

プレストレストコンクリート梁の設計計算について

加賀美一三

要旨

本文はPSコンクリートのプレテンション方式による梁の設計計算に対して、コンクリートの応力分布を放物線状とした設計方法を述べたものである。

緒言

1907年Koenenがプレテンションの理論方式を提案したものに対し、1928年Freyssinetは高強度鋼と高強度コンクリートを使用してその実際化に成功し、さらに1907年のLundのポストテンショニング理論方式の実用化に転向して成功している。1939年Hoyerは鋼線にピアノ線を用いはじめ、プレテンション式に対して付着力による碇着方式をとり、1948年Magnetはポストテンショニング式に対して特殊碇着方式を考案し良結果を得ていることは衆知のことである。以上のように現下急速の進展をみているPSコンクリートの設計計算において、著者は本文において鉄筋コンクリートと同様Koenenがコンクリート中の応力分布を直線的であると仮定して提案した現在使用中の計算式に対し、著者が鉄筋コンクリート梁の場合に誘導した応力分布⁽¹⁾を用いて、プレテンション式の場合について設計法を述べ、その計算例を附記したものである。ポストテンショニングの場合については別に述べる予定である。

1 PSコンクリート梁の図心位置

PSコンクリート梁は種々なる梁断面をとる

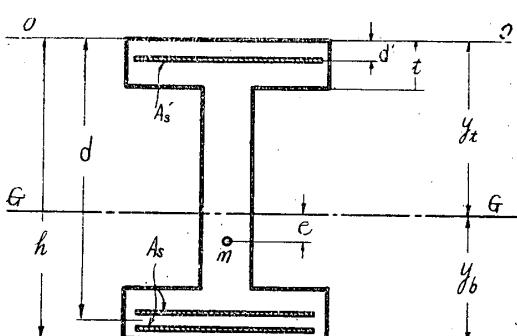


図-1 PSコンクリート梁の図心位置の関係

が、プレテンション式においては一般に図-1のI型が採用される。PSコンクリート梁においては後述⑧、(3)の等価断面の計算結果に示すように縁維応力度に対する梁断面中の鋼線の影響は安全側であるので、本計算法においては設計計算に当りコンクリート断面についてのみの図心を定めて計算を進め、後で等価断面として照査計算する方法によることにする。

$$\left. \begin{aligned} y_t &= \frac{\text{全断面の1次モーメント}}{A_c} \\ y_b &= h - y_t \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに、

$y_t, y_b = PS$ コンクリート梁断面の図心軸よりの上縁及び下縁維応力度までの距離、cm

$A_c = PS$ コンクリート梁のコンクリート断面積、 cm^2

2 プレテンション梁の断面算定

プレストレス導入時；

$$\text{上縁維}, \frac{P}{A_c} - \frac{P_e}{\nu y_t A_c} \leq \sigma_{tp} \quad (a)$$

$$\text{下縁維}, \frac{P}{A_c} + \frac{P_e}{\nu y_b A_c} \leq \sigma_{cp} \quad (b)$$

設計荷重時；

$$\text{上縁維}, \frac{P_e}{A_c} - \frac{P_e e}{\nu y_t A_c} + \frac{M_T}{\nu y_t A_c} \leq \sigma_{cw} \quad (c)$$

$$\text{下縁維}, \frac{P_e}{A_c} + \frac{P_e e}{\nu y_b A_c} - \frac{M_T}{\nu' y_b A_c} \leq \sigma_{tw} \quad (d)$$

所要断面積；

上縁維、(a)式と(c)式との関係より

$$\nu y_t A_c = \frac{M_T}{\sigma_{cw} - \mu \sigma_{tp}} \quad (2)$$

下縁維、(b)式と(d)式との関係より

$$\nu' y_b A_c = \frac{M_T}{\mu \sigma_{cp} - \sigma_{tw}} \quad (3)$$

ここに、

σ_{tp} = プレストレス導入時の上縁維引張応力（一般には0値が望ましい）、 kg/cm^2

σ_{cp} = プレストレス導入時の下縁維圧縮応力度(コンクリート極強度の1/3の値以下),
kg/cm²

σ_{cw} = 設計荷重作用時の上縁維圧縮応力度
(コンクリート極強度の1/3の値以下),
kg/cm²

σ_{tw} = 設計荷重作用時の下縁維引張応力度
(一般には0値が望ましい), kg/cm²

P = 全鋼線の導入プレストレス(導入直後の値), kg

e = P S コンクリート梁断面の図心に対する全鋼線図心の偏心距離, cm

P_e = 全鋼線の有効プレストレス, kg

M_T = 全設計曲げモーメント, kgcm

μ = 鋼線の有効プレストレスと導入プレストレスとの比, すなわち $\frac{P_e}{P}$

ν, ν' = 上、下縁維応力度位置よりコンクリート応力分布図図心までの距離係数⁽¹⁾, すなわち $n/(2n+1)$, n = 放物線応力度曲線次数, 図心軸上側は1.5次放物線, 図心軸下側は5次放物線, 0.357及び0.454

3 導入プレストレスPの偏心量の決定

図-1の点mは上下鋼線断面の図心とする。プレストレス導入時上縁応力度は引張応力度が許されないことが望ましいので、(a)式より

$$\frac{P}{A_c} - \frac{P_e}{\nu y_t A_c} = 0 \quad \therefore e = \nu y_t \quad (4)$$

