

# 反復荷重による粒体層の永久変形に関する研究

最上 幸夫\*

## A Study on Permanent Depressions of Granular Layers under Various Repeated Loading

Sachio MOGAMI

### Abstract

The author carried out the experimental and theoretical studies on the permanent depressions of granular layers under the various repeated loading—static repeated loading, vibrating loads and impulsive repeated loading. He derived the relationship between the various repeated loading and the permanent depressions and discussed the characteristic coefficients, A, B in the introduced formulas.

### 1. 緒言

砂利層もしくは砂層といったいわゆる粒体層が反復荷重をうけた場合の永久変形については従来いくつかの研究が発表されているが<sup>1)</sup>、その数は比較的少なくまた実験結果については若干の考察が行なわれている程度にすぎない。本文に用いた反復荷重という意味は静的繰り返し荷重のみでなく、振動繰り返し荷重ならびに衝撃繰り返し荷重をも含めたものである。この意味では反復荷重という言葉よりも反復の荷重とした方が適当かもしれない。いずれにせよ振動荷重や衝撃繰り返し荷重による永久変形については著者が若干の理論的考察を行なった程度にすぎないが、これらは部分的であるから、従来検討もれになっていた部分を補足してここに一応総括的に述べることにする。

### 2 実験の概要

実験に用いた粒体層としては砂利層と砂層を併用した。砂利層としては粒径10~20mmの碎石とし、砂層は自然乾燥状態の砂に3%の機械油を混入し、よくぬりかえたものを使用した。これらの材料を4種のコンクリート型わく(以下A, B, C, Dと記号して区別する)につめ、厚さ10cmごとに一定の方法で突き固めた。型わくの内部寸法はそれぞれつぎのとおりである  
A : 10×17×50cm, B : 17.32×29.45×50cm, C

: 24.50×41.64×50cm, D : 30×51×50cm. すなわち型わくの深さはいずれも50cmとし、表面寸法を種々に変えたものである。砂利層と砂層の厚さ割合も種々に変え、砂利層を0, 10, 20, 30, 40, 50cmの6種とした。たとえば砂利層10cmというのは、砂層40cm厚さの上部に砂利層10cmをしいたことを意味する。実験に使用した起振機の底面積が10×17cmであった関係上、静的繰り返しおよび衝撃繰り返し荷重の場合も比較的便宜上同寸法の載荷板を使用し、型わく表面積もほぼこれと相似な寸法を採用した。

かくして作成した粒体層上に静的繰り返し荷重、振動荷重、衝撃繰り返し荷重などを作用させて各々の場合について粒体層表面の永久沈下をダイヤルゲージによって測定した。

静的繰り返し荷重の場合は10×17cm、厚さ5mmの載荷板を基礎上におき、これに圧力計を介して圧縮試験機によって載荷し、平均荷重強度0~5 kg/cm<sup>2</sup>の範囲で加荷、減荷の過程を50回繰り返し続けた。なお一部については試験的に150回まで実験を継続した。

つぎに振動荷重については、底面積10×17cm、振重5.7kg、全偏心重量60grの小型起振機を使用し、自動数900, 1200, 1500, 1800r.p.m.の4つの場合について実験し、振動総繰り返し回数を5万回とし、その間の振動沈下量をダイヤルゲージによって測定すると同時に、起振機にとりつけたBA型小型加速度計を動ひずみ測定器に接続し、これをペン書きオシログラフ紙上に記録せしめて振動中の加速度を測定した。

\* 土木工学教室

衝撃繰り返し荷重に対しては、厚さ 5 cm, 自重 6.67 kg, 10×17cm の鉄板を高さ 1, 3, 5, 8, 12cm より自由落下させ、基礎表面の永久沈下をダイヤルゲージで測定し、繰り返し回数は 50 回とし、一部試験的に 100 回まで実施した。

いずれの場合も同一基礎状態については 3 回の実験を行ない、とくに測定値が著しく異なった場合にはもう一度実験をやり直し、一応その平均値をもって所要の測定値として実験の整理を行なった。以下各種荷重状態ごとに節を改めて考察を進める。

