

# 可変リアクタンス素子によるアナログ関数乗算法

平田 威彦\*・桐原 昭雄\*

## 要 旨

本文においては、可変素子を含む分圧回路に周波数の異なる2つの信号を重畳して加えれば分圧された出力中に含まれる2信号の和または差の周波数成分は各信号の振幅の積に比例することを示し、また、パラメトリック回路においてアイドリング回路に現われる電圧または電流は信号励振量とポンピング励振量のおのの振幅の積に比例することも示している。これらはいずれも原理的にパラメトリック方式であるということができる。

これらを用いたアナログ関数乗算法の原理的説明の他に誤差に関する検討も多少行なわれている。

## 1. ま え が き

電圧または電流の値によって抵抗や静電容量あるいはインダクタンスの値が変化する素子は一般に非直線素子または可変素子と呼ばれている。このうち抵抗を除く他の2つのものすなわち可変リアクタンス素子は素子の内部であまり電力を消費しないという特長がある。可変抵抗を用いる関数乗算器の例はすでに幾つかあるが、可変リアクタンス素子を用いる例はまだ見ない。

筆者の1人は可変容量素子を含む分圧回路に周波数の異なる2つの信号を重畳して加えれば分圧された出力の中に含まれる前2者の和または差の周波数成分はおのの振幅の積に比例することを示し<sup>1)</sup>、さらに筆者らによって行なった実験結果をも報告した<sup>2)</sup>。

また、可変リアクタンス素子を用いる回路として当然パラメトリック回路も考えられる。パラメトリック増幅回路においてアイドリング回路に現われる電圧または電流は信号励振量ポンピング励振量のおのの振幅の積に比例することも示した<sup>3)</sup>が、まだこれに関しては十分な実験は行っていない。

ここでは以上を詳述し、さらに誤差に対する検討も試みる積りである。

## 2. 分 圧 回 路 方 式

いま直流電圧  $V$  に対して静電容量  $C(V)$  が図1の曲線のように変化する可変容量素子があるとす。この特性曲線の中で比較的变化のゆるやかな範囲を選びその範囲を近似的に直線とみなす。その直線部分の中央の電圧を  $V_0$  としその点での勾配を  $-k$  とすれば

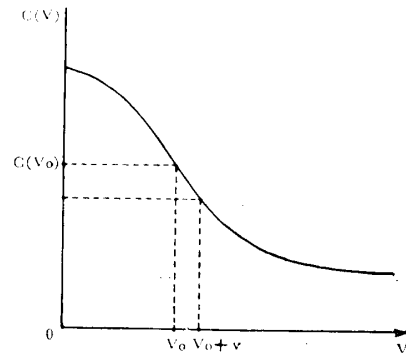


図1 可変容量素子の電圧静電容量特性

$$\left[ \frac{dC(V)}{dV} \right]_{V=V_0} = -k$$

ゆえに  $V_0$  の近傍では

$$C(V) = C_0 - k(V - V_0) \quad (1)$$

ただし、 $C_0 = C(V_0)$  とする。

いま  $V_0$  の付近で微小電圧  $v$  だけ変動すればそのときの静電容量は(1)式より

$$C(V_0 + v) = C_0 - kv \quad (2)$$

次に図2のようにコンデンサ  $C$  と可変容量  $C(V)$  との直列回路に対して微小電圧  $A \sin \omega_1 t$  と  $B \sin \omega_2 t$  とを

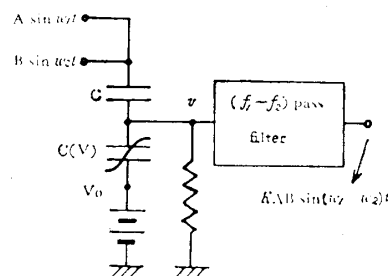


図2 基本回路

\*電気工学教室

重畳して加え両コンデンサによって分圧されて現われた電圧を  $v$  とすれば

$$v = \frac{C(A \sin \omega_1 t + B \sin \omega_2 t)}{C + (C_0 - kv)} \quad (3)$$

ただし、 $\omega_1$  および  $\omega_2$  はそれぞれ周波数  $f_1$  および  $f_2$  に対する角周波数とする。

(3)式より  $v$  を解けば

$$v = \frac{C + C_0}{2k} \left[ 1 \pm \left\{ 1 - \frac{4Ck(A \sin \omega_1 t + B \sin \omega_2 t)}{(C + C_0)^2} \right\}^{\frac{1}{2}} \right] \quad (4)$$

