

回分遠心濾過の実験的研究

三分一政男*・中倉英雄*・斉藤功一**・大佐々邦久*

Experimental Study on Batchwise Centrifugal Filtration

Masao SAMBUICHI, Hideo NAKAKURA, Koichi SAITOH
and Kunihisa OSASA

Abstract

Batchwise centrifugal filtration process of limestone- and coal-water slurries were experimentally investigated by using the method of stroboscopic photography, instead of the conventional method to measure the volume of filtrate. By means of this method, the relation between filtrate volume and time was exactly determined and the centrifugal sedimentation process of particles was examined in detail. The particle settling had to be taken into account the centrifugal filtration process.

It was demonstrated that the cake volume predicted on the basis of filtrate volume was largely different from the true value, and consequently the specific filtration resistance could not be determined as a characteristic value of the cake. Thus, the rate equation of cake formation was derived taking into account the particle settling. And then it was approximated to simplify the subsequent calculating procedure.

By using this equation and the experimental data, the true values of average specific resistance were calculated and the batchwise centrifugal filtration process was predicted in the course of time. The process calculated by the approximated method, which proposed in this paper, was favourably consistent with the experimental course. In addition to the conclusion, the process predicted by the precise filtration theory, which was in need of the compression-permeability data and a trial and error calculating method, showed fairly coincidence with the experimental results.

1. 緒 言

遠心濾過は、化学工業、鉍工業はもちろんのこと、食品工業、医学、水処理など幅広い分野で応用されており、各分野で研究・開発が進められている。遠心濾

過の基礎的理論は、Maloney²⁾がRuthの定圧濾過式⁵⁾を遠心力場における濾過速度式に書き改めたことに始まる。Grace¹⁾は、遠心濾過ケーキの圧縮性について初めて言及し、遠心濾過ケーキ内の比抵抗や空隙率分布を含む微分方程式を導出した。しかし、一般的な解析のためには、ケーキ内の圧縮圧力分布に関する知識が必要であるとし、圧縮透過データのみから理論的に解析することは不可能であると結論した。大山ら³⁾は、遠心透過の比抵抗が、定圧濾過のそれより大きいことを認

*化学工学科

**下松工業高等学校

め、この原因がケーキ内の微粒子の移動に基づくものであると説明した。その後も遠心濾過と一般のケーキ濾過との相違が指摘されながらも、その原因は未だ明確にはされていない^{4,18)}。

本報告では、これまでほとんど無視されてきた粒子の遠心沈降現象を詳細に調査し、また濾液量と時間の関係を正しく測定するため、ストロボ写真撮影法を用いて、粒子の沈降作用が遠心濾過プロセスに及ぼす影響について検討した。さらに、粒子の沈降を考慮したケーキ生成速度式を導き、正しい平均濾過比抵抗を算出して実測結果に基づいた回分遠心濾過過程の推算法を明らかにした。

2. 理 論

2.1 遠心濾過速度式

遠心濾過ケーキ内の微小薄層における液圧の変化 dp_L は、運動量変化が無視できる場合、次式で与えられる。

$$dp_L = \rho r \omega^2 dr - \mu \alpha \rho_p (1 - \epsilon) u_r dr \quad (1)$$

ここで、 ω [rad/s] は角速度、 α [m/kg]、 ϵ [-] 及び u_r [m/s] はそれぞれケーキ内位置 r におけるケーキ比抵抗、ケーキ空隙率、ケーキ内濾液流速である。いま、 α 及び ϵ が r に関係なく α_{av} 及び ϵ_{av} で一定であり、また、 $u_r = Q/2\pi r h$ であると仮定して、(1)式をケーキ表面半径 r_c から濾材表面半径 r_0 まで積分すれば、遠心濾過速度式として次式を得る^{1,3,9,12)}。

$$u_0 = \frac{Q}{2\pi r_0 h} = \frac{\Delta p}{\mu \left\{ \frac{\alpha_{av} W}{\pi (r_0^2 - r_c^2)} \ln \left(\frac{r_0}{r_c} \right) + R_m \right\}} \quad (2)$$

$$= \frac{\Delta p}{\mu \left\{ \frac{\alpha_{av} W}{A_{im} \cdot A_{am}} + R_m \right\}}$$

ここで、 Q [m³/s] は流出濾液量、 R_m [1/m] は濾材抵抗、 h [m] はバスケット側面高さ、 W [kg] は全ケーキ固体質量で

$$W = \rho_p (1 - \epsilon_{av}) \cdot \pi (r_0^2 - r_c^2) h \quad (3)$$

また、 Δp [Pa] は遠心濾過における圧力差で、一般に次式で与えられている。

$$\Delta p = \frac{\omega^2}{2} \{ \rho (r_0^2 - r_c^2) + \rho_{sl} (r_c^2 - r_l^2) \} \quad (4)$$

ここで、 r_l [m] はスラリー表面半径、 ρ_{sl} [kg/m³] はスラリー濃度である。しかし、一般には、遠心力の作用によってバスケット中で粒子の遠心沈降が生じるのでこれを考慮する必要がある。粒子が集合沈降し、Fig. 1に示す様にケーキ層、スラリー層、清澄液層の三層が存在して濾過が進行する場合には、 Δp は(5)式で表わせる。Vol.38 No.1 (1987)

