a_6, a_3 の位置であるが、最大ひずみの誘起点は、 a_2, a_5, a_6, a_7 等が認められ $a_0, a_0/2$ 点の近くでひずみが最大となっている。またHSLの場合は $a_0, a_0/2$ 点は a_8, a_4 であるが、 a_2, a_4, a_5 等で最大ひずみを示していて、最大ひずみの誘起点にかなりのばらつきがあるが、 $a_0, a_0/2$ 点の近くで最大となる傾向は認められる。塑性領域以後になると誘起点にばらつきがあるがこれは、今回の供試体が、極限強さ設計であり、スターラップ間隔をそのままスパン中央にのばした配筋のため内部応力関係が一点に集中せずセン断スパン内の各部へ分散されたためと考えられる。逆に応力の分散が行なわれたことは、極限強さ設計法によるほうが力学的に安定であるといえる。

つぎに中立軸の位置については、URC ばりにおいては、荷重々重増加に伴い上昇し、ORC ばりにおいては、逆に下降する結果である。

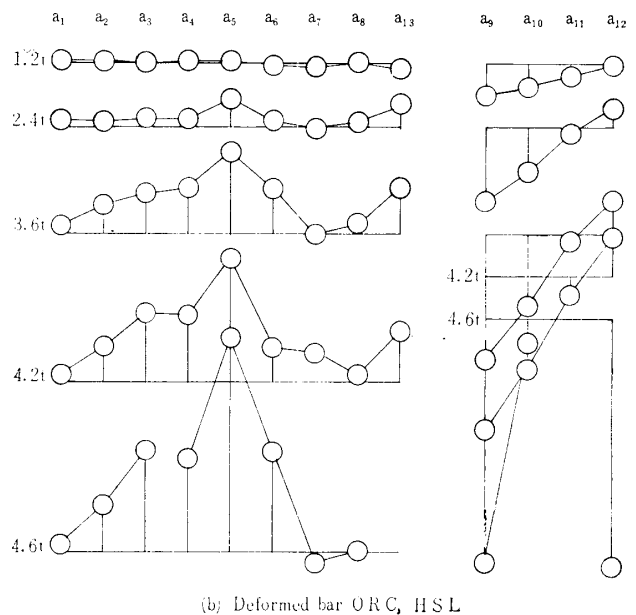
4. 鉄筋コンクリートばりの破壊領域の判定と実験との照査

4.1 破壊様相の定義

鉄筋コンクリートばりの破壊を、ひびわれ状況によって破壊を四種類に区別しつぎのように定義する³⁾。

1) 曲げ破壊 (BF)

曲げによるひびわれがN-A軸を完全に越え



て破壊し斜ひびわれがあっても N-A 軸を越えていない。(Fig. 7, (a))

2) 曲げせん断破壊 (B-SF)

曲げ, 斜ひびわれが N-A 軸を越えていて, 曲げひびわれが支配して破壊する。

(Fig. 7, (b))

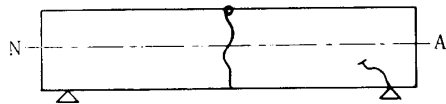
3) セン断曲げ破壊 (S-BF)

曲げ, 斜ひびわれが N-A 軸を越えていて, セン断ひびわれが支配して破壊する。

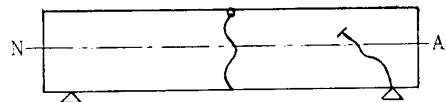
(Fig. 7, (c))

4) セン断破壊 (SF)

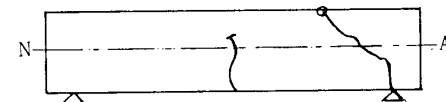
斜ひびわれが, はり断面に大部分はいり破壊する。(Fig. 7(d))



