

衝撃を受けたラーメンの塑性変形について

最上 幸夫*・竹本 誠雄**

On the Plastic Deformations of Rahmen Structures under Impulsive Loading

Sachio MOGAMI and Kazuo TAKEMOTO

Abstract

We have been studying on the plastic deformations and fractures of some structural beams under impulsive loading and proposed some theoretical conceptions, after carrying out some experimental studies about them. Next we applied our methods in the continuous beams under impulsive loading and showed the methods were quite in good agreement with the experimental results, if we adopted the resistant moment coefficient $\alpha=0.80$. Thus we extended our methods to the case of rahmen structures under impulsive loading and compared the calculated values with the experimental results. More details are described in the following articles.

1. 緒言

著者らは從来から衝撃を受けたはり構造物の塑性変形や破壊について若干の理論的考察ならびに実験的研究を行なっており、2, 3の簡単な仮定のもとに導いた算式が実験的結果をかなり良く説明し得ることを示した。またこのような方法を連続ばかりの場合に適用する方法について論及し、連続ばかりの場合には抵抗モーメント係数 $\alpha=0.80$ とすれば、ほぼ実験結果と一致することを確かめた。そこで今回は著者らの方法をさらにラーメン構造に適用することを試み、ほぼ從来と同じ要領で、ラーメンの衝撃による塑性変形に関する実験を実施し、これについて検討を進めた。以下その内容について報告する。

2. 実験の概要

実験に用いたラーメン構造としては、両脚固定の一層一スパンの鋼製ラーメンを使用し、実験の便宜上スパン長は一定として、 $l=50\text{cm}$ を採用した。鋼材は從来同様に $0.95 \times 0.95\text{cm}$ の正方形断面材をはりおよび柱に使用した。なお柱高は $30, 40$ および 50cm の3種に変化させて実験した。ラーメンに作用する衝撃は鉛直方向および水平方向の2つの場合について、それぞれ $4.6, 9.5$ ならびに 14.5kg の鋼製おもりを $10\sim60\text{cm}$ (10cm ごとに変化) の落高で作用させ、そのとき生じたはりおよび柱の塑性変形量を測定した。ただし水

平衡衝撃の実験は実験の便宜上、実際の情況とはやや異なるが、Fig. 1に示す状態で実験を行なった。実験は原則として同一状態に対して3回実施し、測定値にとくにはなはだしいばらつきのあった場合には、実験が失敗したものとみなして、これを除外し、その実験についてはさらに数回実験を繰り返し、これらの平均値によって実験結果を整理した。

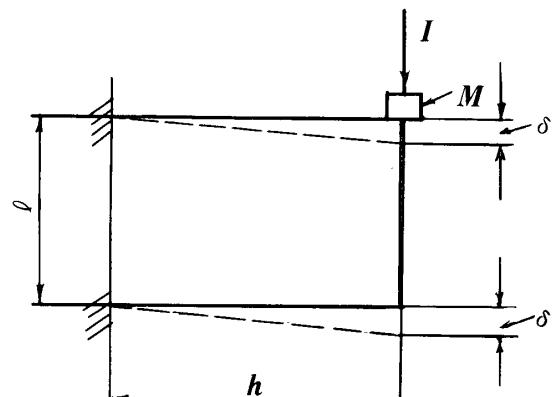


Fig. 1 Model of rahmen under horizontal impulse

3. 実験結果とその考察

3.1 水平衝撃を受けた場合

まず一層一スパン両脚固定ラーメンの柱頭に水平方向の衝撃が作用した場合の柱頭の水平塑性変位について考察する。この場合の取り扱いとしては、Fig. 1か

* 土木工学科

** (株)新井組

ら明らかなように、このラーメンを一種の片持ちばかりとみなして、近似計算を行なえばよいと考えられる。ここでは従来著者らが提案している片持ちばかりに対する解法と one degree of freedom モデルによる解法¹⁾を若干修正した解法とが考えられるので、これらを以下に示すこととする。

