二重管内の自由對流による熱傳達の近似解

村　川　勝　彌

I 緒　言

密閉垂直ならびに水平二重管内の自由対流による熱伝達を一般的に解くことは、未だ研究されていない様であつて、著者の発表[1]したごとく極めて複雑で手数を要するので、ここでは管壁温度一定の場合について略算用の簡単な近似解を実験[2]の助けをかりて求める。

II 温度分布tの近似解

無次元化するために

$x=(r-r_1)/(r_2-r_1)$, $z=Z/L$, $t=(T-\theta_0)/\theta_0$,

θ_0＝室温℃,　とおけば　エネルギー式と境界条件とは、それぞれ次のようになる。

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}+\frac{1}{x+\frac{r_1}{r_2-r_1}}\cdot\frac{\partial t}{\partial x}=\frac{w(x)}{a}\cdot\frac{(r_2-r_1)^2}{L}\cdot\frac{\partial t}{\partial z} \tag{1}$$

$$(t)_{x=0}=(\theta w_1-\theta_0)/\theta_0 \tag{2}$$

$$(t)_{x=1}=(\theta w_2-\theta_0)/\theta_0 \tag{3}$$

$$t=(\theta w_1-\theta w_2)/\theta_0\cdot(1-x-u)+(\theta w_2-\theta_0)/\theta_0 \tag{4}$$

とおけば次のように書きかえられる。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{1}{x+\frac{r_1}{r_2-r_1}}\cdot\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{x+\frac{r_1}{r_2-r_1}}=f(x)\cdot\frac{\partial u}{\partial z} \tag{5}$$

$$f(x)=\frac{w(x)}{a}\cdot\frac{(r_2-r_1)^2}{L} \tag{6}$$

$$(u)_{x=0}=0 \quad (7),\qquad (u)_{x=1}=0 \quad (8).$$

(5)式の左辺の第三項$\frac{1}{x+\frac{r_1}{r_2-r_1}}$を省略すれば極めて簡単に解がえられるので省略することにする。この項を省略することによつて生ずる誤差は厳密解と比べて見れば、わづかであることが分つているので、あしつかえなく、最後に修正係数（補正係数）Aを用いて修正しておくことにする。

$$u\doteqdot\sum_{n=1}^{\infty}e^{-n^2 z}\cdot y_n(x) \tag{9}$$

とおけば、(7)、(8)式は

$$y_n(0)=y_n(1)=0 \tag{10}$$

となるから

$$y_n(x)=A\cdot\{x(1-x)\}+B\cdot\{x(1-x)\}^2+C\cdot\{x(1-x)\}^3+\cdots\cdots\cdots\cdots, \tag{11}$$

とすれば、境界条件(10)を満足するから(11)式を、(5)式の第3項を省略した式に代入して係数B, C; Dn, En, … をAの函数として決定できる。ただし流速分布$w(x)$従つて$f(x)$は密閉垂直と水平とで異る。[3]

水平のときは　$\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}w(x,\theta)\cdot d\theta=f(x)$,

密閉垂直のときは　$\int_0^1 w(x,z)\cdot dz\doteqdot f(x)$.

によつて計算した$f(x)$をxの級数に展開して一般的に

$$f(x)=a_1\cdot x+a_2\cdot x^2+a_3\cdot x^3+\cdots\cdots\cdots$$

とおいて係数を決定すれば次の様になる。

$$B=A\left\{1-\frac{1}{2}\left(\frac{r_2}{r_1}-1\right)\right\},$$

$$C=A\cdot\left[\left\{2-\left(\frac{r_2}{r_1}-1\right)\right\}+\frac{1}{3}\left(\frac{r_2}{r_1}-1\right)^2\right],$$

$$Dn=A\cdot\left[-8+\frac{n^2\cdot a_1}{12}+3\cdot\frac{r_2}{r_1}-\frac{1}{4}\left(\frac{r_2}{r_1}-1\right)\left(\frac{r_2}{r_1}+1\right)-\frac{3}{4}\left(\frac{r_2}{r_1}-1\right)^2+\frac{1}{4}\left(\frac{r_2}{r_1}-1\right)^3\right],$$

$$En=A\cdot\left[\frac{n^2\cdot a_2}{20}+9-3\frac{r_2}{r_1}+\frac{1}{20}\left(\frac{r_2}{r_1}-1\right)\left(-32-\frac{n^2 a_1}{2}+12\frac{r_2}{r_1}\right)+\frac{1}{20}\left(\frac{r_2}{r_1}-1\right)^2\left(15+3\frac{r_2}{r_1}\right)-\frac{7}{20}\left(\frac{r_2}{r_1}-1\right)^3-\frac{3}{20}\left(\frac{r_2}{r_1}-1\right)^4\right],\quad\cdots\cdots\cdots\cdots,$$