### 3. 静的繰り返し荷重による永久変形

前節で述べた実験要領に従って静的繰り返し荷重を粒体層上に作用させ、そのときの永久沈下量と繰り返し回数との関係を図示した一例を示すと、Fig. 1 のとおりである。

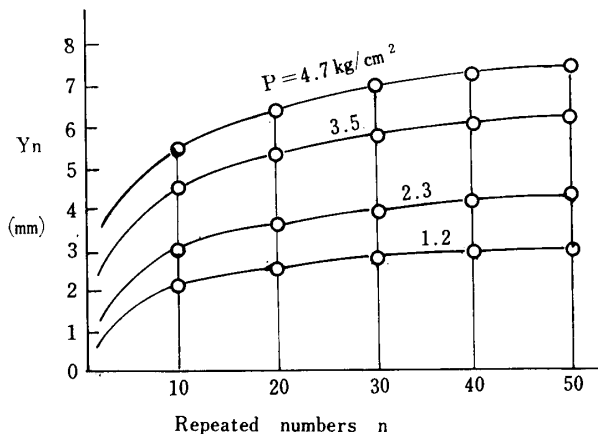


Fig. 1 Relationship between permanent depressions and static repeated numbers.  
Mold C. Gravel layer 30cm, Sand layer 20cm.

Fig. 1 の例をみると、本実験の場合は永久沈下は繰り返し回数とともに増大しているが、その増加割合は繰り返し回数とともに漸減し、したがって無限回の繰り返しでは次第に一定の永久沈下量におちついていく傾向が認められる。ここで一般的に静的繰り返し荷重による粒体層の永久沈下について理論的な考察を行なってみると、大体つぎのとおりである。その場合の力学的モデルについては、すでに示してあるので<sup>2)</sup>、省略して Fig. 2 に示すような場合について、永久沈下と繰り返し回数との関係について検討してみる。すなわち Fig. 2 に示された曲線 A, B, C, D は繰り返し荷重による永久沈下と繰り返し回数の関係を示す代表

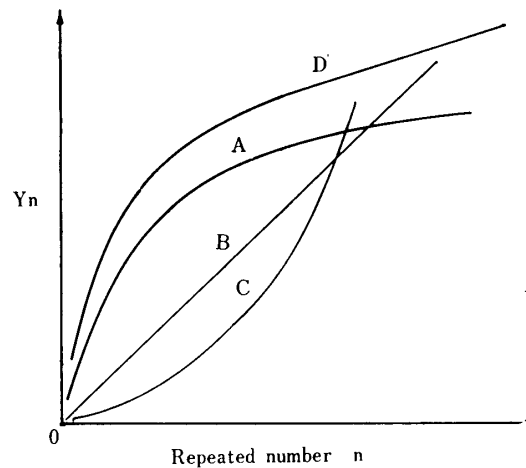


Fig. 2 Representative curves of permanent depressions under static repeated loading.

的な曲線を表わしており、曲線 A は剛性増大型、B は直線を表わし剛性一定型、C は剛性減少型、D は A, B の折衷型で、ある繰り返し回数以後は直線型になるもので、ここでは折衷型と呼ぶことにする。複雑な土層では、さらにこれらの代表型を組合せたような特性曲線を示す場合も考えられる。また土層の性質によっては、時間要素の影響をうける場合も考えられる。

ここでは一応このようなきわめて複雑な場合は考えないことにし、Fig. 2 に示す A, B, C, D の代表的な場合について考察すると、これら各々の場合に対して構造抵抗力  $G(y)$  はそれぞれつぎのごとくなる。ただし、 $y$  は永久沈下量を表わす。