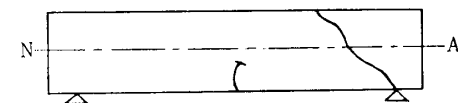
(a) Bending failure



(b) B-shear failure



(c) S-B failure



(d) Shear failure

Fig. 7 Mode of failure

4.2 a_0/d による判定

セン断スパン a_0 を, $a_0 = \sum P_i \mu_i / R_{max}$. より求め, 有効高さ d との比 a_0/d を縦軸に, 中立軸位置係数 k を横軸にとり (4.1) 式により, Fig. 8 の I, II, III の3つの破壊領域に判定できる。

$$\left(\frac{a_0}{d}\right) \begin{cases} \geq 10\mu k \\ \leq 10\mu k \end{cases} \quad (4.1)$$

(4.1) 式中, $\mu = n/(n+1)$ であり n の値は弾性領域中で, $n=1.3^3$, 塑性領域中では, $n=5$ である。したがって, $\mu=0.833$ or 0.565 となる。

Fig. 8 は, 実測値 (a_0/d) をプロットしたものであり, 各供試体の判定と実際の破壊状況を Table 3 に示す。URC ばかりにおいては, ASL, HSL とともに実験と一致し, ORC ばかりにおいても 実験とほぼ一致している。 a_0/d による判定は実験とよく一致することがわかる。

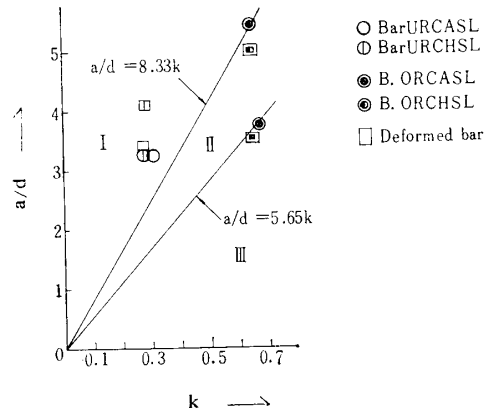


Fig. 8 Relation between k and a/d

4.3 破壊曲げモーメント M_u による判定

本実験では集中荷重を等分布荷重と考え, 破壊曲げモーメント M_u の理論式にもとづいて, はり破壊の性状について考察してみることにする。

ASL の場合の最大曲げモーメント M_{max} . は

Table 3 Judgement of mode of failure by a/d

Specimens	Steel bar beams				Deformed steel bar beams			
	U R C		O R C		U R C		O R C	
	A S L	H S L	A S L	H S L	A S L	H S L	A S L	H S L
k	0.306	0.275	0.670	0.637	0.273	0.282	0.657	0.667
a/d theoretical	1.73 ~2.55	1.55 ~2.29	3.68 ~5.58	3.49 ~5.31	1.54 ~2.27	1.59 ~2.35	3.76 ~5.48	3.72 ~5.56
a/d experiment	3.275	3.24	3.67	5.33	3.220	4.230	3.562	5.002
Judgement	BF	BF	SF	BF	BF	BF	SF	B-SF
Mode of Failure	BF	BF	B-SF	BF	BF	BF	B-SF	B-SF

$$M_{max.} = \frac{wl^2}{8}$$

これが破壊時には

$$\omega_0 = \frac{8 M_u}{l^2} \quad (4.2)$$

とおける。同様に HSL の場合は

$$\omega_0 = \frac{128 M_u}{9l^2} \quad (4.3)$$

式中、

ω_0 = 破壊時等分布荷重

M_u = 破壊曲げモーメント

l = スパン長

破壊曲げモーメント M_u は次式である。

$$M_u = \mu k \sigma_{cu} (1 - \nu k) b d^2 \quad (4.4)$$

$$\mu = \frac{n}{n+1}, \quad \nu = \frac{n}{2n+1}$$

曲げ破壊の場合、コンクリートは塑性領域にはいつているので $\mu=0.833$, $\nu=0.455$ であり、セン断破壊

の場合、コンクリートは弾塑性領域にあるので $\mu=0.565$, $\nu=0.361$ である。

曲げ破壊の場合

$$M_{ub} = 0.833 k \sigma_{cu} (1 - 0.455 k) b d^2 \quad (4.5)$$

セン断破壊の場合

$$M_{us} = 0.565 k \sigma_{cu} (1 - 0.361 k) b d^2 \quad (4.6)$$

(4.5), (4.6) 式を (4.2), (4.3) 式に代入し M_{ub} , M_{us} より求まる ω_0 をそれぞれ ω_{ob} , ω_{os} とし、実際の破壊荷重 P_u を等分布荷重に換算した ω_u とを比較して、(4.7) 式で破壊の判定を行なうことができる。