故に(11), (9), (4)式から温度分布tが求まる。

III 熱傳達

内管側のNusselt数Nu_1を求めれば

$$Nu_1=\frac{\alpha_1\cdot(r_2-r_1)}{\lambda_1}=\frac{\theta w_1-\theta w_2}{\theta w_1-\theta_0}\cdot\left[1+\int_0^1\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{x=0}\cdot dz\right]=\frac{\theta w_1-\theta w_2}{\theta w_1-\theta_0}\cdot\left[1+A\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n^2}-\frac{e^{-n^2}}{n^2}\right)\right]$$

$$=\frac{\theta w_1-\theta w_2}{\theta w_1-\theta_0}\cdot[1+A\times 1\cdot 2724757] \tag{12}$$

(12)式は密閉垂直及び水平二重管内の自由対流による熱伝達に共通な形の式であるがAの形がそれぞれ異る。

Ⅳ 数値計算

Aの形を実験[4]より決定すれば密閉垂直二重管内の空気による自由対流熱伝達においては

$$1.2724757A=9.967\times10^{-20}\times(Gr_1)^2-1.3551\times10^{-9}\times Gr_1+9.988 \qquad (13)$$

水平二重管内の空気の自由対流熱伝達においては

$$A=7.779\times10^{-5}\times Gr_1+1.9654 \qquad (14)$$

となる。水平の場合の実験結果[5]は Beckmann の実験[6]とよく合うことが分つた。(12)、(13)(14)式より

密閉垂直:

$$Nu_1=\frac{\theta w_1-\theta w_2}{\theta w_1-\theta_0}\cdot\left[9.967\times10^{-20}\times(Gr_1)^2-1.3551\times10^{-9}\times Gr_1+10.988\right] \qquad (15)$$

水　平:

$$Nu_1=\frac{\theta w_1-\theta w_2}{\theta w_1-\theta_0}\cdot\left[9.898\times10^{-5}\times Gr_1+3.501\right] \qquad (16)$$

となる。

次に水平二重管内の自由対流において、$(t)_{x=0}=f_0(\theta)$, $(t)_{x=1}=f_1(\theta)$ なるときの一般理論式[7]からNusselt数の第0次近似$Nu_{1,m,o}$を求めると

$$Nu_{1,m,o}=\frac{2(r_2/r_1-1)}{\log_e r_2/r_1}\cdot\frac{\theta w_1-\theta w_2}{\theta w_1-\theta_0},$$

$$\left(\because \frac{1}{\pi}\int_0^\pi f(\theta)\cdot d\theta=\frac{\theta w-\theta_0}{\theta_0}\right).$$

となるので修正係数(補正係数)ξを導入して

Nu_1(実験)$=\xi\times Nu_{1,m,o}$(理論の第○次近似)

とおいて実験[2]によつてξを決定すれば

$$\xi=3.465\times10^{-5}\times Gr_1+1.2255$$

となる。ゆえに

$$Nu_1=\left[3.465\times10^{-5}\times Gr_1+1.2255\right]\cdot\frac{2(r_2/r_1-1)}{\log_e r_2/r_1}\cdot\frac{\theta w_1-\theta w_2}{\theta w_1-\theta_0} \qquad (17)$$

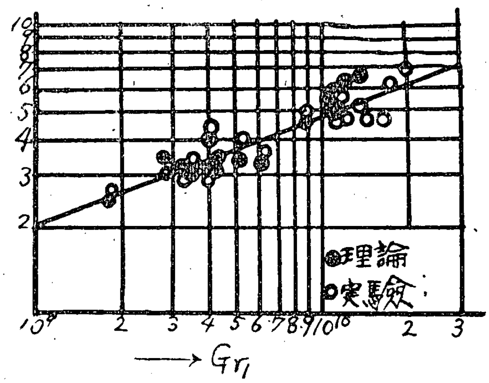
実験装置の寸法 $r_2/r_1=D_2/D_1=55^{mm}/28^{mm}=1.9642857$ を(17)式に代入すれば

$$Nu_1=\left[9.898\times10^{-5}\times Gr_1+3.501\right]\cdot\frac{\theta w_1-\theta w_2}{\theta w_1-\theta_0} \qquad (18)$$