- 1) 剛性増大型 (曲線 A)

$$G(y) = A(y - y_0) / (B - y) \quad (1)$$

- 2) 剛性一定型 (曲線 B)

$$G(y) = A(y - y_0) \quad (2)$$

- 3) 剛性減少型 (曲線 C)

$$G(y) = A(y - y_0) / (B + y) \quad (3)$$

- 4) 剛性折衷型 (曲線 D)

$$G(y) = A(y - y_0) / (B + y_m - y) \quad (4)$$

ここに、 $y_0$  は初期沈下量を表わし、式中の A, B は与えられた基礎の永久沈下に対する特性値とみなされ、式の取り扱い上は定数とみなされる。また  $y_m$  は曲線 A の状態から曲線 B の状態に移る変換点の永久沈下 ( $m$  は変換点の繰り返し回数) を表わす。また時間の影響をうける場合には、A の代わりに  $A(1 - e^{-\alpha t})^{-1}$  とおきかえればよい<sup>3)</sup>。ただし  $\alpha$  は与えられた基礎の時間特性を示す定数である。

以上式(1)~(4)に対応し、初期沈下状態を沈下の基準

にとり,  $y_0 = 0$  として,  $n$  回繰り返し後に生ずる永久洗下量  $y_n$  を求めると, それぞれつぎのごとくなる.

1) 剛性増大型:

$$y_n = B [1 - \{A/(\bar{p} + A)\}^n] \quad (5)$$

2) 剛性一定型:

$$y_n = n \cdot \bar{p}/A \quad (6)$$

3) 剛性減少型:

$$y_n = B [\{A/(A - \bar{p})\}^n - 1] \quad (7)$$

4) 剛性折衷型:

$$y_n = (B + y_m) [1 - \{A/(\bar{p} + A)\}^n], n \leq m$$

$$y_n = y_m + (n - m)B/A \cdot \bar{p}, n > m \quad (8)$$

なお時間要素の影響をうける場合には, 式(5)~(8)において,  $A$  の代わりに  $A(1 - e^{-\alpha t})^{-1}$  を代入すればよい. したがってある基礎状態について静的繰り返し荷重を作用させ, そのときの永久洗下量と繰り返し回数との関係をグラフ紙上に表わせば, その曲線の形から,  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  いずれの型に属する洗下特性を示すかが容易に判断でき, その型に対応して洗下量  $Y_n$  は式(5)~(8)のいずれかによって表わしうることになる. 表現式がきまれば, 式中の特性値は実験結果から最小2乗法によって決定することができる. ただし繰り返し回数  $n$  は理論上は実際の繰り返し回数を表わすわけであるが, 繰り返し回数が非常に大きいときは, そのままの回数を用いると, 一般に特性値も非常に order の小さい数値を扱うことになり不便となるので, 実用的見地からは, 式の取り扱いに対しては, 繰り返し回数の単位を適当にとって特性値をきめて差支えないものと考えられる. 今回行なった実験の場合には, 実験曲線はほぼ剛性増大型とみられるので式(5)が適用される. 繰り返し回数は50回であるが, その洗下特性曲線は Fig. 1 に示すごとく, かなり単純であるから, 繰り返し回数の単位として25回をとれば, 50回では  $n = 2$  となる. このように  $n$  をきめて永久洗下に対する基礎の特性値  $A$ ,  $B$  を実験結果から最小2乗法によって求めた一例を示すと, Table 1 のごとくなる.

Table 1 Values of  $A$ ,  $B$  in the static repeating loads

P kg/cm <sup>2</sup>	1.20	2.30	3.50	4.70
A kg/cm <sup>2</sup>	0.096	0.297	0.477	1.031
B mm	2.92	4.55	6.50	7.92

Gravel and sand layers respectively 30 and 20cm Mold C (24.50×41.64×50cm)

今回の実験結果から特性値  $A$ ,  $B$  について検討すると, およそつぎのようなことが判明した.

1) 特性値  $A$ ,  $B$  についていえば,  $A$  は一般に永久洗下のおちつきの程度を表わし,  $A$  の値が小さいほど洗下は早く一定値におちつき,  $B$  はおちついたときの永久洗下量を表わす. したがって永久洗下を生じやすい弱い基礎ほど一般に  $A$ ,  $B$  の値はともに大きくなる.

2) したがって同一荷重状態に対するいくつかの基礎について  $A$ ,  $B$  の値を求めて比較すれば, これらの基礎の永久洗下に対する良否を数値的に検討することができる.