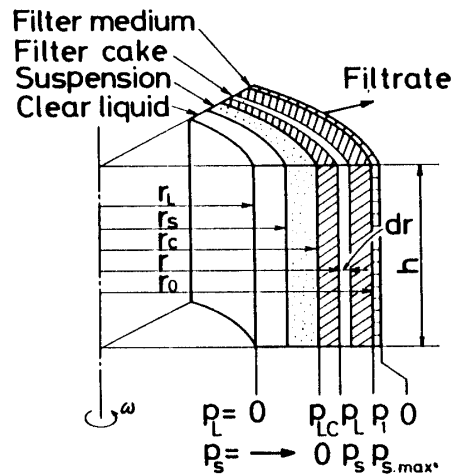


Fig. 1 Schematic diagram in a centrifugal basket

存在して濾過が進行する場合には、 Δp は(5)式で表わせる。

$$\Delta p = \frac{\omega^2}{2} \{ \rho (r_0^2 - r_c^2) + \rho_{sl} (r_c^2 - r_s^2) + \rho (r_s^2 - r_l^2) \} \quad (5)$$

ここで、 r_s [m] はスラリーの沈降界面半径である。

2.2 ケーキ生成速度式

2.2.1 粒子の沈降を伴わない場合

通常の濾過においては、ケーキ固体質量は濾液体積 V に基づいて計算されており、これを W' とすれば、スラリーの物質収支より次式が得られる。

$$W' = \frac{\rho_s}{1 - m_s} \cdot V \quad (6)$$

ここで、 m [-] はケーキの湿乾質量比であり、ケーキ平均空隙率 ϵ_{av} と次式の関係が成立する^{9,15,16)}。

$$m = 1 + \frac{\rho \epsilon_{av}}{\rho_p (1 - \epsilon_{av})} \quad (7)$$

したがって、粒子の沈降を考慮しない場合、ケーキ半径 r_c は(3)式、(6)式及び(7)式より濾液量 V に対して次式の関係で表わすことができる。

$$r_c = \sqrt{r_0^2 - \frac{\rho_s V}{\pi h \{ (1-s) \rho_p (1 - \epsilon_{av}) - \rho \epsilon_{av} s \}}} \quad (8)$$

2.2.2 粒子が集合沈降する場合

粒子の沈降を伴う場合の定圧濾過におけるケーキ生成速度式については、すでに報告⁷⁾しているが、遠心濾過の場合も同様に、ケーキ厚さは濾過の進行と粒子の

沈降の両者によって増大するものと考えられる。固体粒子が集合沈降する場合のケーキ生成速度は、微小時間 $d\theta$ における固体の物質収支より次式で与えられる。

(Appendix参照)

$$-\frac{dr_c}{d\theta} = \frac{s\rho_{sl}}{\{\rho_p(1-\epsilon_{av}) - s\rho_{sl}\}} \cdot \frac{r_s}{r_c} \cdot u_s + \frac{\{(r_0^2 - r_c^2)\rho_p d\epsilon_{av} - (r_c^2 - r_s^2)d(s\rho_{sl})\}}{2r_c \{\rho_p(1-\epsilon_{av}) - \rho_{sl}\}} d\theta \quad (9)$$

ここで、 u_s [m/s] は清澄液—懸濁液界面における固体粒子群の沈降速度で、濾過による界面の移動を考慮して次式で表わされる⁹⁾。

$$u_s = \frac{r_0}{r_s} u_0 + \frac{r_s \omega^2}{g} \cdot u_g \quad (10)$$

ここで、 u_g [m/s] は重力場におけるスラリーの界面沈降速度である。

ケーキ生成速度式(9)式において、右辺第二項は第一項に比べて無視しうるものとし、また、 ϵ_{av} は濾過中近似的に一定と仮定すると、次式が得られる。

$$-r_c dr_c = \frac{s \cdot \rho_{sl}}{\{\rho_p(1-\epsilon_{av}) - s \cdot \rho_{sl}\}} \times (r_0 u_0 + \frac{r_s^2}{g} \omega^2 u_g) \cdot d\theta$$

上式を条件、 r_c [r_0, r_c]、 θ [$0, \theta$] で積分し、 r_c について整理すると次式となる。

$$r_c = \sqrt{r_0^2 - \frac{2 \cdot s \cdot \rho_{sl}}{\{\rho_p(1-\epsilon_{av}) - s \cdot \rho_{sl}\}} \cdot (r_0 u_0 + \frac{r_s^2}{g} \omega^2 u_g) \cdot \theta} \quad (11)$$

2.3 圧縮透過実験結果を用いた遠心濾過特性値の推定

円筒濾面上の圧縮性濾過ケーキの濾液流速変化式は次式

$$\frac{u_r}{u_0} = \left\{ 1 - \frac{(\epsilon - \epsilon_{av,r})(m-1)s}{\epsilon_{av}(1-ms)(1-\epsilon)} \cdot \xi \right\} \frac{r_0}{r} \quad (12)$$

で与えられている¹⁵⁾。ここで、 ξ [-] は $\xi \equiv (r_0^2 - r^2)/(r_0^2 - r_c^2)$ で定義される無次元長さである。 $\epsilon_{av,r}$ は濾材表面から r までの平均空隙率、 ϵ_{av} はケーキ全体の平均空隙率である。

