ウ ラ ン 棒 の 最 高 温 度

村　川　勝　彌

1. 緒　　言

原子力発電の発達に伴い動力用原子炉の発展には目ざましいものがあるが，金属ウランを原子燃料とする場合には 668 °C で α—β 変態点を持ち非等方的性質の結果，最も重要な問題は，熱サイクル効果であって，変態点を越さない範囲で α—ウランを加熱冷却すると，成長または，しわ変形を起す。例えば丸棒の始めの状態が長さ 2 in であったとき 50 °C と 600 °C との間で熱サイクルを1300回あたえると約2.5倍の 5 in になるし，3000回のサイクルをあたえると約 6 倍に伸びる。又，始め正方形であったものを 100 °C〜550 °C で 700 サイクル行えば長方形になる。このように熱膨張係数の著しい非等方性のため加熱冷却によって内部応力，熱応力，塑性変形を起すので，燃料冷却設計において，最も条件の悪い個所でも安全であるために燃料の最高温度，温度分布あるいは皮覆材の表面温度が制限温度内にあるために必要な熱伝達率を決定する必要に迫まられるので，以下においては，ウラン棒の最高温度を，発熱を伴う熱伝導論の立場から計算を行う。

2. 理論と数値計算

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}+\frac{Q(r,z)}{\lambda}=0 \qquad \cdots\cdots(1)$$

$$(T)_{r=R}=F(z)\cdots\cdots(2),\qquad (T)_{z=0}=A(r)\cdots\cdots(3),\qquad (T)_{Z=H}=B(r)\cdots\cdots(4)$$

において

$$T=\theta+\frac{r}{R}\cdot\left[F(z)-\frac{Z}{H}\cdot B(r=R)-A(r=R)\frac{H-Z}{H}\right]+A(r)\frac{H-Z}{H}+B(r)\frac{Z}{H} \qquad \cdots\cdots(5)$$

$$=\theta+C(r,z) \qquad \cdots\cdots(6)$$

$$q(r,z)=\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right]C(r,z)+\frac{Q(r,z)}{\lambda} \qquad \cdots\cdots(7)$$

とおけば (1)〜(4) 式は次のようになる。

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial \theta}{\partial r}+\frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}+q(r,z)=0 \qquad \cdots\cdots(8)$$

$$(\theta)_{r=R}=0\cdots\cdots(9)\qquad (\theta)_{z=0}=0\cdots\cdots(10)\qquad (\theta)_{Z=H}=0\cdots\cdots(11)$$

(8)〜(11)式を finite Hankel Transform と finite Fourier sine Transform とによって解けば次の解がえられる。

$$\mathrm{T}=\frac{4}{R^2\cdot H}\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\int_0^R r\int_0^H q(r,z)\sin\frac{n\pi z}{H}\cdot dz\cdot J_0(r\cdot\xi_i)\cdot dr}{\xi_i{}^2+\frac{n^2\pi^2}{H^2}}\times$$

$$\cdot\frac{J_0(r\cdot\xi_i)}{[J_1(R\cdot\xi_i)]^2}\cdot\sin\frac{n\pi z}{H}$$

$$+\left[\frac{r}{R}\left\{F(z)-\frac{Z}{H}\cdot B(r=R)-A(r=R)\cdot\frac{H-Z}{H}\right\}\right.$$

$$\left.+A(r)\cdot\frac{H-Z}{H}+B(r)\cdot\frac{Z}{H}\right] \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

次に(1), (7), (12) 式中の発熱量 Q はウランの場合には

$$Q(r,z)\fallingdotseq 4.95\times10^{-6}\times\phi(n/\mathrm{cm^2\,sec}),\quad [\mathrm{kcal/m^3h}] \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

である。この式中の ϕ は中性子線束密度で原子炉微分方程式を解けば次の形でえられる。

$$\phi=\phi_{\max}\cdot I_0\left[\left\{\sqrt{K_0{}^2+\left(\frac{\pi}{H}\right)^2}\right\}\cdot r\right]\cdot\sin\frac{\pi z}{H} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