4 全設計曲げモーメントに対する応力度

鋼線断面積を決定する前に全設計曲げモーメントによる縁維応力度を照査し、もし断面要素の値が不足する場合は断面寸法を変化させる必要がある。

上縁維、(a)式と(c)式において一般に σ_{cp} は0として設計されるので

$$\frac{M_T}{\nu y_t A_c} \leq \sigma_{cw} \quad (5)$$

下縁維、(b)と(d)式において一般に σ_{tw} は0として設計されることが望ましいので

$$\frac{M_T}{\mu \nu' y_b A_c} \leq \sigma_{cp} \quad (6)$$

5 鋼線断面積の決定

全設計曲げモーメント M_T とプレストレス P

とが作用するとき、一般に下縁維には引張応力が生じてはいけないので、(d)式より

$$\frac{P_e}{A_c} + \frac{P_e}{\nu y_b A_c} - \frac{M_T}{\nu y_b A_c} = 0$$

$$P_e = \frac{M_T}{\nu' y_b (1 + \frac{e}{\nu y_b})}$$

P S コンクリート断面は全断面圧縮応力中にあり、この場合コンクリートの乾燥収縮、クリープによるプレストレスの減少量は15%程度とされているから、導入時の P は

$$P = \frac{M_T}{0.85 \left\{ \nu' y_b \left(1 + \frac{e}{\nu y_b} \right) \right\}} \quad (7)$$

故に、鋼線断面積は

$$As + A'_s = \frac{P}{\sigma_{sp}} \quad (8)$$

ここに、

σ_{sp} = 鋼線のプレストレス導入時の許容引張応力度, kg/cm²

6 Pだけによる下縁維応力度

プレストレスを解放した直後の下縁維応力度は(b)式より

$$\frac{P}{A_c} + \frac{P_e}{\nu y_t A_c} \leq \sigma_{cp} \quad (9)$$

但し、(9)式の左辺値は σ_{cp} より大きい値となることがあるが、梁自重の作用により許容圧縮応力度以下となればよい。

7 プレストレスと梁自重並びに全設計曲げモーメントによる部材応力度の合成

前項にて説明したように常に上、下縁維応力度は各荷重状態条件下許容応力度以下であれば、梁の取扱い、乾燥、温度変化などに対して安全であると考えられる。すなわち

梁自重による場合;

上縁維応力度、

$$\frac{P}{A_c} + \frac{P_e}{\nu y_t A_c} + \frac{M_{D1}}{\nu y_t A_c} \geq \sigma_{tp} \quad (10), (a)$$

下縁維応力度;

$$\frac{P}{A_c} + \frac{P_e}{\nu y_b A_c} - \frac{M_{D1}}{\nu y_b A_c} \leq \sigma_{cp} \quad (10), (b)$$

ここに、

M_{D1} = 梁自重による最大曲げモーメント,
kgcm

有効プレストレスと全設計曲げモーメントの働く場合:

上縁維応力、

$$\frac{P_e}{A_c} + \frac{P_{ee}}{\nu y_t A_c} + \frac{M_T}{\nu y_t A_c} \leq \sigma_{cw} \quad (10), (c)$$

下縁維応力度、

$$\frac{P_e}{A_c} + \frac{P_{ee}}{\nu y_b A_c} - \frac{M_T}{\nu' y_b A_c} \geq \sigma_{tw} \quad (10), (d)$$

8 近似計算法に対する補正

(1) プレストレス導入直後のコンクリートの弾性歪に対する補正

P を解放後、付着力のためコンクリートに生ずる弾性歪によつて P が減少する。すなわち、弾性歪 ϵ_c 及びそれによる応力度 σ_s は

$$\epsilon_c = \frac{P}{A_c E_c}, \quad \sigma_s = \frac{E_s P}{E_c A_c} \quad (11)$$

この(11)式の σ_s だけプレストレスに増加した応力度で緊張すればよいことになる。

(2) 設計荷重作用時の有効プレストレスによる合成応力度の補正

設計荷重が作用したときの部材断面におこっている応力度を計算するのであるが、コンクリートのクリープ及び乾燥収縮、鋼材のクリープによる有効プレストレスの変化に対する合成応力度の補正をしなければならない。すなわち上側の鋼線 A_s' は短くなり従つてその応力度は小さくなるが、下側の鋼線 A_s は長くなりそのプレストレスは大となる。

この場合、この鋼線応力度の変化は

$$\text{上縁部}, - \frac{E_s}{E_c} \left(\frac{P_{ee}}{\nu y_t A_c} - \frac{M_T}{\nu y_t A_c} \right) \quad (12)$$

$$\text{下縁部}, + \frac{E_s}{E_c} \left(\frac{P_{ee}}{\nu y_b A_c} - \frac{M_T}{\nu y_b A_c} \right)$$

ここに、

y_t, y_b = 図心軸より上縁側及び下縁側鋼線図心までの距離、cm.