3.1.1 解法 I

解法 I は従来著者らが提案している片持ちばかりに対する算式²⁾であって、Fig. 1 の場合には構造の半分が作用衝撃量の半分を受け持つものと仮定すればよいか、結局次式によって水平塑性変位 δ が求められる。

$$v_0 = I/2G \quad (1)$$

$$G = M/2 + m_0/2 + mh/3 \quad (2)$$

$$t_f = \frac{Ih}{4M_0} \cdot \frac{1}{\{1 + P/(P+1) \cdot (v_0/2Dh)^{1/P}\}} \quad (3)$$

$$\delta = v_0 t_f / 2 \quad (4)$$

ここに、 v_0 ：衝撃が作用した瞬間の衝撃点における水平向初速度、 M ：衝撃体の質量、 m_0 ：はり部分の全質量、 m ：柱の単位長さ当たりの質量、 I ：作用衝撃量、 h ：柱高、 M_0 ：柱断面の静的全塑性モーメント、 P 、 D ：材料によって決まる定数（鋼材では、 $P=5$ 、 $D=40.4 \text{ sec}^{-1}$ ）、 t_f ：衝撃瞬間から衝撃点が水平方向に移動し停止するにいたるまでの時間（以下ではこれを衝撃作用時間 といふことにする）、 δ ：求める衝撃点の水平方向塑性たわみ。

3.1.2 解法 II

One degree of freedom の仮定に基づけば、つぎの基礎式が成立する。

$$m_1 \ddot{x} + 4M_d/h - m_0'g - mhg = 0 \quad (5)$$

ここに、

$$m_1 = M + m_0 + 2/3 \cdot mh, \quad m_0' = m_0 + M,$$

\ddot{x} ：水平方向塑性変位の加速度、 g ：重力の加速度、 M_d ：柱断面の動的全塑性モーメント、その他の記号は前掲と同じ。

ここで、著者らの仮定に基づいて次式を採用する。

$$M_d = M_0 [1 + (v/2Dh)^{1/P}] \quad (6)$$

$$v = v_0 (1 - t/t_f) \quad (7)$$

ここに、 v ：衝撃点の水平方向移動速度、 t ：任意時刻 ($0 \leq t \leq t_f$)。

式(6)、(7)の関係を式(5)に代入して積分すれば、

$$m_1 \dot{x} + C + \frac{4M_0}{h} \left[t + \left(\frac{v_0}{2Dh} \right)^{1/P} \cdot \frac{P}{P+1} t_f \left\{ 1 - (1-t/t_f)^{1/P+1} \right\} \right] - (m_0' + mh)gt = 0 \quad (8)$$

ここで、 $t=0$ において、 $\dot{x}=v_0=I/m_1$ の条件を用いると、積分常数 $C=-I$ となる。したがって式(8)は、

$$m_1 \dot{x} - I + \frac{4M_0}{h} \left[t + \left(\frac{v_0}{2Dh} \right)^{1/P} \cdot \frac{P}{P+1} t_f \left\{ 1 - (1-t/t_f)^{1/P+1} \right\} \right]$$

$$- (m_0' + mh)gt = 0 \quad (9)$$

式(9)をさらにもう一回積分して、 $t=0$ で $x=0$ の条件を用いると、つぎの関係が得られる。

$$m_1 x - It + \frac{4M_0}{h} \left[\frac{t^2}{2} + \left(\frac{v_0}{2Dh} \right)^{1/P} \frac{P}{P+1} \right. \\ \left. t_f \left[t - \frac{P}{2P+1} t_f \left\{ 1 - (1-t/t_f)^{1/P+2} \right\} \right] \right] \\ - \frac{1}{2} (m_0' + mh)gt^2 = 0 \quad (10)$$

式(9)において、 $t=t_f$ で $x=0$ の条件を適用すれば、 t_f はつぎのようになる。

$$t_f = \frac{1}{\frac{4M_0}{h} \left[1 + \frac{P}{P+1} \left(\frac{v_0}{2Dh} \right)^{1/P} \right] - (m_0' + mh)g} \quad (11)$$

式(10)において、 $t=t_f$ 、 $x=\delta$ とおくことにより、次式を得る。

$$\delta = \frac{t_f}{m_1} \left[I - \frac{t_f}{2} \left(\frac{4M_0}{h} \left\{ 1 + \frac{2P}{2P+1} \left(\frac{v_0}{2Dh} \right)^{1/P} \right\} \right. \right. \\ \left. \left. - (m_0' + mh)g \right) \right] \quad (12)$$