3) しかし  $A$ ,  $B$  の値は同一基礎に対しても, 繰り返し荷重強度を変えれば変化し, また載荷板の形状寸法などによっても変化するので一定不変の定数とはならない. この点は基礎の複雑性を示すものとして注目の要がある. それゆえ種々の基礎の繰り返し永久洗下に対する相対的な比較には一応役立つが, 絶対的な比較ということとはできない.

#### 4. 振動荷重による粒体層の永久変形

前節で述べた静的繰り返し荷重による粒体層の永久洗下と本節で述べる振動荷重による永久洗下(以下単に振動洗下と呼ぶ)ならびに次節で述べる衝撃繰り返し荷重による永久洗下とは, 同一基礎に対してもその変形特性はかなり異なるものである. ただし振動や衝撃がきわめて小さく, 近似的には静的荷重と同等にみなしうる場合は別である. このような場合は実際上繰り返し作用はなく, 単に静的荷重を基礎においたものとみなしうるからである. 一般的にいえば, 振動や衝撃作用がかなり著しい場合には, 基礎の永久洗下特性は, それぞれの荷重状態に対応して異なった特性を示すものと考えるのが妥当であると思われる. とくに振動時には粒体層を形成する各粒子間の摩擦力が低下するから, その永久変形状態は静的繰り返し荷重の場合と著しく異なるであろうことは容易に推察される. したがってこれらの永久洗下特性を表現するための特性値に対しても荷重状態に対応して異なった表現を用いるのが妥当であると考えられる. 以下振動洗下について考察を進める. 荷重の繰り返しによって永久洗下を生ずる機構については, 静的繰り返し荷重の場合も振動荷重あるいは衝撃繰り返し荷重の場合もまったく同様のものと考えられるが, ただその荷重の作用の仕方によって永久洗下の生じ方も異なってくるものと考

えられる。そこで振動荷重によって基礎に永久沈下を生ずる場合について考えると、このときの永久沈下に最も大きい影響を与えると考えられるものは、振動時の基礎への伝達力の大小であろう。そこで振動時の基礎への伝達力の大小が振動沈下に最も直接的な影響を与えるものと仮定しよう。このことは、静的繰返し荷重における平均荷重強度  $\bar{P}$  を考える代わりに、振動時の基礎への平均伝達力強度  $q$  を仮定することになる。あるいはもっと簡単な近似としては、伝達力の代わりに振動時における振動系としての単位面積当りの慣性力  $m\bar{\alpha}$  ( $m$ : 振動系の単位面積当りの質量,  $\alpha$ : 振動系の加速度) を考えてもよいであろう。かくすれば振動沈下の機構は単に静的繰返し荷重における  $\bar{P}$  の代わりに  $\bar{q}$  または  $m\bar{\alpha}$  をおきかえた力学的モデルによって説明できることになる。すなわち振動時には振動力は上下方向に交互に作用するが、振動力が上方に向かうときは、単に粒子間摩擦力をゆるめる役目をなし、下方に向かうときのみ永久沈下を生ずるものと考えれば、静的繰返し荷重による永久沈下の機構とまったく同様とみなしうるわけである。したがって振動沈下  $y_n$  と繰返し回数  $n$  との関係式は式(5)~(8)において、 $\bar{P}$  の代わりに  $\bar{q}$  または  $m\bar{\alpha}$  をおきかえた式が成立する。すなわち

1) 剛性増大:

$$y_n = B [1 - \{A/(\bar{q} + A)\}^n] \quad (9)$$

2) 剛性一定型:

$$y_n = n \cdot \bar{q} / A \quad (10)$$

3) 剛性減小型:

$$y_n = B [\{A/(A - \bar{q})\}^n - 1] \quad (11)$$

4) 剛性折衷型:

$$y_n = (B + y_m) [1 - \{A/(\bar{q} + A)\}^n], n \leq m$$

$$y_n = y_m + (n - m)B/A \cdot \bar{q}, n > m \quad (12)$$

Table 2 Values of A, B,  $y_m$  in the case of vibrating loads

Kinds of Molds	A	B	C	D
	cm	cm	cm	cm
Coefficients	10 × 17 × 50	17.32 × 29.450 × 5	24.50 × 41.640 × 5	30 × 51 × 50
A kg/cm <sup>2</sup>	0.0018	0.0031	0.0040	0.0053
B mm	0.0004	0.0013	0.0023	0.0334
$y_m$ mm	1.7100	3.1700	4.9600	61.800

Gravel layer 50cm. Frequency 1800 r.p.m.