$$\left. \begin{array}{l} \omega_u < \omega_{os} \quad \text{SF} \\ \omega_{os} < \omega_u < \omega_{ob} \quad \text{S-BF, B-SF} \\ \omega_{ob} < \omega_u \quad \text{BF} \end{array} \right\} \quad (4.7)$$

判定と実際の破壊様相との比較は、Table 4 のようであるが、判定と実際とは、ほとんど一致する結果が得られた。

Table 4 Judgement of mode of failure by M_u

Specimens Each terms	Steel bar beams				Deformed steel bar beams			
	U R C		O R C		U R C		O R C	
	A S L	H S L	A S L	H S L	A S L	H S L	A S L	H S L
ω_{ob}	2.88	4.84	3.78	6.85	2.60	4.80	4.05	6.58
ω_{os}	1.82	3.05	2.51	4.56	1.70	3.04	2.69	4.35
ω_u	2.40	4.80	4.20	7.20	2.58	4.62	3.90	6.60
Judgement	B-SF	B-SF	BF	BF	B-SF	B-SF	B-SF	BF
Mode of failure	BF	BF	B-SF	BF	BF	BF	B-SF	B-SF

5. タイドアーチ理論と

ボックスラーメン機構

5.1 タイドアーチ理論

鉄筋コンクリートばりの任意荷重時における下縁よりのひびわれの各頂点を連らねるとアーチ曲線が描かれるが、このひびわれ部分のコンクリートを無視し、引張り鉄筋をタイバーと考えた場合の引張力 T_1 を次式で計算し、その計算結果を Table 5 に示す。

$$T_1 = \frac{\int \frac{M_0}{I \cos \phi} y dx}{\int \frac{y^2}{I \cos \phi} dx + \int \frac{1}{A \cos \phi} dx}$$

$$= \frac{\sum \frac{M_i}{I_i \cos \phi_i} y \Delta x_i}{\sum \frac{y_i^2}{I_i \cos \phi_i} \Delta x_i + \sum \frac{\Delta x_i}{A_i \cos \phi_i}}$$

$$= f(k) \frac{a}{d} P$$

$$= 1.05 \frac{a}{d} P \quad (5.1)$$

$$f(k) = \frac{6(2-k)}{3(2-k)^2 + k^2} = \frac{2}{2-k} \quad 4)$$

5.2 ボックスラーメン機構としての力学的解析

本実験でのひびわれ発生状態は、Fig. 9(a)の斜線部分のようにひびわれが発生し、この部分を無効になったと考え残りの有効な部分と主鉄筋とによって、はり供試体をボックスラーメンと考えそれぞれの供試体において、各荷重ごとに主鉄筋に作用する引張力を計算してみる。