遠心濾過ケーキ内の液圧 p_L と圧縮圧力 p_s との関係は、移動の加速度および重力等の外力が無視できるとすれば次式で与えられる^{9,13)}。

$$p_L + p_s = p_{LC} + \omega^2 \int_{r_c}^r \{\rho\epsilon + \rho_p(1-\epsilon)\} r dr - \int_{r_c}^r (1-k_0) \frac{p_s}{r} dr \quad (13)$$

ここで、 p_{LC} はケーキ表面における液圧であり、

$p_{LC} = \omega^2 \{\rho(r_s^2 - r_c^2) + \rho_{sl}(r_c^2 - r_s^2)\}/2$ で表わせる。

濾過の開始時において懸濁液の濃度が半径方向に均一な場合、懸濁液濃度変化は次式で表わせる⁹⁾。

$$\frac{\partial C}{\partial \theta} + \frac{2\omega^2}{g} u_g C = 0 \quad (14)$$

沈降実験結果と圧縮透過実験結果および上記基礎式を用いて理論計算を行えば、回分遠心濾過特性値を理論的に推定することができる⁹⁾。いま、濾過ケーキ内の圧縮圧力 p_s 分布を仮定すると、圧縮透過実験結果を用いて比抵抗 α 及び空隙率 ϵ の分布が定まり、(9)、(10)式および(14)式を用いてケーキ生成速度、スラリーの沈降速度およびスラリー濃度変化を求めることができる。流動の基礎式(1)式と(13)式からケーキ内圧縮圧力分布 p_s を算出することができるので、試算法によって回分遠心濾過プロセスの全過程を推算することができる⁹⁾。

3. 実験

3.1 試料

実験試料として、炭酸カルシウム—水系、石炭(Coal Valley炭)—水系及び炭酸カルシウム—グリセリン水溶液系(グリセリン水溶液の濃度は約30 wt.%)の三種類のスラリーを用いた。いずれも出来るだけ粒度範囲の狭いほぼ均質なスラリーを得るために、長時間湿式粉碎処理を行って原スラリーとした。試料の特性値をTable 1に、粒度分布をFig. 2に示す。また、スラリー

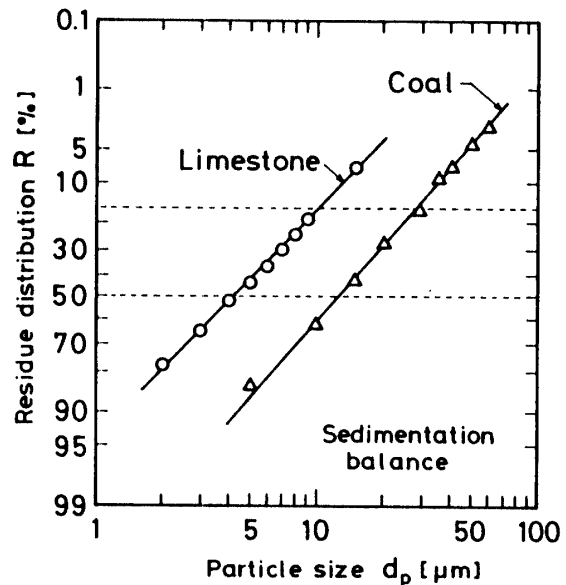


Fig. 2 Particle size distribution

の重力沈降速度 u_g は、内径5.6cmのアクリル円筒を用い、初期高さ7.6~75cmでスラリー体積濃度 C の関数として測定した¹⁰⁾。結果をFig. 3に示す。なお、中間

濃度域 (炭酸カルシウムの場合 $0.07 < C < 0.15$, 石炭の場合 $0.15 < C < 0.18$) の沈降速度は, 初高 H_0 による影響を受けない, すなわち H_0 が降伏高さ以下のデータについてプロットした¹⁰⁾.

Table 1 Materials used

Solid materials	Density ρ_p [kg/m ³]	Particle size distribution $d_{p,50}$ [μ m]	σ_g [-]
Limestone	2710	4.1	2.43
Coal	1440	12.4	2.26

