この分布は大略図の如し。

c は $\int_a^b dp=1$ になるようにえらぶ。

$a\to-\infty$, $b\to+\infty$ のときは

$$dp=ce^{-h(x-\bar{x})^2}dx$$

となり，Gauss 分布に一致する。

(yy) は y の二次式であるから

$$y=y_0:y_1$$

とすれば (14) において

$$\frac{(y\,y)\,(\bar{y}\,\bar{y})-(y\,\bar{y})^2}{(y\,y)\,(\bar{y}\,\bar{y})}$$

は一般に

$$\frac{\sum b_{ij}\,y_i\,y_j}{\sum a_{ij}\,y_i\,y_j}$$

となる。

これを n 次元 Projective space に拡張すれば $y_0:y_1:y_2:\cdots\cdots:y_n$ を Projective homogeneous coordinates として分布は

$$(15)\quad dp=C\exp\left(-h\left(\frac{\sum b_{ij}\,y_i\,y_j}{\sum a_{ij}\,y_i\,y_j}\right)\right)$$

$$\sqrt{\begin{vmatrix} a_{00}\cdots a_{0n} \\ \cdots\cdots \\ a_{n0}\cdots a_{nn}\end{vmatrix}}\begin{vmatrix} y_0\cdots y_n \\ dy_0\cdots dy_n \\ \cdots\cdots \\ dy_0\cdots dy_n\end{vmatrix}\frac{1}{(a_{ij}\,y_i\,y_j)^{\frac{n+1}{2}}}$$

と出来る。ここに

$$\begin{vmatrix} y_0\cdots y_n \\ dy_0\cdots dy_n \\ \cdots\cdots\cdots \\ dy_0\cdots dy_n\end{vmatrix}$$

は n 次元体積要素を表わす。

このときは b_{ij} と a_{ij} の選び方によりU字型分布或はJ字型分布にもなる。

コンクリート無限圓柱の熱應力

大　浜　文　彦

1. 序　說

コンクリート構造物では、所謂初内応力を発生し、予想外なキレツの発生をみることがしばしばある。著者は、その一主要素たる熱応力をとりあげ、コンクリート無限円柱についての解析を試みた。

今こゝに考える無限円柱は、発熱量 $H=Q_0\cdot(1-e^{-lt})$ 熱伝達率 κ，比熱 c，密度 ρ，単位一定応力による塑性変形量 $1/E\cdot B(1-e^{-\mu t})$ のコンクリートよりなるものである。断面半径は a であり、外側面は u_0 なる気温に常に保たれるものとする。

この無限円柱の内部発熱量 H による温度分布及び熱応力を、その塑性をも考慮して求めることとする。

2. 温度分布 。

今、柱の中心を座標軸の原点とし、半径 r の点の柱内部温度を u とし、打設直後 u＝0 である時刻より測つた時間を t とする。

熱伝導の基礎式は次の通りである。

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\kappa\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}\right)+F(t) \qquad (1)$$

$$\text{茲に}\ F(t)=\frac{1}{c\rho}\frac{\partial H}{\partial t}=\frac{Q_0 l}{c\rho}e^{-lt}$$

前述の仮定により境界条件式は次の通り

$$r=0\ \text{のとき}\quad \frac{\partial u}{\partial t}=0 \qquad (2)$$

$$t=0 \qquad u=0 \qquad (3)$$

$$r=a \qquad u=u_0 \qquad (4)$$

LAPLACE TRANSFORM を行い、

$$\bar{u}=p\int^{\infty}e^{-pt}u(r,t).\ dt \qquad (5)$$

これより，(1) 式において

$t\to\infty$ のとき $ue^{-pt}\to 0$

$t\to 0$ のとき $u\to 0$ を用うれば，

$$\ddot{\bar{u}}+\frac{1}{r}\dot{\bar{u}}-\frac{p}{\kappa}\bar{u}+\frac{f(p)}{\kappa}=0 \qquad (6)$$