ただし　$K_0{}^2=\Sigma_a/D$ ……………………(15)

$\Sigma_a=N\cdot\sigma_a=$ 巨視的断面積 ……………………(16)

$N=\rho\cdot N_a/M$ ……………………(17)

$\rho=$ 密度，　$N_a=$ アボガドロ数，　$M=$ 原子量，　$\sigma_a=$ 吸収断面積

$D=\lambda_t/3$……(18)，　$\lambda_t=\lambda_s/(1-\overline{\cos\theta})$……(19)，　$\overline{\cos\theta}=2/(3M)$……(20)，

$\lambda_s=1/\Sigma_s$……(21)，　$\Sigma_s=N\cdot\sigma_s$……(22)

$\sigma_s=$ 散乱断面積，　$D=$ 拡散係数，　$\lambda_t=$ 平均自由移行距離

J_0, $J_1=$ ベッセル函数，　$I_0=$ 変形ベッセル函数

(12)〜(22)式によって任意の場所の温度を求めることができるので最高温度の数値計算に移る。

(2) 式の表面温度分布と最高温度とをあたえた文献[1)]によれば

$F(z)\fallingdotseq -465.3z^2+485.3z+80$ ……………………(23)

$(T)_{\max}\fallingdotseq 339.15\ ^\circ\mathrm{C}$ ……………………(24)

(23) 式は文献[2)] によって著者が求めた式である。なお中心における温度分布は

$(T)_{中心}\fallingdotseq -869.6z^2+891.3z+110.9$ ……………………(25)

で，これも著者が求めたもので，この式から(24) 式がえられる。

核的特性（天然ウラン重水型原子炉）

$\rho=18.7\ \mathrm{g/cm^3}$，　$N_a=6.032\times10^{23}$，　$M=235$，　$\sigma_a=650\times10^{-24}\ \mathrm{cm^2}$，

$\therefore\ \Sigma_a=4.79277$……………　$\mathrm{cm^{-1}}$，

$\sigma_s=8.2\times10^{-24}\ \mathrm{cm^2}$，

$\Sigma_s=0.604626$ …………　$\mathrm{cm^{-1}}$，

$\lambda_s=1.65391\ \mathrm{cm}$，　$\lambda_t=1.65861\ \mathrm{cm}$，　$D=0.552873\ \mathrm{cm}$，

$K_0{}^2=8.66884\ \mathrm{cm^{-2}}$

$\phi_{\max}=5\times10^{13}\ n/\mathrm{cm^2\,sec}$

核的構造

$R=7.5\ \mathrm{mm}$，　$H=2{,}500.\ \mathrm{mm}$,

$A(r)\fallingdotseq 110.9-\frac{r}{R}\times30.9$，　$B(r)=132.6-\frac{r}{R}\times32.6$．

ξ_i は $J_0(R\cdot\xi_i)=0$ の根である。

熱伝導率 $\lambda=33$ kcal/mh °C .

以上の数値を用いて(12)式から最高温度 T'_{max} を計算すれば

$T_{max}=341.49$ °C　　(理論)　　………………………(26)

となる。

然るに文献[3]によれば(24)式より

$T'_{max}\fallingdotseq 339.15$ °C　　(文献)　　………………………(24)

である。

(24)式と(26)式とは，殆ど一致していると考えて，さしつかえない。

3. 結　言

熱伝導論の理論にしたがって内部に発熱を伴うウラン棒の温度分布を一般的な境界条件のもとに求めた。(12)式はベッセル函数表が使えるので数値計算に便利である。このようにしてウラン円棒内の温度分布，最高温度，が計算できるので熱応力なども求めることが可能である。(24),(26)式からわかるように，かなり正確な最高温度を理論式によって推定できるようである。以上において理論計算の結果を簡単に述べた。

文　献

1) 原子力工業 vol. 2, No. 8, Aug. 1956, p. 13, fig. 11.
2) 1)におなじ.
3) 1)におなじ.