(12)式にて求められる鋼線応力度は長期有効率0.85を加味した緊張応力度と比較し、これを A_s 及び A_s' に応ずる鋼線引張及び圧縮応力度の変化とし、この変化に対してコンクリート応力度の変化を求め、コンクリート縁維応力度としての補正をして許容応力度と比較すればよい。

(3) 等価断面の照査計算

以上の計算においてはコンクリート断面のみについて考察したもので、鋼線断面積を考慮に入れた等価断面について計算することが理論的である。この場合は著者の報文⁽²⁾の考察により

$$A_i = A_c + r_a (A_s + A'_s) \quad (13)$$

$$y_t = \frac{A_c y_t + r_a (A_s d + A'_s d')} {A_c + r_a (A_s + A'_s)} \quad (14)$$

$$y_b = h - y_t$$

ここに、

A_i = 梁断面の等価断面積、cm²

$r_a = \frac{\sigma_s}{\sigma_c}$, σ_s = 鋼線の許容引張応力度 σ_c = コ

ンクリートの許容圧縮応力度、kg/cm²

y = コンクリート全断面の図心より上縁維応力度までの距離、cm.

y_t, y_b = 等価断面の図心より上、下縁維応力度までの距離、cm.

d, d' = 上縁維応力度位置より A_s, A'_s の図心までの距離、cm.

以上の値を求めた後、 P の偏心量の決定、全設計曲げモーメントに対する上、下縁維応力度の計算をして近似計算法と比較しその安全度を照査してみればよい。

9 搾み計算

活荷重曲げモーメント M_L を受ける場合、 M_L を等分布荷重による、 $w l^2 / 8$ とし一般式 $\delta = 5 w l^4 / 384 E_c I_e$ に M_L の値を代入すると、撲み δ 、cm は

$$\delta = \frac{5}{48} \frac{M_L l^2}{E_c I_e} \quad (15)$$

ここに

$$I_e = I_c + r_a \{ A_s (d - y_t)^2 + A'_s (y_t - d')^2 \}, \text{cm}^4$$

I_c = 図心軸に関するコンクリート断面の2次モーメント、cm⁴

以上その他、プレストレス（上方に凸の作用）、自重及び死荷重の場合については $\delta = P_e l^2 / 8 E_c I_e$, $\delta = 5 w_{d1} l^4 / 384 E_c I_e$ 及び $\delta = 5 w_{d2} l^4 / 384 E_c I_e$, ここに w_{d1} = 梁自重、kg/lin, m., w_{d2} = 死荷重、kg/lin, m., にて計算すればよい。そして実際に数値計算をするとこれらの δ はみな安全側の値となる。

10 亀裂発生時の曲げモーメントの計算

亀裂発生曲げモーメントを計算して、亀裂発

生に対する安全率を求める必要がある。下縁維に生ずる引張応力度がコンクリートの曲げ引張応力度 σ_{ct} に等しくなつたときに亀裂を発生するのであるから、この場合亀裂曲げモーメント M_{cr} の式は

$$M_{cr} = M_T + \sigma_{ct} \nu' y_b A_c \quad (16)$$

この M_{cr} に対する M_T 及び M_L に対する安全率は M_{cr}/M_T 及び $(M_{cr}-M_D)/M_L$ 、ここに $M_D=M_{D1}+M_{D2}$ にて M_{D2} は梁の死荷重曲げモーメントである。

11 破壊曲げモーメントの計算

破壊曲げモーメントも計算して安全率を求める必要がある。破壊の場合は鉄筋コンクリートの場合と同様引張側のコンクリート応力度は無視し、プレストレスの影響は入れないので最初の緊張応力度に相当する歪はこれを無視できるので、鉄筋コンクリート梁の場合の塑性理論による破壊曲げモーメントの計算と同様になる。この場合著者の式⁽¹⁾は猪股氏の報文⁽²⁾に示すものと比較するとき、図-2の如く P が0.6%をこえても実験値に対しよくあてはまることがわかる。

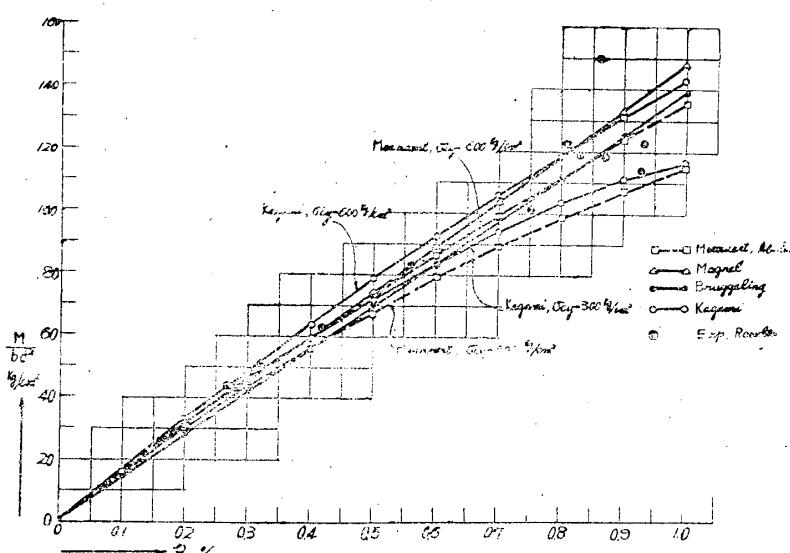


図-2 各式による P に対する M/bd^2 の比較

故に次式を用いてよいと考えられる。

(1) 中立軸が突縁中にある場合

$$M_u = bd^2 \sigma_{cy} \left(\frac{P\gamma_y}{\alpha + \beta p\gamma_y} \right) \quad (17)$$