Water-glycerin solution at 20°C

$$\rho = 1110 \quad [\text{kg/m}^3]$$

$$\mu = 4.06 \times 10^{-3} \quad [\text{Pa} \cdot \text{s}]$$

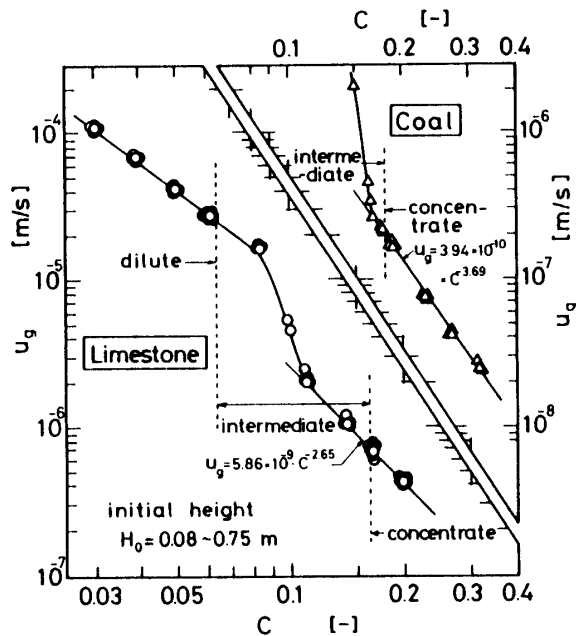


Fig. 3 Settling rates vs. volume concentration

3.2 圧縮透過実験と結果

スラリーの圧縮透過特性は, 常法^{7,8)}により測定したが, 試験装置の側壁摩擦および透過流水の影響も考慮した解析^{11,17)}を行った. 炭酸カルシウムの場合, 摩擦係数 $k_0 f = 0.47$, 付着力 $F_a = 21.6 \text{ kPa}$, 石炭の場合, $k_0 f = 0.22$, $F_a = 11.8 \text{ kPa}$ を実験的に定めた. また, 濃厚スラリーの圧密沈降実験を行い, 低圧縮圧力範囲の圧縮・透過特性¹⁴⁾も求めた.

炭酸カルシウム及び石炭—水スラリー—両者の圧縮透過特性を表す実験式としてそれぞれTable 2にまとめて示した. 空隙率に関する実験式と測定値との偏差は最大約5%, 比抵抗に関するそれは最大約25%程度であった.

3.3 装置および方法

実験装置の概要をFig. 4に示した^{6,9)}. 遠心濾過器は, 上部が透明アクリル板の内径15cm, 高さ8.3cmの垂直軸型遠心バスケットで, 円筒内側面に目開き1.68mmのステンレス製金網 (JIS) 及び濾紙 (東洋濾紙 No. 4) を取付ける. 実験は一定量スラリー (500cm³) をバスケットに一度に供給する回分式で行い, 遠心機の回転数は

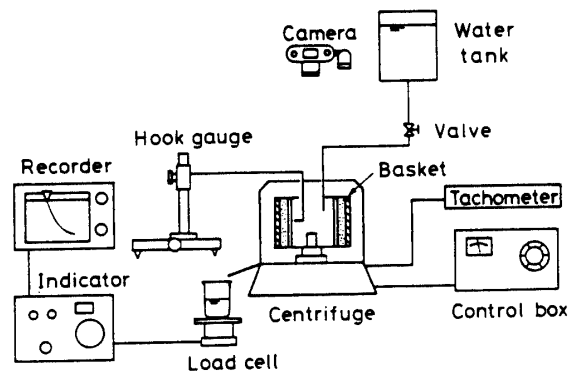


Fig. 4 Experimental apparatus

Table 2 Characteristics of Compression Permeability Tests

Solid materials	Equilibrium porosity ϵ [-]	Specific resistance α [m/kg]
	$\epsilon = 0.78$ ($p_s \leq 23.5 \text{ Pa}$)	$\alpha = 1.72 \times 10^{10}$ ($p_s \leq 23.5 \text{ Pa}$)
Limestone	$\epsilon = 0.934 \cdot p_s^{-0.057}$ ($p_s > 23.5 \text{ Pa}$)	$\alpha = 5.46 \times 10^9 \cdot p_s^{0.364}$ ($p_s > 23.5 \text{ Pa}$)
Coal	$\epsilon = 0.68 - 9.89 \times 10^{-4} p_s^{0.378}$	$\alpha = 1.10 \times 10^{11} + 7.17 \times 10^8 p_s^{0.499}$

調節器によって $16\sim 33s^{-1}$ の範囲内の一定値に保った。スラリー供給後、一定時間毎にバスケット上部よりストロボ写真撮影を行い、濾過進行中の清澄液表面半径 r_b 、スラリーの沈降界面半径 r_s を測定した。濾過終了後、遠心機を停止してケーキ表面半径 r_c をフックゲージを用いて測定した。なお、粒子径が比較的大な石炭-水スラリーの場合には、鉛直方向のケーキ厚さをより均一に保つため、バスケット側面高さを5.8cmとした。

4. 実験結果および考察

4.1 回分遠心濾過実験結果

炭酸カルシウム-水、石炭-水および炭酸カルシウム-グリセリン水溶液系の三種類のスラリーについて、濾液量 V 対時間 θ をそれぞれ Figs. 5~7 に示した。濾

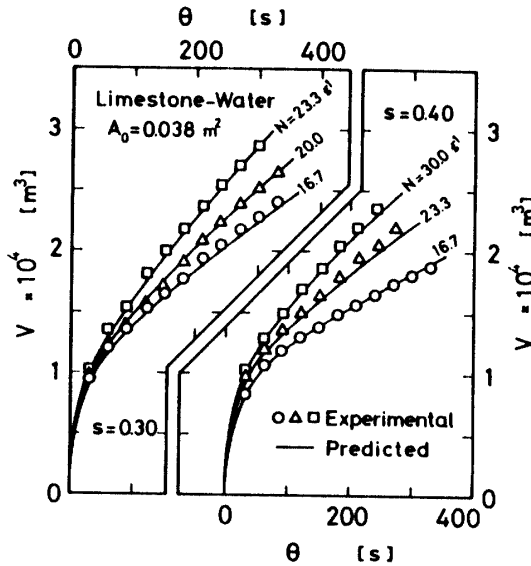


Fig. 5 Relation between volume of filtrate and filtration time (Limestone)