$A=B=0$  のときは  $v=0$  でなければならぬから(4)式中の複号において+は不適である。また、根号内第2項は1より小であるから級数展開の4次以上を無視すれば

$$\begin{aligned} v &= \frac{C + C_0}{2k} \left\{ \frac{K}{2} (A \sin \omega_1 t + B \sin \omega_2 t) \right. \\ &\quad + \frac{K^2}{8} (A \sin \omega_1 t + B \sin \omega_2 t)^2 \\ &\quad \left. + \frac{K^3}{16} (A \sin \omega_1 t + B \sin \omega_2 t)^3 \right\} \\ &= \frac{C + C_0}{2k} \left\{ \frac{K}{2} (A \sin \omega_1 t + B \sin \omega_2 t) \right. \\ &\quad + \frac{K^2}{8} \left[ \frac{A^2}{2} (1 - \cos 2\omega_1 t) + AB \{ \cos(\omega_1 - \omega_2)t \right. \\ &\quad \left. - \cos(\omega_1 + \omega_2)t \} + \frac{B^2}{2} (1 - \cos 2\omega_2 t) \right] \\ &\quad + \frac{K^3}{16} \left[ \frac{A^3}{4} (3 \sin \omega_1 t - \sin 3\omega_1 t) \right. \\ &\quad + \frac{3}{4} A^2 B \{ \sin \omega_2 t + \sin(2\omega_1 - \omega_2)t \} \\ &\quad + \frac{3}{4} AB^2 \{ \sin \omega_1 t - \sin(\omega_1 + 2\omega_2)t \} \\ &\quad \left. \left. + \frac{B^3}{4} (3 \sin \omega_2 t - \sin 3\omega_2 t) \right] \right\} \quad (5) \end{aligned}$$

ただし、

$$K = \frac{4Ck}{(C + C_0)^2} \quad (6)$$

(5)式から明らかなように周波数  $(f_1 - f_2)$  または  $(f_1 + f_2)$  の項はそれぞれ1つしか含まれずしかもその大きさは積  $AB$  に比例する。すなわち、その振幅を  $P$  とすれば

$$P = \frac{C^2 k}{(C + C_0)^3} AB \quad (7)$$

したがってそのいずれかの成分を濾波器によって取り出せばよいことになる。

以上は可変容量を用いた場合であるが、可変インダクタンスあるいは可変抵抗を用いた場合にも全く同様の原理によって積  $AB$  に比例する成分を取り出すことができる。

次に(7)式を確かめるため可変容量素子として図3のような特性のチタン酸バリウム磁器を用いてごく大き

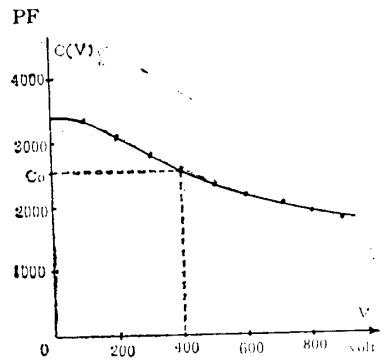


図3 チタン酸バリウム磁器の特性

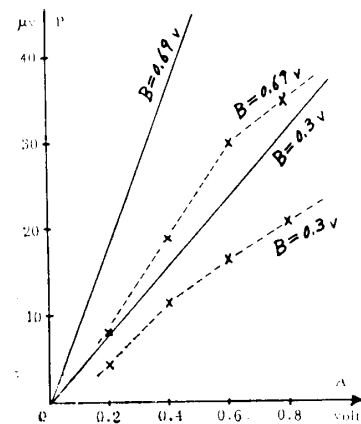


図4 実験結果 (B一定)

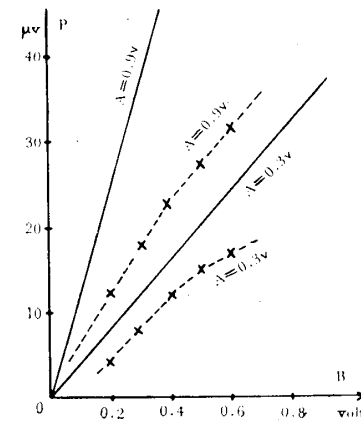


図5 実験結果 (A一定)