したがって式(11)により t_f の値を求め、これを式(12)に代入することによって δ の値が計算される。

3.2 鉛直衝撃を受けた場合

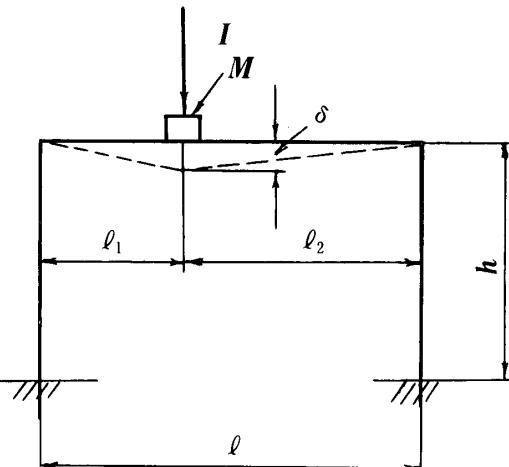


Fig. 2 Model of rahmen under vertical impulse

Fig. 2 に示すように、ラーメンのはりの部分に鉛直方向の衝撃を加え、衝撃点の鉛直塑性変位 δ を測定した。衝撃作用点ははりの左支点よりスパンの $1/2$ 、 $1/4$ および $1/8$ 点の 3 種とし、衝撃量は 2. で述べたように変化させ、柱高は 30 、 40 および 50 cm とした。このような場合の取り扱い方については、連続ばかりの場合と同様に、はり支点における抵抗モーメント係数 α を用いて処理

し、実験結果から α の妥当な値を推定することとした。したがってこの場合の算式は連続ばかりの場合と同様に、以下の諸式で表わされる。

$$v_0 = I(M+m_0/3) \quad (13)$$

$$t_f = \frac{I_1 l_1}{(1+\alpha) M_0} \left[1 + P/(P+1) \cdot (v_0/2Dl_1)^{1/P} \right]^{-1} \\ = \frac{I_2 l_2}{(1+\alpha) M_0} \left[1 + P/(P+1) \cdot (v_0/2Dl_2)^{1/P} \right]^{-1} \quad (14)$$

$$I_1 = I \frac{Bl_2}{Al_1 + Bl_2} \quad (15)$$

ここに、

$$A = \left\{ 1 + P/(P+1) \cdot (v_0/2Dl_1)^{1/P} \right\}^{-1} \\ B = \left\{ 1 + P/(P+1) \cdot (v_0/2Dl_2)^{1/P} \right\}^{-1} \quad (16)$$

$$\delta = v_0 \cdot t_f / 2 \quad (17)$$

3.3 理論値と実験値との比較検討

3.3.1 水平衝撃の場合

水平衝撃の場合について解法ⅠおよびⅡによって求めた理論値と実験値とを比較すると、Fig. 3～Fig. 5, Table 1 のようである。

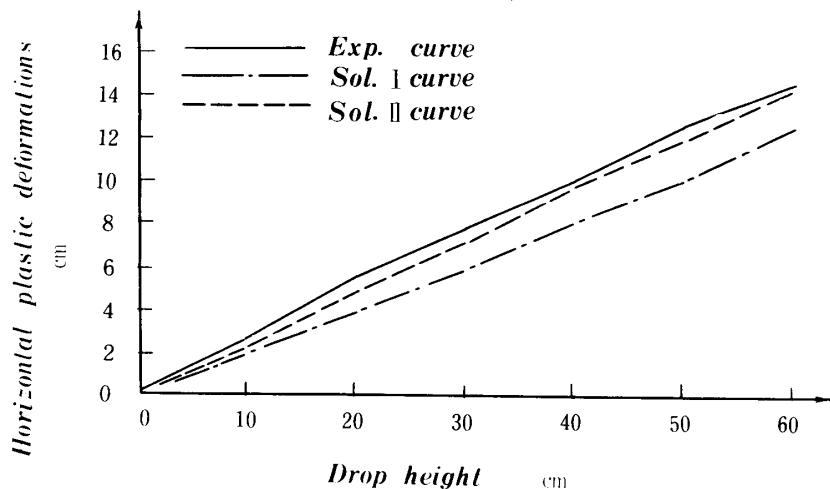


Fig. 3 Comparison of calculated values and experimental results, column ht=50cm, drop wt=14.5kg