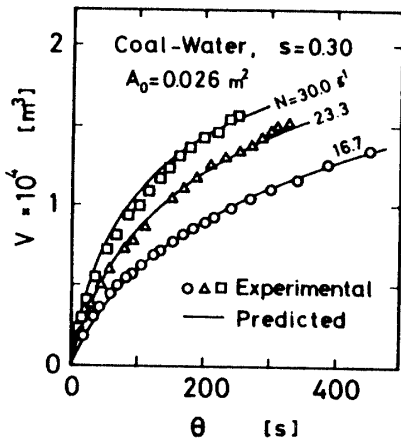


Fig. 6 Relation between volume of filtrate and filtration time (Coal)

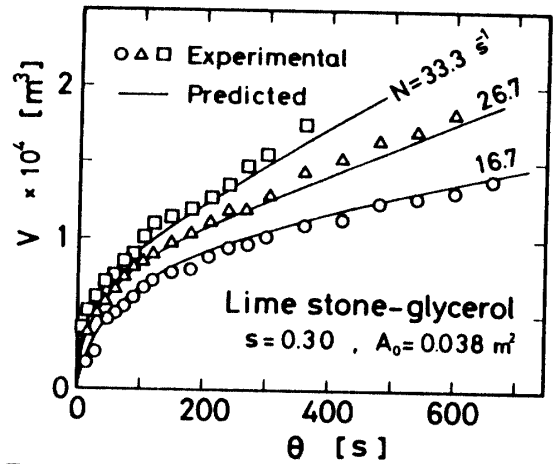


Fig. 7 Relation between volume of filtrate and filtration time (Limestone-glycerol)

液量 V は回転数 N の増大、すなわち濾過圧力の増大とともに大となり、いずれも時間 θ に対して放物線状を示して変化する。また、Fig. 7の結果を濾過速度の逆数 $d\theta/dv$ 対単位濾材面積当りの濾液量 v の関係にプロット(Ruthプロット)するとFig. 8となる。回分遠

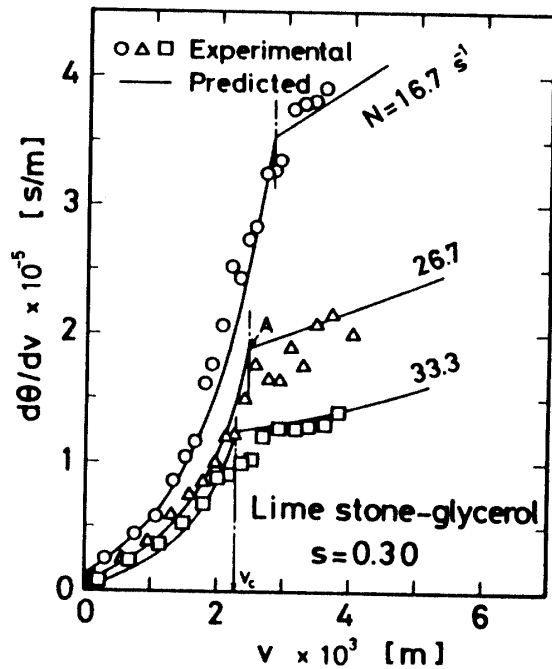


Fig. 8 Ruth's plots, $(d\theta/dv)$ vs. v

心濾過過程は、変圧変速濾過で、Ruthプロットは直線とはならず、また沈降を伴っているため、図中で曲線が折れ曲っている点Aを境として二つの期間に大別できる。すなわち、濾過と沈降の共存により濾過速度が急激に減少する濾過・沈降期間と、投入したスラリー中の全ての粒子が堆積を終了し清澄液の透過が進行する透過期間である。

ストロボ写真撮影により測定した清澄液表面 r_l 及びスラリー沈降界面 r_s の時間変化をFigs. 9, 10に示した。

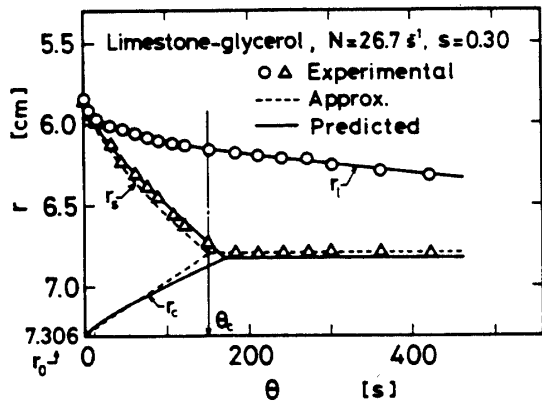


Fig. 9 Comparison of experimental and predicted results of the surface of liquid (r_l), slurry (r_s) and cake (r_c), (Limestone-glycerol)