$$\text{但し}\quad f(p)=p\int_0^{\infty}e^{-pt}F(t).\ dt$$

$$=\frac{Q_0\ lp}{c\rho(p+l)}$$

茲で $\bar{u}=w+f(p)/p$ とおけば

$$\ddot{w}+\frac{1}{r}\dot{w}-\frac{p}{\kappa}w=0$$

之をといて、

$$W=AJ_0[ir(p/\kappa)^{\frac{1}{2}}]+BY_0[ir(p/\kappa)^{\frac{1}{2}}]$$

$$\therefore \bar{u}=AJ_0[ir(p/\kappa)^{\frac{1}{2}}]+BY_0[ir(p/\kappa)^{\frac{1}{2}}]+f(p)/p$$

但し、J_0, Y_0 は第1種及び第2種 Bessel 函数

LAPLACE **逆變換**を行えば、

$$u=\frac{1}{2\pi i}\int_{Br_1}\frac{\epsilon^{pt}}{p}\left[AJ_0[ir(p/\kappa)^{\frac{1}{2}}]+BY_0[ir(p/\kappa)^{\frac{1}{2}}]+\frac{f(q)}{p}\right]dp$$

但し $\int_{Br_1}$ は Bromwich-Wagner Integral

然るにuは有限値でなければならない。

$$\therefore B=0$$

$$\therefore u=\frac{1}{2\pi}\int_{Br_1}\frac{\epsilon^{pt}}{p}dp\left[AJ_0[ir(p/\kappa)^{\frac{1}{2}}]+\frac{(p)}{p}\right]$$

式(4)より、$r=a$で $u=u_0$

而して $\frac{1}{2\pi}\int_{Br_1}\frac{\epsilon^{pt}}{p}dp=1$

$\therefore$ $u_0=AJ_0[ia(p/\kappa)^{\frac{1}{2}}]+f(p)/p$ であればよい

$$\therefore A=\frac{u_0-f(p)/p}{J_0[ia(p/\kappa)^{1/2}]} \tag{7}$$

之をuに代入して、

$$u=\frac{1}{2\pi}\int_{Br_1}\frac{\epsilon^{pt}}{p}\cdot dp\left[\frac{u_0-f(p)/p}{J_0[ia(p/\kappa)^{1/2}]}\cdot J_0[ir(p/\kappa)^{\frac{1}{2}}]+\frac{f(p)}{p}\right] \tag{8}$$

函数公式において、

$$\frac{1}{2\pi i}\int_C\frac{\varphi(z)}{z\varphi(z)}\cdot dz=\frac{\varphi(0)}{\psi(0)}+\sum_{n=1}^{\infty}\left[\varphi(\alpha_n)/\alpha_n\varphi'(\alpha_n)\right] \tag{9}$$

但し、α_nは $\varphi(z=)0$ の根

従つて、$J_0[ia(p/\kappa)^{\frac{1}{2}}]=J_0(\alpha_n)=0$ とし、α^nをその根

即ち、$\alpha_n=\mu+\frac{1}{8\mu}-\frac{4\times31}{3(8\mu)^3}+\frac{32\times3779}{15(8\mu)^5}-\frac{64\times677237}{105(8\mu)^7}+\cdots\cdots\cdots\cdots$

但し $\mu=\frac{\pi}{4}(4n-1)$ $n=1,2,3,\cdots\cdots$

とすれば、式(8)に適用して、

$$u=u_0\left[\left[1-2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{e^{-\alpha_n^2\kappa t/a^2}}{(\alpha_n J_1(\alpha_n))}J_0[\alpha_n r/a]\right]+\frac{1}{2\pi i}\int_{Br_1}\frac{e^{pt}}{p}dp\times\frac{f(p)}{p}\right]\left[1-\frac{J_0[ir(p/\kappa)^{1/2}]}{J_0[ia(p/\kappa)^{1/2}]}\right]$$

之を整理して、

$$u=u_0-\sum_{n=1}^{\infty}A_nJ_0[\alpha_n r/a]e^{-q_nt}$$

但し、$f(\alpha_n)=\frac{Q_0 l\alpha_n}{C\rho(\alpha_n+l)}$, $A_n=2\frac{u_0-f(\alpha_n)}{\alpha_n J_1(\alpha_n)}$