はり供試体を Fig. 9(b) のようにモデル化すると

$$R = 0, \quad \theta_A = -\theta_D, \quad \theta_B = -\theta_O$$

$$M_{AB} = -M_{DC}, \quad M_{BA} = -M_{CD}$$

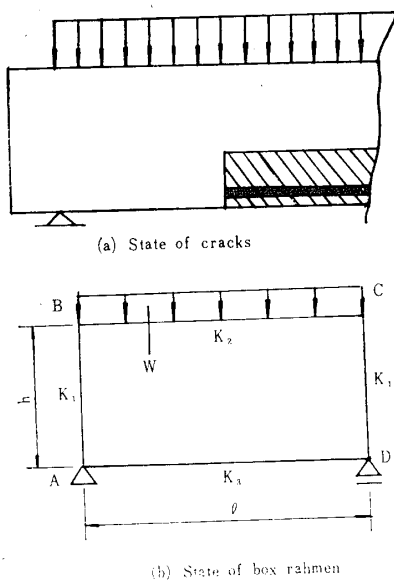


Fig. 9 Cracks and box rahmen

$$M_{BC} = -M_{CB} \quad , \quad M_{AB} = -M_{DA}$$

$$C_{BC} = -C_{CB}$$

$$K_1 = \frac{I_1}{h}, \quad K_2 = \frac{I_2}{l}, \quad K_3 = \frac{I_3}{l}$$

これらの条件より

$$\left. \begin{aligned} M_{AB} &= 2 E_1 K_1 (2 \theta_A + \theta_B) \\ M_{BA} &= 2 E_1 K_1 (\theta_A + 2 \theta_B) \\ M_{BC} &= 2 E_1 K_2 \theta_B + C_{BC} \\ M_{AD} &= 2 E_2 K_3 \theta_A \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

節点方程式より

$$\left. \begin{aligned} M_{AB} + M_{AD} &= 0 \\ M_{BA} + M_{BC} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (b)$$

$$k = K_2/K_1, \quad k' = K_3/K_1, \quad \alpha = E_2/E_1, \quad 2 E_1 K_1 = \zeta$$

とおき (b) 式に (a) 式を代入すると

$$\left. \begin{aligned} 2 \theta_A + \theta_B + \alpha k' \theta_A &= 0 \\ \zeta (\theta_A + 2 \theta_B) + \zeta k \theta_B + C_{BC} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (c)$$

(c) 式より θ_A, θ_B を求めると

$$\theta_A = \frac{1}{\zeta} \left\{ \frac{C_{BC}}{(2 + \alpha k')(2 + k) - 1} \right\}$$

$$\theta_B = \frac{C_{BC}}{\zeta} \left\{ \frac{(2 + \alpha k')}{(2 + \alpha k')(2 + k) - 1} \right\}$$

したがって, M_{AB}, M_{BA} は

$$M_{AB} = \frac{wl^2}{12} \left\{ \frac{\alpha k'}{(2 + \alpha k')(2 + k) - 1} \right\}$$

$$M_{BA} = \frac{wl^2}{12} \left\{ \frac{2 \alpha k' + 3}{(2 + \alpha k')(2 + k) - 1} \right\}$$

故に,

$$Q = -\frac{1}{h} \{ (M_{AB} + M_{BA}) \}$$

$$= -\frac{wl^2}{4h} \left\{ \frac{\alpha k' + 1}{(2 + \alpha k')(2 + k) - 1} \right\} \quad (5.2)$$

以下に (5.2) 式の計算例を示す。

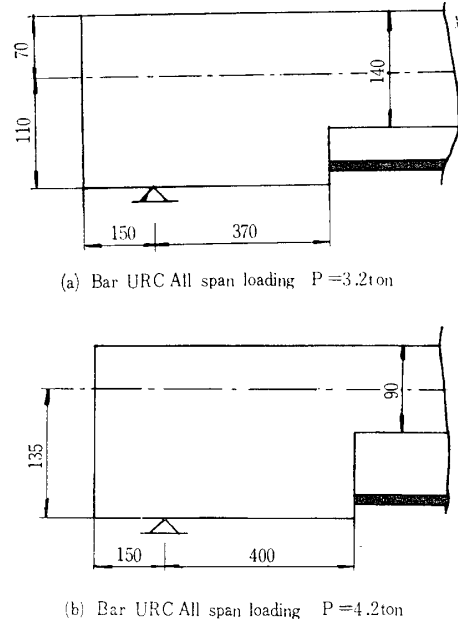


Fig. 10 State of beams on some occasion

5.2.1 計算例

1) 丸鋼 URC, ASL, 3.0ton

$$K_1 = \frac{1}{3} (15^3 + 37^3), \quad K_2 = \frac{14^3}{12}$$

$$K_3 = \frac{1.3^3}{12} \times 22.3$$

したがって

$$k = \frac{14^3}{4 (15^3 + 37^3)} = \frac{2740}{216000} = 0.0127$$

$$k' = \frac{1.3^3 \times 22.3}{4 (15^3 + 37^3)} = 0.000226$$

$$\alpha = 22.3, \quad h = 11$$

$$\therefore Q = \frac{3000 \times 200}{4 \times 11} \left\{ \frac{(22.3 \times 0.000226 + 1)}{(22.3 \times 0.000226 + 2)(2 + 0.0127) - 1} \right\}$$