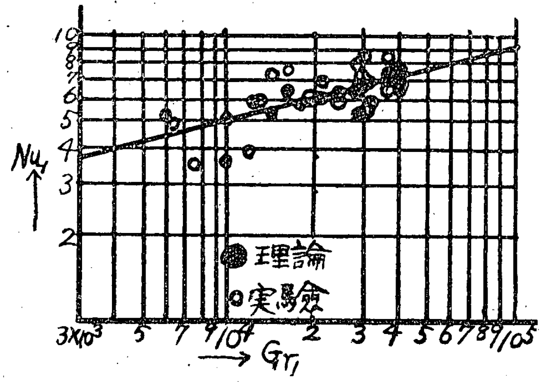
(18)式は(16)式と等しくなつた。

(15), (16)又は(18)式の関係を両対数方眼紙に

第1図　密閉垂直二重管内の空気による自由対流熱伝達



第2図　水平二重管内の空気による自由対流熱伝達



えがけば第1図及び第2図のごとくなる。ただし$(\theta w_1-\theta w_2)/(\theta w_1-\theta_0)$の値として実験値を、そのまゝ代入したので、グラフでは理論値が、ばらついている。なお実験装置、計算方法、温度に対する物理常数の取り方, Grashof数Gr_1の計算式、記号の説明等は前報[2]を参照されたし。

Ⅴ 結　言

(15), (16)又は(17), (18)式によつて極めて簡単に管壁温度θw_1, θw_2; Grashof数 Gr_1; 及び半径比r_2/r_1とNu_1との関係が示される。

なお参考のために実験値を最小二乗法によつて整理したものを第1図、第2図の直線で示せば次の形としてあたえられる。

密閉垂直:　$Nu_{1,D_1}=0\cdot000818\cdot Gr_1^{0\cdot377}$　(19)

水　平:　$Nu_{1,D_1}=0\cdot491\cdot Gr_1^{0\cdot255}$　(20)

(Beckmann: $Nu_{1,D_1}=0\cdot48\cdot Gr_1^{1/4}$)

ただし Nu_{1,D_1} は代表的長さにD_1を取るものであつて(18)式までのNu_1とは異る。

終りに臨み、終始，御懇切な御援助と御激励とを賜わり然も資材入手に御尽力いただいた松山英太郎博士に深甚なる感謝の意を表わす。実験においては普喜、吉武、武居、久保，望月の諸君の労を多とす。なお実験装置製作には機械工場の横山氏の御協力をえたことを感謝す。この研究は文部省科学研究費の一部によるものである。

参考文献

(1) 村川勝彌、日本機械学会、第29期定時総会講演会前刷(昭和27年4月、東京)及び第31期定時総会講演会前刷(昭和29年4月、東京)、日本機械学会論文集100号

(2) 村川勝彌、日本機械学会第31期定時総会講演会前刷(昭和29年4月、東京)、日本機械学会論文集100号

(3) 村川勝彌、山口大学工学部学報第4巻第1号1～3ページ(昭和28年)

(4)、村川、(2)に同じ

(5)、村川、(2)に同じ

(6) Beckmann, Forschung Heft 340～356 Bd. 2 1931. 及び M ten Bosch, 工業伝熱論 217 ページ

(7) 村川勝彌、日本機械学会第29期定時総会講演会前刷(昭和2 年4月、東京)

二重管内の不等温層流熱傳達の實験

村　川　勝　彌

I 緒　言

熱交換装置、冷却器等に二重管型式のものが用いられているが不等温層流熱伝達に関する理論的研究も実験的研究も未だ文献を見ることができないので、これらの研究を行つた。ここでは、その一部として流体加熱の場合についての実験結果を円管[1]について行われた外国の諸大家の実験結果として比較して見ることにする。

II 實験装置及び實験方法

頁数節約のために重複をさけるが著者の論文[2]に詳述してある装置を利用したので詳細は、これを参照されたし。管の材料は引抜鋼管で同心垂直二重管となつており流体は水を用いた。

III 實験値の計算法

装置の寸法　$r_1=1\cdot75$cm,　$r_2=2\cdot75$cm, $L=130$cm. Nusselt数　$Nu_1=\alpha_1\times2(r_2-r_1)/\lambda_1$　(1)

α_1=熱伝達率〔kcal/m²h°c〕,　λ_1=熱伝導率〔kcal/mh°c〕

Reynolds数　$Re=\overline{w}\times2(r_2-r_1)/\nu_1=150\sim2000$,　(2)

$\overline{w}$=平均流速〔cm/s〕,　ν_1=動粘性係数〔cm²/s〕,

$\sigma_2=\overline{w}\cdot2(r_2-r_1)/a\cdot2(r_2-r_1)/L=Pe\cdot2(r_2-r_1)/L=Re\cdot Pr\cdot2(r_2-r_1)/L$　(3)

a=温度伝播率〔cm²/s〕, Pe=ペクレー数、Pr=プラントル数、

Gz=Graetz number$=\pi/4\cdot Re\cdot Pr\cdot2(r_2-r_1)/L=\pi/4\cdot\sigma_2$　(4)

$\therefore\ \sigma_2=4/\pi\cdot Gz$　(5)

λ_1, ν_1, aは内管表面平均温度に相当する値をとりM. ten Boshの表から求めた。

IV 實験結果

引抜鋼管によつて水を加熱する場合の結果を図示すれば第1図のごとくなり、最小二乗法

第1図　二重管内の不等温層流熱伝達の実験