(2) 中立軸が腹部中にある場合

$$M_u = bd^2 \sigma_{cy} P\gamma_y j \quad (18)$$

ここに、

$$j = 1 - \frac{\phi}{2}, \quad \phi = \frac{t}{d}$$

2	β	$P\gamma_y$
0.982	0.725	0~0.45
0.702	1.32	0.45以上

破壊に対する安全率が不足であることが明かになつた場合には引張側の鋼線断面積を増加させる必要があり、緊張しないで引張側に配置しておけばよい。

12 斜張応力度の計算

亀裂の発生していない一定の梁高の場合は鉄筋コンクリート梁の引張応力側のコンクリート

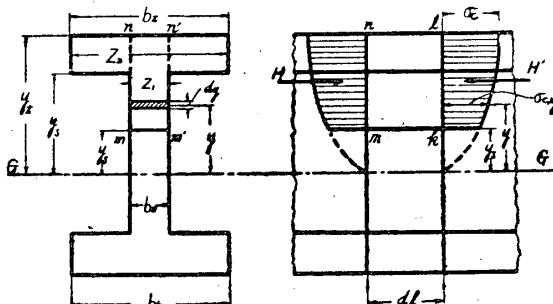


図-3 梁の任意断面におけるせん断応力度関係

引張応力度を無視する仮定の場合と異なり、外力によるせん断応力度は図心軸以下のコンクリートにも曲げ応力度が働くので、コンクリートの応力分布は圧縮、引張応力度により応力分布放物線次数が異なるのみで、ほぼ相似的せん断応力分布⁽⁹⁾を示すものと考えられるので、いま圧縮側のみの一般関係を求めてみることにする。

図-3中の σ_{cy} は $\sigma_c (y/y_t)^{\frac{1}{n}}$ である

らわされる。故にm-k線以上の部分について考えると

$$H = \int_{y_s}^{y_t} \sigma_{cy} Z dy = \frac{\sigma_c}{y_t^n} \int_{y_s}^{y_t} y^{\frac{1}{n}} Z dy$$

しかるに $\sigma_c = M / \nu y_t A_c$ であるから

$$H = -\frac{M}{\nu y_t^{\mu} A_c} \int_{y_s}^{y_t} Z y^n dy$$

同様に

$$H' = -\frac{M'}{\nu y_t^{\mu} A_c} \int_{y_s}^{y_t} Z y^n dy$$

$$T = \frac{dM}{\nu y_t^{\mu} A_c} \int_{y_s}^{y_t} Z y^n dy, dM = M' - M, T = H' - H$$

また、 $T = \tau_{ey_s} b dz, dM/dz = S$ であるから

$$\tau_{ey_s} = \frac{S}{\nu y_t^{\mu} A_c b} \left(\int_{y_s}^{y_s'} z_1 y_a^{\frac{1}{\mu}} dy + \int_{y_s'}^{y_t} z_2 y_a^{\frac{1}{\mu}} dy \right)$$

故に

$$\tau_{ey_s} = \frac{\mu S}{\nu y_t^{\mu} A_c b} \left\{ z_1 \left(y_s^{\frac{1}{\mu}} - y_s'^{\frac{1}{\mu}} \right) + z_2 \left(y_t^{\frac{1}{\mu}} - y_s'^{\frac{1}{\mu}} \right) \right\} \quad (19)$$

ここに $\mu = n/(n+1)$

そして y_s' の位置においては異なる2値となり

$$\begin{aligned} \tau_{ey_s'} &= \frac{\mu S}{\nu y_t^{\mu} A_c} \left(y_t^{\frac{1}{\mu}} - y_s'^{\frac{1}{\mu}} \right) \\ \tau_{ey_s'} &= \frac{\mu S}{\nu y_t^{\mu} A_c b_0} \left\{ b_0 \left(y_t^{\frac{1}{\mu}} - y_s'^{\frac{1}{\mu}} \right) \right\} \end{aligned} \quad (19)'$$

図心軸の位置においては

$$\begin{aligned} \tau_{ey_{so}} &= \frac{\mu S}{\nu y_t^{\mu} A_c b_0} \left\{ b_0 y_s'^{\frac{1}{\mu}} + b_t \left(y_t^{\frac{1}{\mu}} - y_s'^{\frac{1}{\mu}} \right) \right\} \\ &= \left(y_t^{\frac{1}{\mu}} - y_s'^{\frac{1}{\mu}} \right) \end{aligned} \quad (19)''$$

もし突縁中の端部を無視するときは、梁巾一定の場合となり

$$\tau_{ey_s} = \frac{\mu S}{\nu A_c} \frac{y_s'^{\frac{1}{\mu}}}{y_t^{\frac{1}{\mu}}} \quad (20)$$