$q_n=\frac{\alpha_n^2\kappa}{a^2}$, α_n は $J_0(z)=0$ の根である

3. 熱 應 力

無限円柱の半径方向の応力をσ_r、切線方向の応力をσ_θ、軸方向の応力をσ_zとすれば、先ず、この円柱を弾性体と考えたとき、これらの応力は、総ての方向に一様な直力$-mE/(m-2)\cdot\beta u$と、半径方向における物体力$-mE\beta(m-2)\cdot\frac{du}{dr}$及び側面に垂直な面力$mE/(m-2)\cdot\beta u$とによる応力の和である。側面に垂直な、半径方向の面力による応力をσ_r, σ_θとすれば、弾性体と考えたときの熱応力は次式で与えられる。

$$\left.\begin{aligned}&\sigma_r=\sigma_r'-\frac{mE}{m-2}\beta u,\quad \sigma_\theta=\sigma_\theta'-\frac{mE}{m-2}\beta u\\&\sigma_z=\frac{1}{m}(\sigma_r'+\sigma_\theta')+EC-\frac{mE}{m-2}\beta u\end{aligned}\right\} \tag{12}$$

但し、cは軸方向に一定な直歪みである。

この σ_r, σ_θ, σ_z は何れも弾性体と考えて求め、次節において、コンクリートの塑性による応力減退を考慮することにする。

σ_r', σ_θ' の基礎式は次式で与えられる。

$$\frac{d}{dr}(\sigma_r')-\sigma\theta'-\frac{mE\beta}{m-2}r\frac{du}{dr}=0 \tag{13}$$

$$m(\sigma_\theta'-\sigma_r')+(m-1)r\cdot\frac{d\sigma_\theta'}{dr}-r\frac{d\sigma_r'}{dr}=0 \tag{14}$$

尚、前式は均合条件式、後者は両立条件式であつて、Eは弾性係数，mはポアソン数，βは膨張係数である。

こゝで、次の如き応力函数Φを用うれば、式(13)を明らかに満足する。

$$\left.\begin{aligned}\sigma_r' &= \frac{1}{r}\Phi \\ \sigma_\theta' &= \frac{d\Phi}{dr} - \frac{mE\beta}{m-2}\, r\, \frac{du}{dr}\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

式(15)を式(14)に代入すれば、Φ に関する基礎式が得られる。

$$\frac{d}{dr}\left[\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(r\Phi)\right] = \frac{m^2E\beta}{(m-1)(m-2)}\frac{du}{dr} + \frac{mE\beta}{m-2}\frac{d}{dr}\left(r\frac{du}{dr}\right) \tag{16}$$

上式の解は衆知の如く

$$\Phi = \frac{mE\beta}{m-2}ru - \frac{mE\beta}{m-1}\frac{1}{r}\int_0^r ur\,dr + \frac{C_1}{2}r + \frac{C_2}{r} \tag{17}$$

仮定により

$$\left.\begin{aligned}&r=0 \text{ のとき } \sigma_r \neq \infty \quad \therefore C_2 = 0 \\ &r=a \text{ のとき } \sigma_r = 0 \\ &\therefore C_1 = \frac{2mE\beta}{m-1}\frac{1}{a^2}\int^a ur\,dr\end{aligned}\right\} \tag{18}$$

之より

$$\Phi = \frac{mE\beta}{m-2}ru - \frac{mE\beta}{m-1}\left[\frac{1}{r}\int_0^r ur\,dr + \frac{r}{a^2}\int_0^a ur.\,dr\right] \tag{19}$$

$$\therefore \sigma_r = \frac{mE\beta}{m-1}\left(\frac{1}{a^2}\int_0^a ur\,dr - \frac{1}{r^2}\int_0^r ur\,dr\right) \tag{20}$$

$$\left.\begin{aligned}\sigma_\theta &= \frac{mE\beta}{m-1}\left(\frac{1}{a^2}\int_0^a ur\,dr + \frac{1}{r^2}\int_0^r ur\,dr - u\right) \\ \sigma_z &= EC + \frac{mE\beta}{m-1}\left(\frac{2}{ma^2}\int_0^a ur\,dr - u\right)\end{aligned}\right\} \tag{21}$$