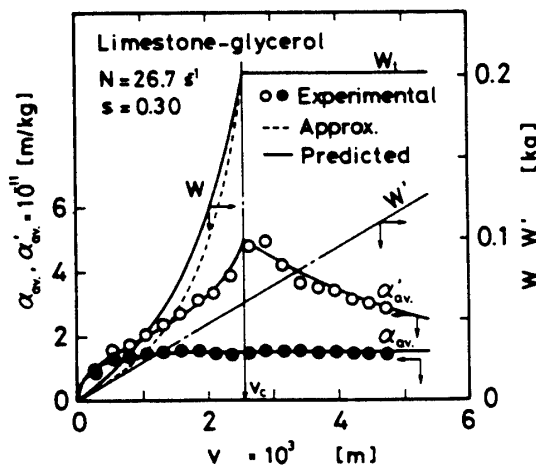


Fig. 10 Comparison of experimental and predicted results of α_{av} , and W calculated on the basis of filtrate volume and solid mass

r_l は流出滲液量 V に対応して変化するが、 r_s は滲液の流出に加えてさらに粒子の沈降を伴うため、 r_l よりも高い速度で変化する。炭酸カルシウム-グリセリン水溶液スラリー (Fig. 9) の場合、スラリーの沈降界面 r_s がケーキ半径 r_c に一致する時間は、この場合、約150秒(滲液量 $v_c = 2.5 \times 10^{-3} \text{m}$)となるが、これは先程 Fig. 8で述べた透過開始点に一致する。

4.2 平均滲過比抵抗

遠心滲過ケーキの平均滲過比抵抗 α_{av} は、定義式(2)に基づき次式で表わせる。

$$\alpha_{av} = \left\{ \frac{\Delta p}{\mu Q} - \frac{R_m}{A_0} \right\} \cdot \frac{A_{lm} \cdot A_{am}}{W} \quad (15)$$

遠心力場においては、一般に粒子の沈降速度が極めて大なために、これまで遠心滲過プロセス中の沈降の影響はほとんど無視されてきた。そして、 α_{av} の値としては、遠心透水比抵抗で代用されるか、あるいは、滲液量 V に対応した固体量 W' ((6)式より算出)に基づいて算出されてきた。しかし、前述のごとく、真の平均滲過比抵抗を求めるためには、滲過と沈降とを考慮したケーキ固体量 W の正しい見積りが必要である。先にケーキ生成速度式として近似的に(11)式を求めたが、ここでは、(11)式及び回分遠心滲過実験結果に基づいて平均滲過比抵抗を算出する方法について概説する。

懸濁液濃度変化式、(14)式を差分化

$$C_{\theta+\Delta\theta} = C_{\theta} - \frac{2\omega^2}{g} u_g \cdot \Delta\theta \cdot \bar{C} \quad (16)$$

$$r_{s_{\theta+\Delta\theta}} = r_{s_{\theta}} + \frac{\omega^2}{g} u_g \cdot \Delta\theta \cdot \bar{r}_s \quad (17)$$

(ただし、 $\bar{C} = (C_{\theta+\Delta\theta} + C_{\theta})/2$, $\bar{r}_s = (r_{s_{\theta+\Delta\theta}} + r_{s_{\theta}})/2$)

し、重力沈降結果 (u_g vs. C) を用いて試行計算を行い、懸濁液の沈降界面半径 r_s 及び濃度 C の時間変化を算出する。実測値の滲液流速 u_0 を逐次(11)式に代入すれば、ケーキ半径 r_c が、また(3)式よりケーキ固体量 W が求まる。従って、(15)式より平均滲過比抵抗 α_{av} を実験的に算出することができる。

炭酸カルシウム-グリセリン水溶液スラリー ($N = 26.7 \text{ s}^{-1}$, $s = 0.30$) の場合について、本計算結果をFigs. 9, 10中点線で示した。近似計算値は、実測値と比較してはほぼ妥当な結果が得られた。また、Fig. 10において、沈降を伴わない場合の見かけの平均滲過比抵抗 α'_{av} すなわち、(6)式から計算される固体量 W' に基づいた値も比較のため示した。見かけの比抵抗 α'_{av} が真の比抵抗 α_{av} の数倍(この実験の場合、最大3.4倍)にも及ぶことがわかる。

4.3 理論推定結果

Figs. 5~10の図中には、それぞれの実験について、前節2.3で述べた理論推定法を用いて計算した結果を実線で示した。いずれの場合においても、推定値は実測値と良い一致を示しており、本報の理論解析および推定計算法がほぼ妥当であると考えられる。

5. 結 言

比較的濃厚な炭酸カルシウム-水及び石炭-水スラリーを用いて回分遠心滲過実験を行い、以下の結論を得た。

1) ストロボ写真撮影により、遠心濾過進行中のケーキ半径・スラリー表面半径を測定した結果、沈降粒子体積・濾液量と時間との関係をより正確に求めることができた。

2) 固体粒子の遠心沈降がない場合またはそれを考慮しない場合のケーキ体積（濾液量に基づいて推算されるケーキ体積）と粒子の沈降を考慮した場合のケーキ体積とについて考察し、ケーキ生成速度式をそれぞれの場合について導出した。

3) ケーキ生成速度の近似式と実験結果とから、簡単な計算によって真の平均濾過比抵抗および遠心濾過プロセスを推算する方法を提案した。固体粒子の沈降が存在するにもかかわらず、これを無視して濾液量と時間との関係から計算した平均濾過比抵抗は、本実験の場合、真の平均濾過比抵抗より数倍大きくなることを示した。

4) スラリーの重力沈降および圧縮透過実験結果を用いて理論的に推算した遠心濾過過程は、実測結果と良く一致するが、本報告で提案された方法に基づく計算も、濾過過程の近似推算法としてはほぼ妥当であることを示した。