図心軸においては

$$\tau_{ey_{so}} = \frac{\mu S}{\nu A_c} \quad (20)'$$

プレストレスによる場合のせん断応力度、いわゆる第2次せん断応力度⁽⁹⁾は図-4の関係より求められる。

$\Delta T = \Delta \sigma_b (A_s) =$ 図心軸から e_0 の距離にある歯着された鋼線により誘起される加力、kg

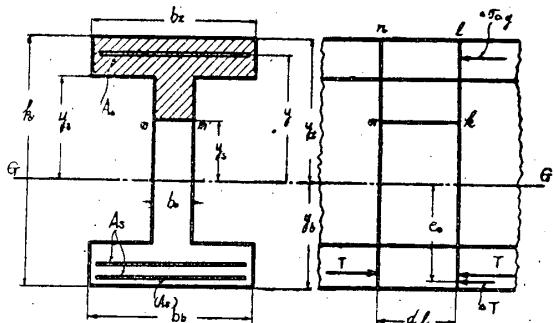


図-4 プレストレスのずれ配置により誘起されるせん断応力図の関係

ここに

$(A_s) =$ 図-4 の A_s 中の離心黒部の鋼線面積 cm²

$\Delta \sigma_b =$ 有効プレストレス、kg/cm²

部材の任意左、右断面間のコンクリート総応力度の差は

$$\Delta \sigma_{cy} = \frac{\Delta T}{A_c} - \frac{\Delta T e_0}{\nu y A_c}$$

図心軸より y_s の距離にある水平断面のせん断応力度は $\Delta \sigma_{cy}$ の積分値に等しい。

故に、

$$\begin{aligned} \tau_{py_s b_0 dz} &= \int_{y_s}^{y_t} \Delta \sigma_{cy} dA_c = \frac{\Delta T}{A_c} \int_{y_s}^{y_t} dz dA_c \\ &= \frac{\Delta T e_0}{\nu A_c} \int_{y_s}^{y_t} \frac{1}{y} dz dA_c \end{aligned}$$

$$\therefore \tau_{py_s} = \frac{\Delta T}{b_0 dz A_c} [A_c^{(c)} - \frac{e_0}{\nu} \{b_0 (\log y_s' - \log y_s) + b_t (\log y_t - \log y_s')\}] \quad (21)$$

もし $b_0 = b_t$ とすると

$$\tau_{py_s} = \frac{\Delta T}{dz A_c} \left\{ y_t - \frac{e_0}{\nu} (\log y_t - \log y_s) \right\} \quad (21)'$$

ここに、

$A_c^{(c)} = y_t b_0 =$ せん断応力度を考える位置より
上のコンクリートの面積、cm²

この場合 y_s における純せん断応力度は次式にて示される。

$$\tau_{ys} = \tau_{ey_s} - \tau_{py_s} \quad (22)$$

(22) 式の計算に当つては、略値としては(20)及び(21)'を用いてもよい程度と考えられるが、第2次せん断応力度は一般には計算に加味していない。

亀裂発生後のせん断応力度は鉄筋コンクリート⁽¹⁰⁾の場合と同様と考えられるから

$$\tau_{ys} = \frac{S(y_t^{\frac{1}{\mu}} - y_s^{\frac{1}{\mu}})}{b_0 y_t^{\frac{1}{\mu}}(d - \nu y_t)} \quad (23)$$

図心軸の位置における τ は $y_s = 0$ となるから

$$\tau = \frac{S}{b_0(d - \nu kd)} = \frac{S}{b_0jd} \quad (23)'$$

コンクリート断面の図心よりある距離にある点に働いている斜張応力度 σ_1 は、水平圧縮応力度中に働いているので次式により計算される。

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_y}{2} - \sqrt{\frac{\sigma_y^2}{4} + \tau^2} \quad (24)$$

ここに、

τ 一般には(22), (20)'式の値, kg/cm²

σ_y を考えている点に働いている有効プレストレスと荷重による曲げ応力度の和、すなわち2, (c)あるいは(d)式に準ずる式で

$$\text{図心より上側 } \sigma_y = \frac{P_e}{A_c} - \frac{P_{ee}}{\nu y A_c} + \frac{M_T}{\nu y A_c}$$

$$\text{図心より下側 } \sigma_y = \frac{P_e}{A_c} + \frac{P_{ee}}{\nu y A_c} - \frac{M_T}{\nu' y A_c}$$

但し、プレストレスコンクリート梁は鉄筋コンクリート梁と異なり、斜張応力度 σ_1 は割合に小さい値となる。そして斜張応力度を少くするために腹部の厚さを比較的薄くすることにある。

13 付着応力度の計算

プレストレスコンクリート梁における最大付着応力度はせん断力の最大となる断面におけるのは当然であるが、鋼線による緊張力が梁の両端の長さに亘るくさび作用による碇着力とコンクリートに対する付着力との和に釣合わねばならない。鉄筋コンクリートの鉤端と異なり、くさび作用が鋼線径の80倍程度の有効伝達区間があるとされ、緊張力解放後数週間程度くさび作用が上昇するものといわれ、鋼線を通してのプレストレスの伝達が梁のコンクリートに徐進するので、鋼線の緊張力解放方法に注意しないと突縁との界附近の腹部中に亀裂が水平状に入り、梁全長に亘り進展する傾向がある。ドイツの示方書では破壊荷重に対して緊張力が端碇着を含む付着応力度に等しくなければならないとされている。またHoyerも以上の主旨にもとづ

く碇着長の式を提案している。

一般に破壊状態においては付着応力度は鉄筋コンクリートの場合と同様次式⁽¹⁾で計算してよいと考えられる。

$$\tau_0 = \frac{S}{u(d - \nu kd)} = \frac{S}{ujd} \quad (25)$$

ここに u =鋼筋断面周長の総和, cm

計算例; ~

プレテンション梁の設計計算において次の項目が与えられたとする。

径間15m, $M_L=21$ t.m., $V_L=8.1$ t, $\sigma_{ea}=\sigma_{ep}=\sigma_w=150$ kg/cm², $\sigma_{tw}=0$, $\sigma_{tp}=0$, $\sigma_{cy}=500$ kg/cm², 亀裂荷重の場合のコンクリートの曲げ引張応力度 $\sigma_{cbt}=60$ kg/cm², $\tau_{tp}=7$ kg/cm², 破壊荷重に対する許容せん断応力度=18kg/cm², $\sigma_{sy}=16500$ kg/cm², 鋼線の最初の緊張応力度=11000kg/cm², コンクリートの乾燥収縮, クリープによるプレストレスの減少量15%とし、鋼線径は5mmのものとする。