ばに行なった実験の結果を図4および図5に示す。この際バイアス電圧  $V_0=400v$  とした。このとき

$C^2 k / (C + C_0)^3 \approx 1.34 \cdot 10^{-4}$  となる。周波数は  $f_1 = 3505kc$ ,  $f_2 = 3500kc$  とした。

図4は  $B$  をパラメータとした場合、図5は  $A$  をパラメータとした場合の(7)式の直線(実線)と実験値(破線)の比較をそれぞれ示している。

3. パラメトリック回路方式

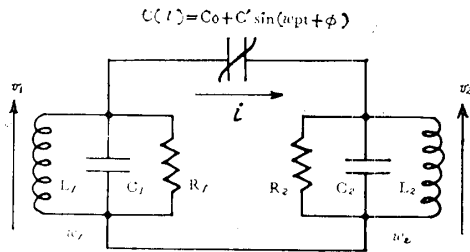


図6 パラメトリック回路

図6に可変容量素子を用いたパラメトリック回路を示す。左側の共振回路は可変容量 $C(t)$ を含めて信号角周波数 $\omega_1$ に同調せしめられ、可変容量 $C(t)$ はポンピング角周波数 $\omega_p$ で励振(実際は直流バイアス電圧と交流励振電圧が加えられる)されており、右側の共振回路(アイドリング回路)は $C(t)$ を含めて

$$\omega_2 = \omega_p - \omega_1 \quad (8)$$

に同調せしめられているものとする。ただし、これら共振回路の $Q$ は十分大であるとする。

いまポンピング励振電圧の振幅を $B$ とすれば可変容量の値は次のように変化する。

$$\begin{aligned} C(t) &= C_0 + C' \sin(\omega_p t + \phi) \\ &= C_0 + kB \sin(\omega_p t + \phi) \end{aligned} \quad (9)$$

ただし、 $C_0$ および $k$ は(1)式中に含まれているものと同じである。また信号電圧 $v_1$ を

$$v_1 = A \sin(\omega_1 t + \phi_1) \quad (10)$$

とし、アイドリング回路の端子電圧 $v_2$ を

$$v_2 = P \sin(\omega_2 t + \phi_2) \quad (11)$$

とおけば、可変容量に加わる電圧 $v$ は $v = v_1 - v_2$ であるからこれに流れる電流 $i$ は

$$i = \frac{d}{dt}(Cv) \quad (12)$$

(12)式に(9)、(10)及び(11)式を代入し、(8)式を適用すれば

$$\begin{aligned} i &= \omega_1 C_0 A \cos(\omega_1 t + \phi_1) - \omega_2 C_0 P \cos(\omega_2 t + \phi_2) \\ &+ (2\omega_1 + \omega_2) \frac{k}{2} AB \sin\left\{(2\omega_1 + \omega_2)t + \phi + \phi_1\right\} \\ &- \omega_2 \frac{k}{2} AB \sin(\omega_2 t + \phi - \phi_1) \\ &- (\omega_1 + 2\omega_2) \frac{k}{2} PB \sin\left\{(\omega_1 + 2\omega_2)t + \phi + \phi_2\right\} \\ &+ \omega_1 \frac{k}{2} PB \sin(\omega_1 t + \phi - \phi_2) \end{aligned}$$

このうちアイドリング周波成分の電流のみが抵抗 $R_2$ に流れるから

$$\begin{aligned} v_2 &= -R_2 \omega_2 \left\{ C_0 P \cos(\omega_2 t + \phi_2) + \frac{k}{2} AB \sin(\omega_2 t \right. \\ &\quad \left. + \phi - \phi_1) \right\} \\ &= \omega_2 R_2 \left\{ C_0 P \sin \phi_2 - \frac{k}{2} AB \cos(\phi - \phi_1) \right\} \sin \omega_2 t \\ &\quad - \left\{ C_0 P \cos \phi_2 + \frac{k}{2} AB \sin(\phi - \phi_1) \right\} \cos \omega_2 t \end{aligned} \quad (13)$$

一方 $v_2$ は(11)式から

$$v_2 = P \cos \phi_2 \sin \omega_2 t + P \sin \phi_2 \cos \omega_2 t \quad (14)$$