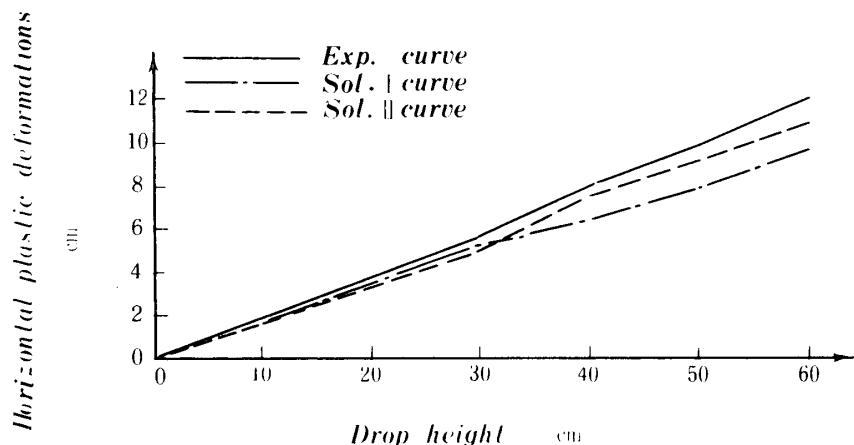


Fig. 4 Comparison of calculated values and experimental results, column ht=40cm, drop wt=14.5kg

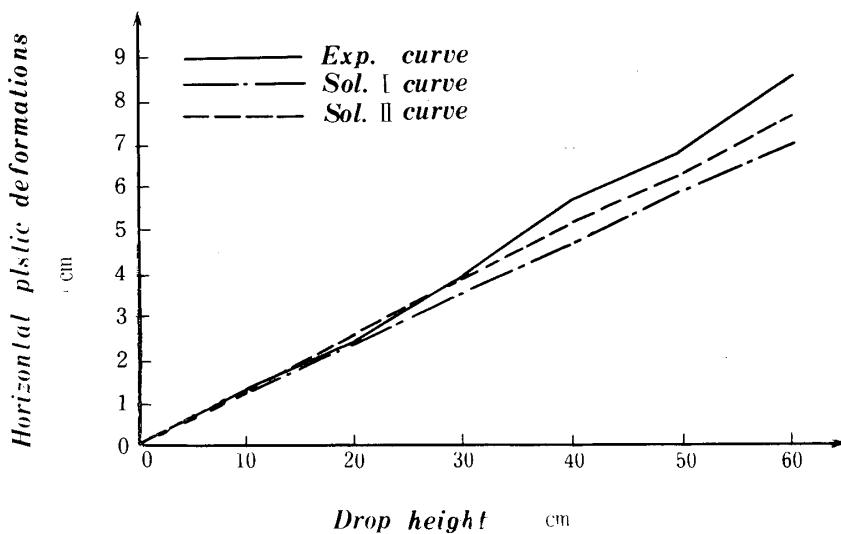


Fig. 5 Comparison of calculated values and experimental results, column ht=30cm, drop wt=14.5kg

Table 1 Comparison of calculated values and experimental results

(a) Column height $h=50\text{cm}$, drop weight=9.5kg

Drop ht (cm) \ Items	10	20	30	40	50	60
Exp. values (cm)	1.22	2.54	3.81	5.33	7.04	8.06
Sol. I (cm)	1.34	2.61	3.87	5.12	6.45	7.58
Sol. II (cm)	1.53	2.97	4.39	5.78	7.16	8.53

(b) Column height $h=40\text{cm}$, drop weight=9.5kg

Drop ht (cm) \ Items	10	20	30	40	50	60
Exp. values (cm)	0.78	1.84	3.16	4.12	5.53	7.11
Sol. I (cm)	1.06	2.07	3.07	4.05	5.03	6.00
Sol. II (cm)	1.16	2.27	3.35	4.42	5.47	6.52

(c) Column height $h=30\text{cm}$, drop weight=9.5kg

Drop ht (cm) \ Items	10	20	30	40	50	60
Exp. values (cm)	0.28	1.50	2.25	3.13	3.80	5.04
Sol. I (cm)	0.78	1.53	2.27	2.99	3.71	4.43
Sol. II (cm)	0.83	1.62	2.39	3.15	3.90	4.65

3.3.2 鉛直衝撃の場合

ラーメンのはり部分に鉛直衝撃を作用させた場合のはり部分の鉛直塑性たわみの測定値の一例を示せば, Fig. 6~Fig. 8のごとくである。

これらの測定値に対し, 式(3)~(7)の関係を適用して, 実験結果から α の値を検討してみると, 大体つきのようなことが明らかとなった。すなわち柱高 30cm より 40cm の場合の実験値はほとんど同一値を示し, 柱