1. プレテンション梁の図心位置

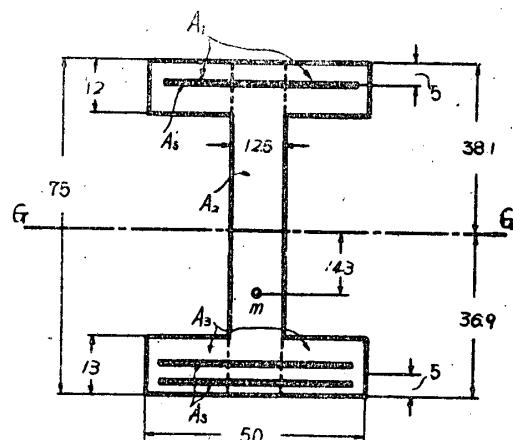


図-5 題意の断面関係図

$$A_1 = 450 \text{cm}^2, \quad A_1 \times 6 = 2700 \text{cm}^2$$

$$A_2 = 938 \text{cm}^2, \quad A_2 \times 37.5 = 35200 \text{cm}^2$$

$$A_3 = 487 \text{cm}^2, \quad A_3 \times 68.5 = 33400 \text{cm}^2$$

$$A_c = 1875 \text{cm}^2, \quad \Sigma \text{Stat.M} = 71300 \text{cm}^3$$

(1)式より

$$y_t = 38.1 \text{cm}, \quad y_b = 36.9 \text{cm}$$

2. プレテンション梁の断面決定

部材位置 荷重状態	上縁維		下縁維	
	引張	$\sigma_{tp}=0$	引張	$\sigma_{cp}=150\text{kg/cm}^2$
P導入時	圧縮			$\sigma_{tw}=0$
	引張			$\sigma_{cw}=150\text{kg/cm}^2$
	圧縮			$\tau_{tp}=7, \tau_{tp,max}=18\text{kg/cm}^2$
設計荷重作用時	斜張			

梁1本当たりの曲げモーメントの計算:

$M_{D1}=12.67t\cdot m.$

$M_{D2}=5.07t\cdot m.$

$M_L=21.0t\cdot m.$

$M_T=38.74t\cdot m.$

梁所要断面要素:

(2)式により、

上縁、 $\nu y_t A_c = 3874000/150 = 25850\text{cm}^3$

下縁、 $\nu' y_b A_c = 3874000/0.85 \times 150 = 30400\text{cm}^3$

しかるに図-5の仮定断面より

$\nu y_t A_c = 0.375 \times 38.1 \times 1875 = 26800\text{cm}^3 > 25850\text{cm}^3$

$\nu' y_b A_c = 0.454 \times 36.9 \times 1875 = 31400\text{cm}^3 > 30400\text{cm}^3$

3 導入プレストレスPの偏心量の決定

(4)式より、 $e=0.375 \times 38.1 = 14.3\text{cm}$

4 全設計曲げモーメントに対する応力度

(5)式により、上縁、 $3874000/0.375 \times 38.1 \times 1875 = 144.5 < 150\text{kg/cm}^2$

(6)式により、下縁、 $3874000/0.85 \times 0.454 \times 36.9 \times 1875 = 145.2 < 150\text{kg/cm}^2$

5 鋼線断面積の決定

(7)式により

$P = 3874000/[0.85 \{0.454 \times 36.9 (1 + 14.3/0.375 \times 36.9)\}] = 133600\text{kg}$

(8)式により

$A_s + A'_s = 133600/11000 = 12.14\text{cm}^2$

この場合、 $5\text{mm}\phi$ 鋼線(0.196cm^2)を使用するので、鋼線量は A_s, A'_s の図心距離65cmをm点に対して逆比に按分すればよい。すなわち

$A'_s = 12.14 \times 17.6/65 = 329\text{cm}^2 \sim 17\text{本},$

5 mm. ϕ

$A_s = 12.14 \times 47.4/65 = 8.87\text{cm}^2 \sim 46\text{本}$

(2本撲23本)

6 Pだけによる下縁維応力度

(9)式により、

$133600/1875 + 133600 \times 14.3/0.375 \times 36.9 \times 1875 = 144.8 < 150\text{kg/cm}^2$

7 プレストレスと梁自重並びに全曲げモーメントによる部材応力度の合成

 M_{D1} は $12.67t\cdot m$ であるから、これによる維応力度は(10)式左辺の第3項により

上縁維、 $1267000/0.375 \times 38.1 \times 1875 = 47.2\text{kg/cm}^2$ (圧縮応力度)

下縁維、 $1267000/0.454 \times 36.9 \times 1875 = 40.3\text{kg/cm}^2$ (引張応力度)

Pだけ作用の場合 (曲げモーメント=0)	Pと梁自重による曲げモーメントのみの場合	Pと全設計曲げモーメントの場合
-------------------------	----------------------	-----------------