$$= 4582 \text{ (kg)}$$

2) 丸鋼 URC, ASL, 4.2 ton

$$K_1 = \frac{1}{3} (15^3 + 40^3), \quad K_2 = \frac{9^3}{12}$$

$$K_3 = \frac{1.3^3}{12} \times 22.3$$

したがって

$$k = \frac{9^3}{4 (15^3 + 40^3)} = 0.0027$$

$$k' = \frac{1.3^3 \times 22.3}{4 (15^3 + 40^3)} = 0.00018$$

$$\alpha = 22.3, \quad h = 13.5$$

$$\therefore Q = \frac{4200 \times 200}{4 \times 13.5} \left\{ \frac{22.3 \times 0.00018 - 1}{(22.3 \times 0.00018 + 2)(2 + 0.0027) - 1} \right\} = 5180 \text{ (kg)}$$

同様に、各供試体について Q を計算すると Table 5 のようになる。

Table 5 Tensile stresses of main steel bar

	Load ton	T_1	Q	$T_{exp.}$	$T_1/T_{exp.}$	$Q/T_{exp.}$
Steel bar URC	3.0	10.26	4.58	5.27	1.95	0.87
	4.2	14.36	5.18	8.33	1.71	0.62
Steel bar ORC	3.6	13.80	6.00	9.57	1.44	0.63
	4.8	18.40	7.66	12.85	1.43	0.60
Deformed steel bar URC	3.6	11.74	5.19	6.25	1.88	0.83
	4.8	15.65	6.94	8.30	1.89	0.84
Deformed steel bar ORC	4.8	18.40	7.99	13.64	1.35	0.59
	6.0	29.27	10.34	17.08	1.71	0.61

6. 結 言

1) たわみについて

測定結果を (a) ASL と HSL, (b) URC ばかりと ORC ばかり, (c) 丸鋼ばかりと異形ばかりの 3 つの観点から比較してみたが、それぞれ著しい差異は認められなかった。

2) ひずみについて

最大主応力ひずみの誘起点は、等価セン断スパン a_0 と $a_0/2$ の付近で認められたが、塑性領域以後になるとかなりばらつきを生ずる。これは今回のはり供試体が“極限強さ設計法によるため内部応力関係が一点に集中せずにセン断スパン内の各部に分散されたためと考えられる。

3) はりの破壊様相の判定について

a/d による判定では、URC ばかりにおいては実験と一致し、ORC ばかりにおいてもほぼ一致して a/d による判定が実験とよく一致する結果を得、また破壊曲げモーメント M_u を用いて行なった判定も実験とよ

く一致する結果が得られた。

4) タイドアーチ理論とボックスラーメン機構について

主鉄筋の引張力を 2 つの解析法により計算を行なってみたが、ボックスラーメンとして引張力を計算した値がわずかに実際に近似の値を示した。

この実験を行なうにあたり、ご協力いただいた長谷川博氏 (山口大学工業短期大学部)、兼行啓治氏、平野寛氏 (横河工事)、三浦正昭氏 (大分工業大学)、江口泰彦 (九州大学助手)、森田 徹 (福山コンサルタント) 両君に深く感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1), 2), 3) 加賀美一二三: セメント技術年報, XXII (1968)
 - 4) 加賀美一二三: セメント・コンクリート, 132 (1958)
 - 5) 神田 一: コンクリートジャーナル, 8 (1968)
- (昭和44年12月13日受理)