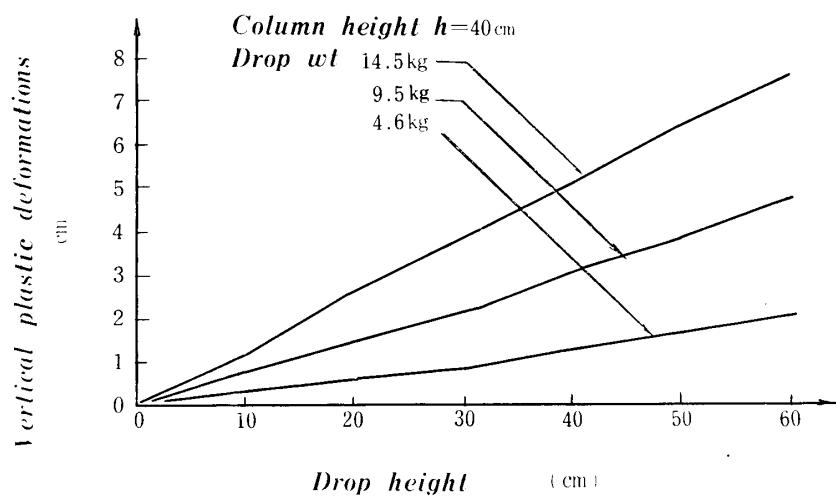


Fig.6 Relations between vertical plastic deformations and drop ht (impulse acts on the middle point)

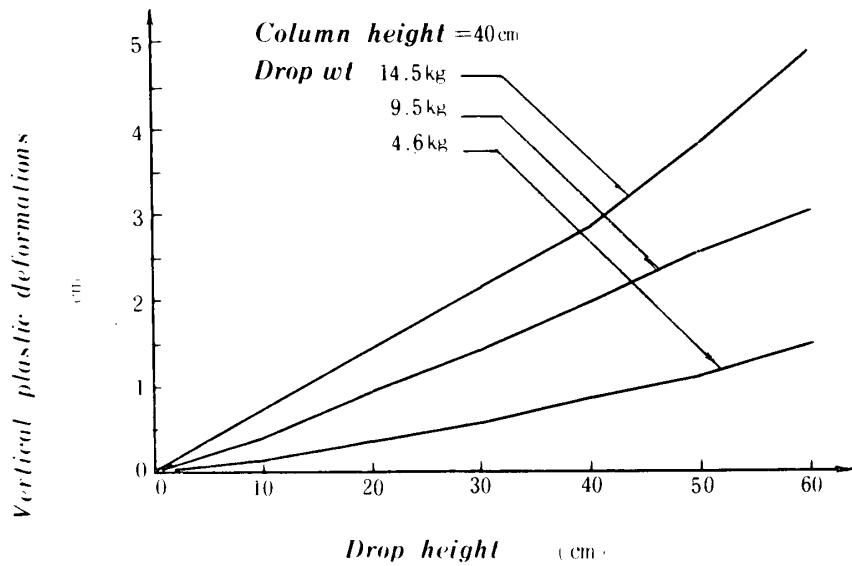


Fig.7 Relations between vertical plastic deformations and drop ht (impulse acts on the quarter point)

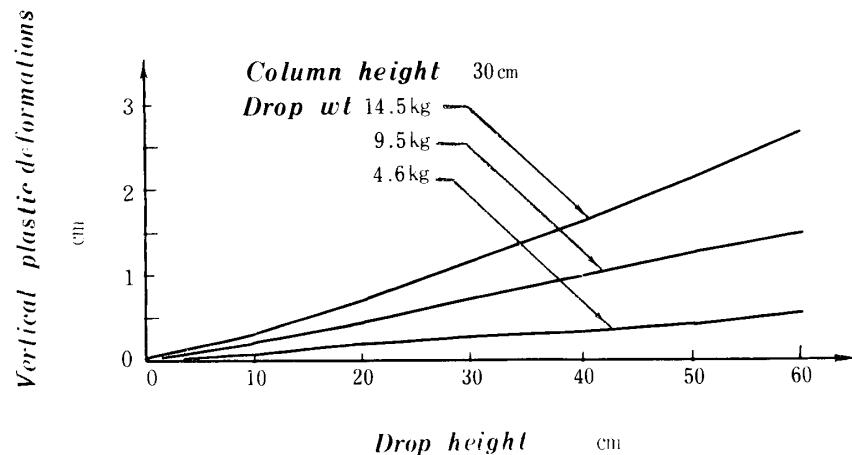


Fig.8 Relations between vertical plastic deformations and drop ht (impulse acts on the eighth point)