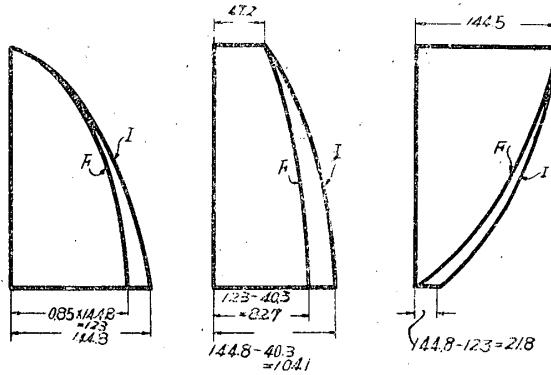


図-6 梁断面の部材応力度の分布と合成

図中、I = Pを解放した直後の応力分布

F = コンクリートの乾燥収縮及びクリープの終った後の応力分布

8 近似計算法に対する補正

(1) プレストレス導入直後のコンクリート弾性歪に対する補正

(11)式による応力度だけ、プレストレス導入時の応力度に増加したもので緊張すればよい。すなわち

$\sigma_s = (1960000/325000)(133600/1875) = 429\text{kg/cm}^2$

(2) 設計荷重作用時の有効プレストレスによる合成応力度の補正

解放直後のP 133.6tは次第に減少して $0.85 \times$

$133.6 = 113.5t$ とする。これは鋼線応力度が $0.85 \times 11000 = 9350 \text{ kg/cm}^2$ のままで変化がないものとしたときである。しかるに(12)式に示す値の変化があるので

$$\begin{aligned} \text{上縁, } -\frac{196000}{325000} \left(\frac{113500 \times 14.3}{0.375 \times 33.1 \times 1875} \right. \\ \left. - \frac{3874000}{0.375 \times 33.1 \times 1875} \right) = 586 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{下縁, } -\frac{196000}{325000} \left(\frac{113500 \times 14.3}{0.375 \times 31.9 \times 1875} \right. \\ \left. - \frac{3874000}{0.454 \times 31.9 \times 1875} \right) = -440 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

この応力度の変化の 9350 kg/cm^2 に対する % は

$$(586/9350) \times 100 = 6.28\%$$

$$(440/9350) \times 100 = 4.71\%$$

鋼線 A'_s , A_s に対するプレストレスの変化は

$$A'_s : 3.29 \times 586 = 1930 \text{ kg} \quad (\text{鋼線に圧縮応力度})$$

$$A_s : 8.87 \times 440 = 3900 \text{ kg} \quad (\text{鋼線に引張応力度})$$

以上の鋼線に対するプレストレスの変化は、コンクリート断面には図-7の如き作用となり、コンクリートの上、下縁維応力度には次式の計算結果の応力度の変化となる。

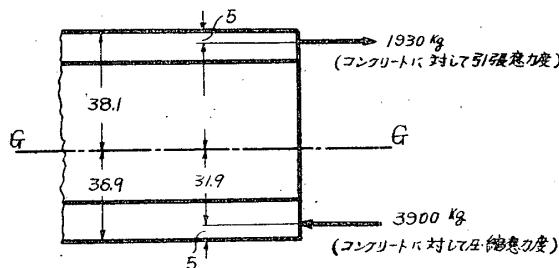


図-7 プレストレス変化の結果

$$\text{上縁維, } \frac{3900 - 1930}{1875} = -7.23 \text{ kg/cm}^2$$

$$\frac{3900 \times 31.9 + 1930 \times 33.1}{0.375 \times 33.1 \times 1875} = -7.23 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{下縁維, } \frac{3900 - 1930}{1875} +$$

$$\frac{3900 \times 31.9 + 1930 \times 33.1}{0.454 \times 31.9 \times 1875} = 8.14 \text{ kg/cm}^2$$

結局の縁維応力度は

$$\text{上縁, } 144.5 - 7.23 = 137.3 \text{ kg/cm}^2$$

(圧縮応力度)

$$\text{下縁, } 8.14 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{圧縮応力度})$$

(3) 等価断面の照査計算

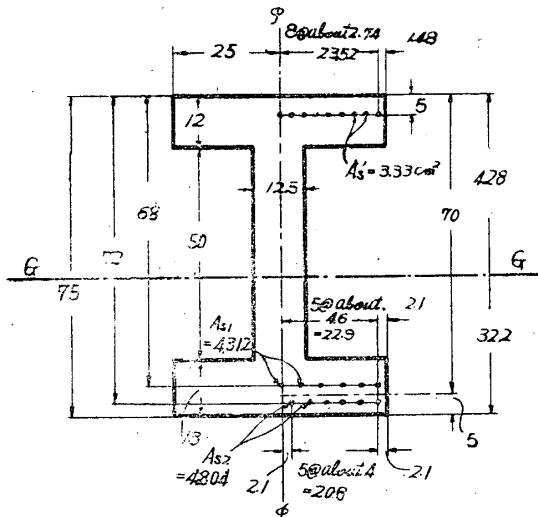


図-8 断面寸法及び鋼線配置図

$$r_a = 11000/150 = 73.3$$

(13), (14)式より

$$A_i = 1875 + 73.3 \times 12.45 = 2787 \text{ cm}^2$$

$$y_t = (71200 + 73.3 \times 655.8) / 2787 = 42.8 \text{ cm}$$

$$y_b = 75 - 42.8 = 32.2 \text{ cm}$$

$$\text{そして, } e = 0.375 \times 42.8 = 16.1 \text{ cm}$$

$$\text{上縁維応力度, } 3874000 / 0.375 \times 42.8 \times 2787$$

$$= 86.6 \text{ for } 144.5 < 150 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{下縁維応力度, } 3874000 / 0.454 \times 322 \times 2787$$