Table 2によれば、Bの値はきわめて小さく、したがってこの場合はほとんど実用的には式(9)を適用して

あるいは、式(9)~(12)における  $q$  の代わりに  $m\bar{\alpha}$  を用いてもよい。

今回行なった振動実験の一例を示すと、Fig. 3のごとくである。Fig. 3をみると、振動沈下曲線は、ほぼ4)の折衷型に属しているので式(12)が適用される。なお上記の  $\bar{q}$  または  $m\bar{\alpha}$  はそれぞれ次式によって計算すればよい。

$$q = q\omega^2 \sqrt{1 + 4\alpha^2\beta^2} / \sqrt{(1 - \beta^2)^2 + \alpha^2\beta^2} \quad (13)$$

$$m\bar{\alpha} = \frac{mMr\omega^2}{G} \beta^2 / \sqrt{(1 - \beta^2)^2 + 4\alpha^2\beta^2} \quad (14)$$

ここに、 $q = Mr/F$  ( $M$ : 起振機の総偏心質量,  $r$ : 偏心質量の回転半径,  $F$ : 起振機の接地面積),  $\omega$  = 強制円振動数,  $\alpha = C/2\sqrt{KG}$  ( $C$ : 減衰係数,  $K$ : 基礎の

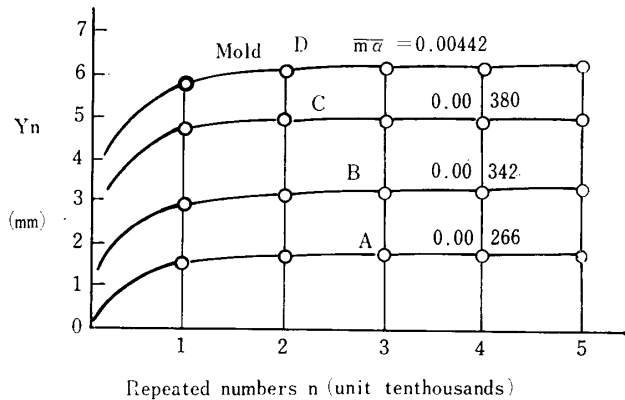


Fig. 3 Relationship between vibrating depressions and repeated numbers.

バネ常数,  $G$ : 振動系の全質量),  $\beta = \omega/\omega_n$ ,  $\omega_n = \sqrt{K/G}$  (固有円振動数).

本実験の場合について  $m\bar{\alpha}$  を用いて式(12)を適用し、特性値を求めてみた一例を示すと、Table 2のごとくである。

も差支えない程度である。振動沈下の場合における特性値も静的繰返し荷重の場合とほぼ同様の特性をも

ち、振動沈下を生じやすい基礎ほど A, B,  $y_m$  などの値は大きくなる。また振動沈下にかかなり大きい影響を与えるのは拘束度の大小であって、拘束度を大きくすることが振動沈下を減少さすうえに大きい効果のあることが確認された。

5. 衝撃繰り返し荷重による永久変形

衝撃が繰り返して作用する場合の粒体層の永久沈下は主として繰り返される衝撃エネルギーの大小に依存するものと考えられる。したがってこの場合の永久沈下を生ずる機構としては、静的繰り返し荷重の場合における  $\bar{P}$  の代わりに  $\overline{wh}$  を用いればよい。ただし  $\overline{wh}$  は単位面積当りの衝撃エネルギーを表わすものとする。すなわち  $w$  は落体の単位面積当りの重量を表わし、 $h$  は落高を表わす。この場合の力学的モデルとしては静的繰り返し荷重の場合と同様であるが、ただこの場合はジメンションがエネルギーであるから、力学的モデルもこれと対応したジメンションのものを仮定しなければならない。かくすればジメンションは異なつても成立する関係式にはなんら変わりはないから、この場合に対しても式(5)~(8)の  $\bar{P}$  の代りに  $\overline{wh}$  をおきかえた式が成立する。すなわち