高の影響はまったく見られなかった。つぎにおもりの重量が4.6kg（衝撃量が一番小さい場合）では、 $\alpha=1$ となり、おもりが9.5kgおよび14.5kgの衝撃量が相当大きい場合には、 $\alpha=0.8$ 程度の値となった。したがって衝撃量の小さい範囲では、ラーメンのはり部分は両端固定ばかりとみなして差支えなく、衝撃量が大きく、したがって塑性変形がかなり大きくなると、ほぼ連続ばかり支点と同様の剛度になるものと考えてよいようである。このように剛度の変化する衝撃量の大きさの限界については、今回の実験ではやや資料不足で明確な結論はくだし得なかったが、おおむね δ/l の値が6%前後が両者の境界のようである。なお柱高50cmの場合の実験結果は柱高40cmの場合よりも測定値はやや小さ目な値を示し、普通の常識とやや矛盾した結果が得られたが、これは柱の剛度が弱くなつたため、衝撃エネルギーの一部が柱に局部集中したために、はり部分の塑性変形はかえつて小さくなつたものと推定される。このような特殊な状態については、今後さらに詳細な検討を要するものと考えられる。普通程度の状態では、柱の長短によるはり支点の剛度変化の影響は余り顕著でなく、ほとんど無視し得る程度であった。

4. 結 言

著者らが今回行なつた一層一スパン両脚固定ラーメンの衝撃による塑性変形の理論的考察ならびに実験的研究によって得られた主な結論を述べると、以下に示すとおりである。

1) ラーメンの柱頭に水平衝撃を受けた場合の柱頭の水平塑性たわみは、ほぼ式(1)～(4)または式(11)～(12)によって計算できる。一般に衝撃量の小さい範囲では、解法Ⅰが、衝撃量が大きくなると、解法Ⅱの方が実験値との適合度が良くなる。また全般的に見ると、衝撃量の小さい範囲では、実験値は計算値よりもかなり小

き目な値を示し、衝撃量が中程度（本実験の場合はおもりの重量9.5kg）の場合は、実験値と理論値はかなり良い一致（大体10%以内）を示し、衝撃量が大きくなると（おもりの重量14.5kg），実験値は理論値よりもかなり大き目の値を示す傾向が認められた。

2) ラーメンのはり部分に鉛直衝撃が作用した場合の衝撃点の鉛直塑性たわみについては、衝撃量が比較的小さい範囲では、はり部分を両端固定ばかりと仮定して取り扱えば良く、衝撃量がかなり大きく、したがって鉛直塑性たわみ δ の値も大きく、概略 δ/l の値が6%以上になると、はり部分を連続ばかりの一部とみなし、抵抗モーメント係数 $\alpha=0.8$ 程度として計算すればよいものと考えられる。

3) 柱高が相当高く剛度が小さくなると、鉛直衝撃によって、はりと柱ともに塑性変形を生ずる場合もありうるので、このような特殊な状態については、今後さらに詳細な検討を要するものと考えられる。なお鉛直衝撃の場合、はりの中点以外の衝撃点の場合にも、衝撃量が小さい（おもりの重量4.6kg）場合は $\alpha=1$ ，衝撃量が大きい（おもりの重量9.5kgおよび14.5kg）場合は $\alpha=0.8$ とおけば、実験値と計算値は良く一致するようである。

以上が今回行なつた研究の主な結論であるが、今後さらに異なつた状態の場合について詳細な検討を進めしていく考えである。

終わりに本実験に終始熱心に協力された小川泰昭、大浜俊次、崎本純治、原田茂久の諸君に深謝の意を表わす次第である。

参 考 文 献

- 1) T. Nonaka : Journal of App. Mech., 34, 632 (1967)
- 2) 最上幸夫、阪本紀博：山口大学工学部研究報告, 20, 231
(1969)

（昭和46年8月13日受理）