[付 記] 本研究を行なうにあたり、試料を提供いただいた宇部興産(株)に感謝致します。また、本研究の実験には、卒論生吉光健治君、松井一郎君、北野憲治君の協力を得た。ここに付記して謝意を表する。

Appendix

Fig. A-1に示す様に、微小時間における固体の物質収支より

$$\begin{aligned} & \pi(r_0^2 - r_c^2)h\rho_p(1 - \epsilon_{av}) + \pi(r_c^2 - r_s^2)hsp_{sl} \\ & = \pi\{r_0^2 - (r_c + dr_c)^2\}h\rho_p\{1 - (\epsilon_{av} + d\epsilon_{av})\} \\ & \quad + [\pi\{(r_c + dr_c)^2 - (r_s + u_s d\theta)^2\}] \\ & \quad \times h(s + ds) \cdot (\rho_{sl} + d\rho_{sl}) \end{aligned} \quad (A-1)$$

が成立する。両辺を πh で割って展開すると

$$\begin{aligned} & (r_0^2 - r_c^2)\rho_p(1 - \epsilon_{av}) + (r_c^2 - r_s^2)sp_{sl} \\ & = \{r_0^2 - r_c^2 - 2r_c dr_c - (dr_c)^2\}\rho_p(1 - \epsilon_{av} - d\epsilon_{av}) \\ & \quad + \{r_c^2 + 2r_c dr_c + (dr_c)^2 - r_s^2 - 2r_s u_s d\theta - (u_s d\theta)^2\} \\ & \quad \times (sp_{sl} + ds\rho_{sl} + \rho_{sl} ds + ds \cdot d\rho_{sl}) \end{aligned} \quad (A-2)$$

となる。二次微分項を無視し、整理するとEq.(9)を得る。

$$\begin{aligned} -\frac{dr_c}{d\theta} = & \frac{S \cdot \rho_{sl}}{\{\rho_p(1 - \epsilon_{av}) - sp_{sl}\}} \cdot \frac{r_s}{r_c} u_s \\ & + \frac{\{(r_0^2 - r_c^2)\rho_p d\epsilon_{av} - (r_c^2 - r_s^2)d(sp_{sl})\}}{2r_c\{\rho_p(1 - \epsilon_{av}) - sp_{sl}\}d\theta} \end{aligned} \quad (9)$$

また、Eq.(9)右辺を展開すると

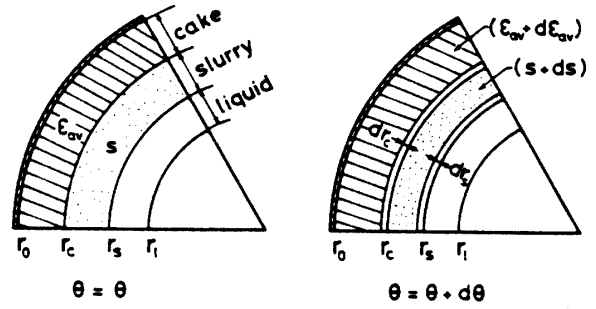


Fig.A-1 Material balance

$$\begin{aligned} -\frac{dr_c}{d\theta} = & \frac{S \cdot \rho_{sl}}{\{\rho_p(1 - \epsilon_{av}) - sp_{sl}\}} \cdot \frac{r_s}{r_c} u_s \\ & - \frac{(r_c^2 - r_s^2)d(sp_{sl})}{2r_c\{\rho_p(1 - \epsilon_{av}) - sp_{sl}\}d\theta} \\ & + \frac{(r_0^2 - r_c^2)\rho_p d\epsilon_{av}}{2r_c\{\rho_p(1 - \epsilon_{av}) - sp_{sl}\}d\theta} \end{aligned} \quad (A-3)$$

となる。ここで、 $sp_{sl} = \rho_p C$ 及びEq.(14)の関係を用いると

$$\frac{d(sp_{sl})}{d\theta} = -\frac{2\omega^2 u_g sp_{sl}}{g} \quad (A-4)$$

が成立する。Eq.(A-4)をEq.(A-3)に代入し整理すると

$$\begin{aligned} -\frac{dr_c}{d\theta} = & \frac{sp_{sl}}{\{\rho_p(1 - \epsilon_{av}) - sp_{sl}\}} \left\{ \frac{r_s}{r_c} u_s + \frac{r_c}{g} \omega^2 u_g \right. \\ & \left. - \frac{r_s^2}{gr_c} \omega^2 u_g \right\} + \frac{(r_0^2 - r_c^2)\rho_p \cdot d\epsilon_{av}}{2r_c\{\rho_p(1 - \epsilon_{av}) - sp_{sl}\}d\theta} \end{aligned} \quad (A-5)$$

ここで、Eq.(10)を代入すると次式を得る。

$$\begin{aligned} -\frac{dr_c}{d\theta} = & \frac{sp_{sl}}{\{\rho_p(1 - \epsilon_{av}) - sp_{sl}\}} \cdot u_c \\ & + \frac{\rho_p(r_0^2 - r_c^2)}{2r_c\{\rho_p(1 - \epsilon_{av}) - sp_{sl}\}} \cdot \frac{d\epsilon_{av}}{d\theta} \end{aligned} \quad (A-6)$$