而して、式(10)より

$$u = u_0 - \sum_{n=1}^{\infty} A_n J_0(\alpha_n r/a)e^{-q_n t}$$

$$\therefore \int ur.\,dr = \left[\frac{u_0}{2}r^2 - \sum_{n=1}^{\infty} A_n\frac{ar}{\alpha_n}J_1(\alpha_n r/a)e^{-q_n t}\right]$$

之を式(20)、(21)に代入して計算整理し、式(11)のA_nを用うれば、

$$\sigma_r = \frac{2mE\beta}{m-1}\sum_{n=1}^{\infty}\left[u_0 - \frac{Q_0 l\alpha_n}{c\rho(\alpha_n+l)}\right]\cdot\left[\frac{1}{\alpha_n^2}\frac{r}{a}\frac{J_1(\alpha_n r/a)}{J_1(\alpha_n)} - \frac{1}{\alpha_n^2}\right]e^{-q_n t} \tag{23}$$

$$\sigma_\theta = \frac{2mE\beta}{m-1}\sum_{n=1}^{\infty}\left[u_0 - \frac{Q_0 l\alpha_n}{c\sigma(\alpha_n+l)}\right]\left[-\frac{1}{\alpha_n}\frac{1}{a}\frac{J_1(\alpha_n r/a)}{J_1(\alpha_n)} + \frac{J_0(\alpha_n r/a)}{\alpha_n J_1(\alpha_n)} - \frac{1}{\alpha_n^2}\right]e^{-q_n t} \tag{24}$$

最後に σ_z は端面における荷重状態より求める。軸方向に外力が作用しないとすれば、

$$2\pi\int_0^a \sigma_z r\,dr = 0 \quad \therefore \int_0^a \sigma_z r.\,dr = 0 \tag{25}$$

式(22)を式(21)の σ_z に代入して、

$$\sigma = Ec + \frac{mE\beta}{m-1}\left[\left\{u_0\left(\frac{1-m}{m}\right) - \sum_{n=1}^{\infty} A_n\left\{\frac{2}{m\alpha_n}J_1(\alpha_n) - J_0(\alpha_n r/a)\right\}e^{-q_n t}\right\}\right] \tag{26}$$

式(26)を式(25)に代入して

$$\int_0^a\left(EC - \frac{mE\beta}{m-1}\right)\left[u_0\frac{m-1}{m} + \sum_{n=1}^{\infty}A_n\left\{\frac{2}{m\alpha_n}\cdot J_1(\alpha_n) - J_0(\alpha_n r/a)\right\}e^{-q_n t}\right]r.\,dr = 0$$

之より

$$EC = E\beta\left[u_0 - 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_n}{\alpha_n}J_1(\alpha_n)e^{-q_n t}\right] \tag{27}$$

$$\therefore \sigma_z = E\beta\left[u_0 - 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_n}{\alpha_n}J_1(\alpha_n)e^{-q_n t}\right] - \frac{mE\beta}{m-1}\left[\left\{u_0\frac{m-1}{m} + \sum_{n=1}^{\infty}A_n\left\{\frac{2}{m\alpha_n}J_1(\alpha_n) - J_0\left(\alpha_n\frac{r}{a}\right)\right\}e^{-q_n t}\right]\right.$$

之を計算整理して、

$$\sigma_z = \frac{mE\beta}{m-1}\sum_{n=1}^{\infty}A_n\left[J_0(\alpha_n r/a) - \frac{2}{\alpha_n}J_1(\alpha_n)\right]\cdot e^{-q_n t}$$