$$= 95.0 \text{ for } 123.3 < 150 \text{ kg/cm}^2$$

断面要素としては

$$\text{上縁維, } 0.375 \times 42.8 \times 2787 = 44800 \text{ cm}^3$$

$$> 2580 \text{ cm}^3$$

$$\text{下縁維, } 0.454 \times 322 \times 2787 = 40750 \text{ cm}^3$$

$$> 30400 \text{ cm}^3$$

9 振み計算

(15)式により計算する。この場合の I_e 値は

$$I_e = 1710000 + 849000 = 2560000 \text{ m}^4$$

$$\delta = \frac{5}{48} \times \frac{2100000 \times 1500^2}{325000 \times 2560000} = 0.592 \text{ cm}$$

$$< \frac{1}{1000}$$

10 亀裂発生時の曲げモーメントの計算

(16)式により、

$$M_{cr} = 3874000 + 60 \times 0.454 \times 36.9 \times 1875$$

$$= 5759000 \text{ kg.cm.}$$

$$\text{亀裂に対する安全率 } 57.59 / 38.74 = 1.49$$

活荷重に対する亀裂発生安全率、 $(57.59 - 17.74) / 21.0 = 1.90$

11 破壊曲げモーメントの計算

この場合、 $A_s = 8.87 \text{ cm}^2$, $bd^2 = 245000 \text{ cm}^3$, $p = 0.00253$, $r_y = 16500 / 500 = 33$, $pr_y = 0.0836$, $k = pr_y / \mu = 0.0836 / 0.834 = 0.100$, $x = kd = 7 \text{ cm} < 12 \text{ cm}$, 中立軸が突縁中にあることとなるので(17)式により、

$$\begin{aligned} M_u &= 245000 \times 500 (0.0836 / 0.982 \times 0.725 \times \\ &\quad 0.0836) = 9810000 \text{ kg.cm} \\ \text{全荷重に対する安全率, } &98.1 / 38.74 = 2.53 \\ \text{活荷重に対する安全率, } &(98.1 - 17.74) / 21.0 \\ &= 3.83 \end{aligned}$$

12 斜張応力度の計算

この場合は第2次せん断応力度は計算に加味しないこととし、外力による図心軸におけるせん断応力度は(20)'式により、

$$\begin{aligned} \tau_{eyso} &= (0.600 / 0.375) / (8100 / 1875) \\ &= 6.91 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

比較のため亀裂の発生した場合の図心軸におけるせん断応力度は(23)'式により、

$$\begin{aligned} \tau &= 8100 / \{12.5(75 - 0.454 \times 7.0)\} = \\ &= 13.2 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

いま、せん断力 S の最大である支点の図心における斜張応力度を計算することとし、(24)式より求めると図心の場合であるから $y = 0$ となり

$$\sigma_y = (0.85 \times 13360) / 1875 = 60.5 \text{ kg/cm}^2$$

故に、

$$\sigma_1 = \frac{60.5}{2} - \sqrt{\frac{60.5^2}{4} + 6.91^2} = -0.7 \text{ kg/cm}^2$$

13 付着応力度の計算

亀裂発生後の付着応力度の照査として、(25)式により

全せん断力による場合、 $S_T = 11470 \text{ kg}$ にて

$$\tau_0 = 11470 / (1.57 \times 46 \times 66.8) = 2.38 \text{ kg/cm}^2$$

もし、 S_L のみの場合であると

$$\tau_0 = 8100 / (1.57 \times 46 \times 66.8) = 1.68 \text{ kg/cm}^2$$

結 言

プレテンション梁の設計に対して放物線応力分布を採用した設計式を述べたのであるが、理論的には直線応力分布の公式より一層合理的であるとともにその計算式は簡単であるといえるので、本設計計算法を提案する次第である。

終りに御高覧を賜わつた京都大学村山朔郎、岡田清両先生に厚く感謝の意を表する次第である。

参 考 文 献

- ① 著者「鉄筋コンクリート梁の破壊強度並びに許容設計に関する研究」土木学会論文集第19号、1954
- ② 著者「鉄筋コンクリート部材において偏心軸方向力を受ける場合の応力度並びに許容設計に関する研究」土木学会、投稿中、1954 5月
- ③ 仁杉巖「鋼弦コンクリート桁の設計法に関する実験的研究」土木学会論文集第7号、1950
- ④ 猪股俊司「プレストレストコンクリート桁に関する研究」土木学会論文集第17号、1953
- ⑤ 佐伯俊一、「プレストレストコンクリート桁の設計実例とその解説」土木技術、第9巻1, 2, 3, 4, 5号、1954
- ⑥ 猪股俊司「プレストレストコンクリート」日本セメント技術協会、パンフレット
- ⑦ 土木学会「プレストレストコンクリートと構造力学」1953
- ⑧ 上村義夫「プレストレスコンクリートの性質、設計及び施工法」1954
- ⑨ K. Billing, 「Prestressed Concrete」, 1952
- ⑩ A. E. Komendant, 「Prestressed Concrete Structures」, 1952
- ⑪ 木村恵雄「プレストレストコンクリートはり断面設計について」日本セメント技術協会誌第1号1954
- ⑫ 猪股俊司「プレストレスコンクリート国際会議に出席して」土木学会誌第39巻第5号1954