ただし、 $u_c = r_0 u_0 / r_c + r_c \omega^2 u_g / g$ である。

上述のように、(9)式と(A-6)式は全く同一のケーキ生成速度式であるが、近似式として第二項を省略する場合にいずれが有利であるかは不定である。すなわち、本実験に用いた試料の場合、第一項と第二項の比が濾液量によって変化し、そのパターンが二式間で異なる結果となった。

使用記号

- A_{am} = arithmetic mean filtration area [m²]
- A_{im} = log mean filtration area [m²]
- A_0 = filtration area at filter medium [m²]
- C = volume fraction of solid [-]
- g = gravitational acceleration [m/s²]

h	=height of cylindrical filter surface [m]	α_{av}	=average specific resistance of cake [m/kg]
k_0	=ratio of lateral stress to normal stress [-]	α'_{av}	=average specific resistance based on Eq.(6) [m/kg]
m	=ratio of wet to dry cake mass [-]	ϵ	=local value of porosity [-]
N	=centrifugal speed [1/s]	ϵ_{av}	=average porosity of cake [-]
p_L	=hydraulic pressure [Pa]	$\epsilon_{av,r}$	=average porosity for the portion of cake between medium and radius r [-]
p_{LC}	=hydraulic pressure at cake surface [Pa]	θ	=time [s]
p_s	=solid compressive pressure [Pa]	μ	=viscosity of filtrate [Pa · s]
Δp	=hydraulic pressure drop across cake and medium [Pa]	ξ	=dimensionless situation in cake [-]
Δp_c	=hydraulic pressure drop across cake [Pa]	ρ	=density of liquid [kg/m ³]
Q	=rate of filtrate flow through cake [m ³ /s]	ρ_p	=true density of solids [kg/m ³]
r	=radius [m]	ρ_{st}	=density of slurry [kg/m ³]
r_c	=radius of cake surface [m]	ω	=angular velocity [rad/s]
r_t	=radius of a clear liquid surface [m]		
r_0	=radius of medium surface of centrifuge [m]		
r_s	=radius of slurry-supernatant interface [m]		
R_m	=resistance of filter medium [1/m]		
s	=mass fraction of solids in slurry [-]		
u_c	=settling velocity of cake-slurry interface in a filtering centrifuge [m/s]		
u_r	=apparent liquid velocity relative to solids [m/s]		
u_s	=settling velocity of slurry-supernatant interface in a filtering centrifuge [m/s]		
u_g	=settling velocity of slurry-supernatant interface in a gravitational field [m/s]		
u_0	=flow rate of filtrate per unit area [m/s]		
V	=total volume of filtrate [m ³]		
v	=volume of filtrate per unit area of filter medium [m]		
W	=total mass of solid in centrifugal cake [kg]		
W'	=total mass of solid calculated on the basis of filtrate, Eq.(6) [kg]		
α	=local value of specific resistance of cake [m/kg]		

参 考 文 献

- 1) Grace, H. P. : Chem. Eng. Progr., **49**, 427 (1953)
- 2) Maloney, J. O. : Ind. Eng. Chem., **38**, 24 (1946)
- 3) Oyama, Y. and S. Sumikawa : Kagaku Kogaku, **18**, 593 (1954)
- 4) Rushton, A. and M. Spear : Filtration & Separation, **12**, 254 (1975)
- 5) Ruth, B. F. : Ind. Eng. Chem., **38**, 564 (1946)
- 6) Sambuichi, M., H. Nakakura, K. Saitoh and K. Osasa : Preprints for 45th Annual Meeting of the Soc. of Chem. Eng. Japan, E301 (1980)
- 7) Sambuichi, M., H. Nakakura and K. Osasa : Mem. Fac. Eng., Yamaguchi Univ., **33**, 65 (1982)
- 8) Sambuichi, M., H. Nakakura and K. Osasa : Mem. Fac. Eng., Yamaguchi Univ., **36**, 239 (1986)
- 9) Sambuichi, M., H. Nakakura, K. Osasa and F. M. Tiller : AIChE J., **33**, 109 (1987)
- 10) Sambuichi, M., H. Nakakura and K. Osasa : Nippon Kogyo Kaishi, **103**, 109 (1987)
- 11) Sambuichi, M., T. Yoshiya, H. Nakakura and K. Osasa : Preprints of Kitakyusyu Meeting of The Soc. of Chem. Eng. Japan, B-09, Kitakyusyu (1981)
- 12) Shirato, M. and K. Kobayashi : Mem. Fac. Eng., Nagoya Univ., **19**, 280 (1967)
- 13) Shirato, M. and T. Aragaki : Kagaku Kogaku,

- 33, 205 (1969)
- 14) Shirato, M., H. Kato, K. Kobayashi and H. Sakazaki : J. Chem. Eng. Japan, **3**, 98 (1970)
- 15) Shirato, M., K. Kobayashi and M. Tanimura : Kagaku Kogaku, **37**, 76 (1973)
- 16) Tiller, F. M. and H. R. Cooper : AIChE J., **6**, 595 (1960)
- 17) Tiller, F. M., S. Haynes and W. Lu : AIChE J., **18**, 13 (1972)
- 18) Valleroy, V. V. and J. O. Maloney : AIChE J., **6**, 382 (1960)

(昭和62年 4 月15日受理)