式(11)を用うれば、

$$\sigma_z = \frac{2mE\beta}{m-1}\sum_{n=1}^{\infty}\left[u_0 - \frac{Q_0 l\alpha_n}{c\rho(\alpha_n+l)}\right]\left[\frac{J_0(\alpha_n r/a)}{\alpha_n J_1(\alpha_n)} - \frac{2}{\alpha_n^2}\right]e^{-q_n t} \tag{28}$$

即ち式(23)(24)及び(28)が弾性体として求めた応力度である。但し、$q_n = \alpha_n^2\kappa/a^2$

4. 塑性による應力減退

前にも述べた如く、コンクリートの初期即ち発熱量の比較的大きな時期に於ては、塑性も亦著るしいため、応力は減退する。仮定により、応力σのとき、0 より t までの間の応力減退量は次の通りである。

$$\left.\begin{aligned}&\int_0^t \sigma\frac{d\varphi_{(t)}}{dt}dt = \mu B\int_0^t \sigma e^{-\mu t}\cdot dt \\ &\text{但し}\quad \varphi_{(t)} = B(1-e^{-\mu t})\end{aligned}\right\} \tag{29}$$

而して、この応力減退が行われない時の応力が3で求めた応力であるので、減退した応力を $\bar{\sigma}$ とすれば、

$$\sigma(r,\theta,\text{or},z)=\bar{\sigma}+\mu B\int_0^t \bar{\sigma}\, e^{-\mu t}\cdot dt$$

即ち $\bar{\sigma}=\sigma(r,\theta,\text{or},z)-\mu B\int_0^t \bar{\sigma}\, e^{-\mu t}\cdot dt$

$\lambda=-\mu B$ とおけば

$$\bar{\sigma}=\sigma_{(r,\theta,\text{or},z)}+\lambda\int_0^t \bar{\sigma}\, e^{-\mu t}dt \qquad (30)$$

之は**第2種** Volterra **積分方程式**である。故に**相反函数を** $k(t,\lambda)$ とすれば、

$$\bar{\sigma}=\sigma(r,\theta,\text{or},r)-\int_0^t (kt,\lambda)\,\sigma(r,\theta,\text{or},z)]_{r=\xi}.d\xi \qquad (31)$$

但し $[\sigma(r,\theta,\text{or},z)]r=\xi$ は3. で求めた σ_r, σ_θ or σz 中のrを ξ で置換えたものである。

k (t, y) は次の如くして求める。

$-k(t,y)=\lambda K_1(t)+\lambda^2K_2(t)+\lambda^3K_3(t)+\cdots$ ………とおき

$$K_1=e^{-\mu y}$$

$$K_2=\int_0^t e^{-\mu y}e^{-\mu\xi}\cdot d\xi=\frac{1}{\mu}\left[-e^{-\mu(y+t)}+e^{-\mu y}\right]$$

$$K_3=\int_0^t e^{-\mu\xi}\left\{-\frac{e^{\mu y}}{\mu}(e^{-\mu\xi}-1)\right\}d\xi$$

…………………………………

$$K=\left(\frac{-1}{\mu}\right)^{1-1}\left[\frac{e^{\mu-\{(i-1)t+y\}}}{(i-1)!}-\frac{e^{-\mu\{(i-2)t+2y\}}}{(i-2)!\,1!}\right.$$
$$\left.-\left\{\frac{1}{(i-1)!}-\frac{1}{(i-2)!}\cdots\cdots\right\}e^{-i\mu y}\right.$$

$$\therefore -k(t,\lambda)=\lambda e-\mu y$$
$$+\frac{\lambda^2}{\mu}e^{-\mu y}-\frac{\lambda^2}{\mu}e^{-\mu(y+t)}$$
$$+\frac{\lambda^3}{2!\mu^2}e^{-\mu(2t+y)}-\frac{\lambda^3}{\mu^2}e^{-\mu(t+2y)}$$
$$+\frac{\lambda^3}{\mu^2}\frac{e^{-3\mu y}}{2!}$$