であり、(13)および(14)式の右辺は $\omega_2 t = n\pi$  または $(2n+1)\frac{\pi}{2}$ のときにもそれぞれ等しいのであるから

$$\begin{cases} P \cos \phi_2 = \omega_2 R_2 \left\{ C_0 P \sin \phi_2 - \frac{k}{2} AB \cos(\phi - \phi_1) \right\} \\ P \sin \phi_2 = -\omega_2 R_2 \left\{ C_0 P \cos \phi_2 + \frac{k}{2} AB \sin(\phi - \phi_1) \right\} \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} \therefore P \cos \phi_2 = -\frac{\omega_2 R_2 \frac{k}{2} AB}{1 + C_0^2 \omega_2^2 R_2^2} \\ \left\{ C_0 \omega_2 R_2 \sin(\phi - \phi_1) + \cos(\phi - \phi_1) \right\} \\ P \sin \phi_2 = \frac{\omega_2 R_2 \frac{k}{2} AB}{1 + C_0^2 \omega_2^2 R_2^2} \\ \left\{ C_0 \omega_2 R_2 \cos(\phi - \phi_1) - \sin(\phi - \phi_1) \right\} \end{cases} \quad (16)$$

ゆえに(16)式より

$$P = \frac{\omega_2 R_2 \frac{k}{2}}{\sqrt{1 + C_0^2 \omega_2^2 R_2^2}} AB \quad (17)$$

したがって、パラメトリック増幅回路においてアイドリング回路に現われる電圧は信号電圧とポンピング励振電圧の積に比例することがわかる。可変インダクタンス素子を用いる場合も電流について同様の解析を行えばよい。

前述の分圧回路方式において2つの信号のうち的一方をポンピング励振源とみなせば原理的にパラメトリック回路方式と一致する。

4. 検 討

誤差の原因になると考えられるものを列挙すれば

- (1) 雑音
- (2) 可変素子の動作範囲内の非直線性
- (3) 可変素子以外の非直線要素
- (4) 理論において理想化した電源が実現できないことによるもの、など

このうち(3)のものはさらにつぎの2つに分れる。

- (3・1) 2信号を結合する目的以外の予期しない可変要素たとえば線形とみなされる素子のわずかな非直線性

これにより信号の間の変調が行なわれるが、その非直線性が弱ければ和または差の周波数成分は第1近似で両信号の振幅の積に比例するから事実上余り誤差とはならないが出力が理論と合わない。

(3・2) 2信号および出力を増幅するための増幅器の非直線性

これはある程度軽減できる。

また、(4)によるものは出力が理論と一致しないだけで信号の振幅の積に比例するという事実には変わりはない。

したがって、本質的に誤差となる要素は(1)および(2)によるものと考えられる。

(1)の雑音によるものは、積出力  $P$  を大ならしめれば軽減できるが、 $AB$  が一定するときの  $P$  の大小は (7) および (17) 式より明らかなように電圧変化に対する可変パラメータの変化の割合  $k$  の大小に最も依存する。

図4および図5における実験結果のある程度の不一致とくにパラメータの値が小さい場合の不一致は大部分この雑音によるものである。もちろん  $AB$  を大ならしめれば雑音の点からはよいわけであるがこれは (2) の原因によってあまり大きくすることはできない。

(2)の動作範囲内の非直線性によるものは、いま  $B$  または  $A$  のいずれかを一定にしたときその非直線性のために出力が  $A$  または  $B$  に比例しないことである。これによる誤差の定量的な評価はまだ行っていない。

以上のことから出力の低レベルを避け中域レベルを使用することが望ましく、この意味からも従来から使用されているつぎの4象限演算法を採用するのが適当である。すなわち、変数  $X_{Vout}$  および  $Y_{Vout}$  のとき

$$A = (a-X)_{Vout}, \quad B = (b-Y)_{Vout}$$

で常に  $A > 0, B > 0$  となるような定数  $a$  および  $b$  を選び、後に

$$KAB = K(XY - bX - aY + ab)$$

から  $XY$  以外の項を差引くようにすればよい。

#### 参 考 文 献

- 1) 平田威彦：昭和38年度電気通信学会全国大会, 408, (昭38・11)
- 2) 平田威彦・桐原昭雄：昭和38年度電気四学会中国支部大会, 47, (昭38・11)
- 3) 平田威彦：昭和38年度電気四学会九州支部大会, 124, (昭38・10)