1) 剛性増大型:

$$y_n = B [1 - \{A/(\overline{wh} + A)\}^n] \quad (15)$$

2) 剛性一定型:

$$y_n = n \cdot \overline{wh}/A \quad (16)$$

3) 剛性減少型:

$$y_n = B [\{A/(A - \overline{wh})\}^n - 1] \quad (17)$$

4) 剛性折衷型:

$$y_n = (B + y_m) [1 - \{A/(\overline{wh} + A)\}^n - 1], \quad n \leq m$$

$$y_n = y_m + (n - m)B/A \cdot \overline{wh}, \quad n \geq m \quad (18)$$

本実験の場合の一例を示すと、Fig. 4のごとくである。Fig. 4に示すごとく、この場合の永久沈下

Table 3 Values of A and B in the case of repeatig impulse.

Drop height	Drop height		
	1 cm	6 cm	12cm
A kg/cm	0.0062	0.0550	0.1360
B mm	7.50	17.75	34.32

Mold D (30×51×50cm) Gravel layer 50cm

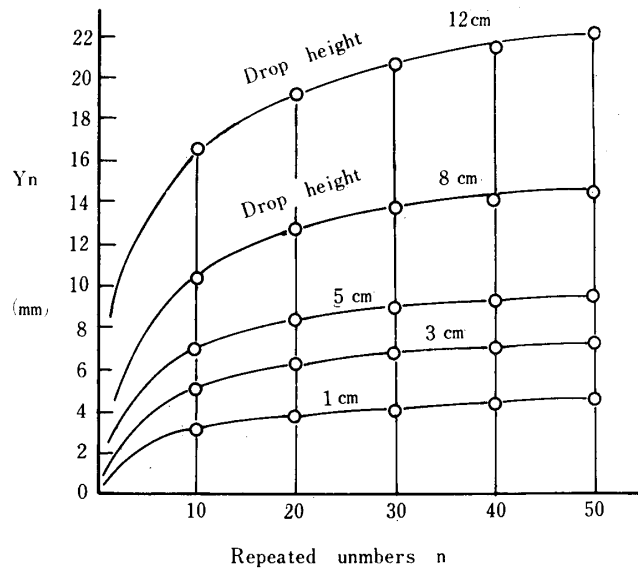


Fig. 4 Relationship between permanent depressions and repeated impulsive numbers. Mold C, Drop body 10×17cm, 6.67kg.

曲線はほぼ剛性増大型を示しているので、式(15)が採用される。式(15)を実験結果に適用し、繰り返し回数の単位を25回として、特性値A, Bを求めた一例をTable 3に示す。特性値A, Bの性質については、静的繰り返し荷重、振動荷重の場合とほぼ同様であり、一般に永久沈下を生じやすい基礎ほど、A, Bの値はいずれも大きくなることが認められる。

6. 結 言

砂利層もしくは砂層といった粒体層に種々の反復的荷重、すなわち静的繰り返し荷重、振動荷重、衝撃繰り返し荷重が作用する場合の永久沈下について若干の実験を行ない、このような永久沈下を生ずる機構について簡単な力学的モデルを仮定した結果、n回の繰り返しのよつて生ずる永久沈下量  $y_n$  と各種繰り返し荷重との相関性を表わす理論式がえられたので、これらの理論式をもとにしてこれを実験結果に適用し、各種繰り返し荷重に対応する基礎の特性値を求めてみたのであるが、一般に特性値A, B,  $y_m$  などの傾向は各荷重状態ともほぼ同様の傾向を示しているので、ここでその一般的傾向について概括的に述べると、つぎのとおりである。

1) 特性値A, Bについていえば、一般にAは繰り返