……………………………………

$$\frac{(-1)^i\lambda^i}{\mu^{i-1}}\left[\frac{1}{(i-1)!}e^{-\mu\{(i-1)t+y\}}\right.$$
$$-\frac{1}{(i-2)!}e^{-\mu\{(i-2)t+2y\}}-\cdots\cdots$$
$$\left.-\left\{\frac{1}{(i-1)!}-\frac{1}{(i-2)!}-\cdots-\frac{1}{2!}-\frac{1}{1!}\right\}e^{-i\mu y}\right]$$

$\lambda=-\mu B$

故に

$e^{-\mu t}$ の係数

$$=\lambda\left\{1+\exp\left(-\frac{\lambda}{\mu}e^{-\mu t}\right)\right\}e^{-\mu y}$$

$e^{-2\mu t}$ の係数

$$-\left(-\frac{1}{\mu}\right)\lambda^2\left\{1+\exp\left(-\frac{\lambda}{\mu}e^{-\mu t}\right)\right\}e^{-2\mu y}$$

$e^{-3\mu t}$ の係数

$$-\left(-\frac{1}{\mu}\right)^2\lambda^3\left\{\left(\frac{1}{2!}-\frac{1}{1!}\right)+\exp\left(-\frac{\lambda}{\mu}e^{-\mu t}\right)\right\}e^{-3\mu y}$$

…………

$e^{-i\mu y}$ の係数

$$=-\left(-\frac{1}{\mu}\right)^{i-1}\lambda^i\left\{\frac{1}{(i-1)!}-\frac{1}{(i-2)!}-\frac{1}{(i-3)!}\right.$$
$$-\cdots\cdots$$
$$\left.-\frac{1}{3!}-\frac{1}{2!}-\frac{1}{1!}+\exp\left(-\frac{\lambda}{\mu}e^{-\mu t}\right)\right\}e^{-i\mu y}$$

$$\therefore k(t,y)=\left\{\exp\left(-\frac{\lambda}{\mu}e^{-\mu y}\right)-\exp\left(-\frac{\lambda}{\mu}e^{-\mu t}\right)\right\}$$
$$\times\left\{\lambda e^{-\mu y}-\sum_1^\infty\left(-\frac{1}{\mu}\right)^i\lambda^{i+1}e^{-\mu(i+1)y}\right\}$$
$$-\lambda e^{-\mu y} \qquad (32)$$

式(32)を式(31)に代入して

$$\bar{\sigma}=\sigma(r,\theta,\text{or},z)-\int^t B\mu\ k(t,\xi)$$
$$\cdot\left[\sigma(r,\theta,\text{or},z)\right]r=\xi\ .\ d\xi \qquad (33)$$

然るに式 (23), (24), (28) より次の如くおくことができる

$$\left.\begin{aligned}\sigma_r&=F_r(r)e^{-q_nt}\\ \sigma_\theta&=F_\theta(r)e^{-q_nt}\\ \sigma_z&=F_z(r)e^{-q_nt}\end{aligned}\right\} \qquad (34)$$

(34) を (33) に代入して

$$\sigma_r=F_r(r)e^{-q_nt}$$
$$-\int_0^t F_r(r)e^{-q_n\xi}k(t,\xi)\cdot d\xi$$
$$=F_r(r)\left[e^{-q_nt}-\int_0^t e^{-q_n\xi}k(t,\xi)d\xi\right.$$
$$=F_r(r)\left[\exp(-q_nt)-\int_0^t e^{-q_n\xi}\right.$$
$$\left.\cdot k(t,\xi)d\xi\right] \qquad (35)$$

今　$A_1 = \exp(q_n t)$

$$\left.\begin{aligned} &A_1 = \exp(q_n t) \\ &B_1 = \int_0^t e^{-q_n \xi} \cdot k(t, \xi)\, d\xi \end{aligned}\right\}\ \text{とおけば}$$

$$\overline{\sigma_r} = \mathbf{F}_r(r)(A_1 - B_1)$$

$$= \mathbf{F}_r(r)\,\Psi(t)\ \text{とおくことができる} \qquad (36)$$

同様にして

$$\overline{\sigma_\theta} = F_\theta(r)\,\Psi(t) \qquad (37)$$

$$\overline{\sigma_z} = F_z(r)\,\Psi(t) \qquad (38)$$

但し

$$\mathbf{Fr}(r) = \frac{2mE\beta}{m-1}\sum_{n=1}^{\infty}\left[u_0 - \frac{Q_0 l \alpha_n}{c\rho(\alpha_n + l)}\right]\left[\frac{1}{\alpha_n^2}\cdot \frac{a}{r}\frac{J_1(\alpha_n r/a)}{J_1(\alpha_n)} - \frac{1}{\alpha_n^2}\right]$$

$$F_\theta(r) = \frac{2mE\beta}{m-1}\sum_{n=1}^{\infty}\left[u_0 - \frac{Q_0 l \alpha_n}{c\rho(\alpha_n + l)}\right]\left[-\frac{1}{\alpha_n^2}\frac{a}{r}\frac{J_1(\alpha_n r/a)}{J_1(\alpha_n)} + \frac{J_0(\alpha_n r/a)}{\alpha_n J_1(\alpha_n)} - \frac{1}{\alpha_n^2}\right]$$

$$\mathbf{F}_z(r) = \frac{2mE\beta}{m-1}\sum_{n=1}^{\infty}\left[u_0 - \frac{Q_0 l \alpha_n}{c\rho(\alpha_n + l)}\right]\left[\frac{J_0(\alpha_n r/a)}{\alpha_n J_1(\alpha_n)} - \frac{2}{\alpha_n^2}\right]$$

$$\Psi(t) = A_1 - B_1$$

$$= \exp(-q_n t) - \int_0^t e^{-q_n \xi} \cdot k(t, \xi)\, d\xi$$

$q_n = \frac{\alpha_n^2 \kappa}{a^2}$，$\alpha_n$ は $J_0(z) = 0$ の根である。

以上の式(36)，(37)，(38)は、式(16)において

$$\overline{\Phi} = \Phi\Psi(t), \quad \overline{u} = u\Psi(t)$$

とおけば、$\overline{\Phi}$ 及び $\overline{u}$ は原式を満足し、従つて式(13)，(14)を乱さない。

即ち、かくして求めた応力は、温度による変形が、式(31)と同様の塑性によりクリープする場合の応力である。即ち、塑性により減退された応力を与える。

5. 結　　語

以上の計算により得た、$\overline{\sigma r}$，$\overline{\sigma \theta}$，$\overline{\sigma z}$，は、発熱（水和熱）による応力，即ち熱応力の、塑性を考慮に入れて得た解である。

本計算では、コンクリート構造物の基本形として、無限円柱について熱応力の解析を試みたが、弾性体と考えた場合の応力が、このように、時間ｔのみの函数を分離した形で得られる時には、常に 4. と同様な応力減退の吟味が可能である。

特にこの場合 $\Psi(t)$ の第２項及び第３項より熱応力を最大ならしめる時刻ｔの存在することが明らかである。

又、現在ダム用のセメントとしては、水和熱を早く発散する普通セメントと、水和熱発生速度のおそいシリカセメントの何れが適しているか、等の問題解明の手がゝりも得られるであろう。

尚本稿の数値計算は、予定頁数及び、実験的研究進捗の関係上、後の機会にゆずることとしたい。

最後に、種々絶大な助言と御指導頂いた、畏友村川勝彌氏に厚く感謝の意を表する次第である。

砂利層の動的基礎反力係数について

最　　上　　幸　　夫

1. まえがき

さきに筆者等は砂利層の振動特性に関する一実験を行い，砂利層の振動荷重に対する種々の特性を明らかにしたが，(1)動的基礎反力係数については一部検討したにすぎなかつたのでその後さらに同実験の資料につき整理を行いここにその結果を記載した。

2. 砂利層の動的基礎反力係數に關する一實験結果

実験要領ならびに解析法などについては前記文献（1）にゆずり，ここではバネ特性曲線から求めた動的基礎反力係数（以下動的Ｋ値と略記）