

振動円板から放射される騒音の予測

福田 基一* ・ 和泉 晴夫*

On the Estimation of the Noise Emitted by the Vibration of a Circular Plate

Motokazu FUKUDA and Haruo IZUMI

Abstract

Machine noise is composed of air-borne noise, which is strictly of aerodynamic nature and which originates from openings like air-intake and exhaust, and of the noise emitted by the vibration of machine surface.

The surface vibration noise caused by exciting forces depends on the transmitting or impeding characteristics of the machine structure and on the vibration characteristics of the external surface. Namely, surface vibration noise is influenced by three factors: exciting forces, mechanical transmission impedance and radiation factors. The radiation factor depends on the ratio between air-borne noise power and vibration power of the structure on its surface. Clearly, improvements in one of these three factors can lead to a reduction in overall noise.

In this paper, the relation between the vibration of a circular plate clamped at the edge and the noise originated by the surface vibration are studied, and some interesting results are obtained in connection with a method to estimate the sound pressure level and the frequency characteristics of the noise by the measurement of the vibration.

果について報告する。

1. まえがき

機械の内部で強制力が作用するとこれによって波動が生じ構造体の各部に伝搬する。この波動が各部の固有振動数と同調するとき振動および放射音は拡大される。たとえば弦楽器に大きな振動板をもつ空洞が付いているのはこのためであり、また弦の振動が大きく胴の振動は小さいのに、大きな音を放射する場所が弦ではなくて胴であるのは、低周波の音の放射効率のためである。

機械の騒音の発生機構と騒音低減設計を行なうに際しても同じことがいえる。機械においてはその内部で強制力が作用しており、波動が各部に伝搬し、空洞部やフレームなどの振動によって騒音が放射されることが多い。直径が大で比較的薄い歯車の場合の騒音は、そのほとんどが円板の振動による騒音である。

本報では、単純化された一つのモデルとして、距離に比して小さな円板の放射音に関する実験と理論的考察を行った結果と、試みに放射音の予測を行なった結

2. 実験装置と実験方法

板の振動と、振動によって放射される音との関係を、まず実験によって調べることにする。

実験装置として Fig. 1 のような装置を製作した。

まず加振源として小型内燃機関を用い、このエンジンを厚い定盤上に設置し、そのまわりを厚い円筒（厚さ 9 mm 鋼管）で囲い、その上部の円板（鋼板）を薄

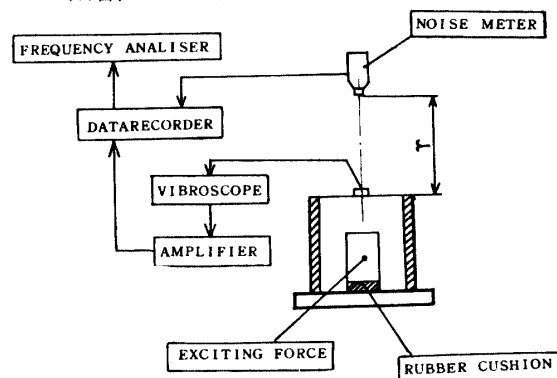
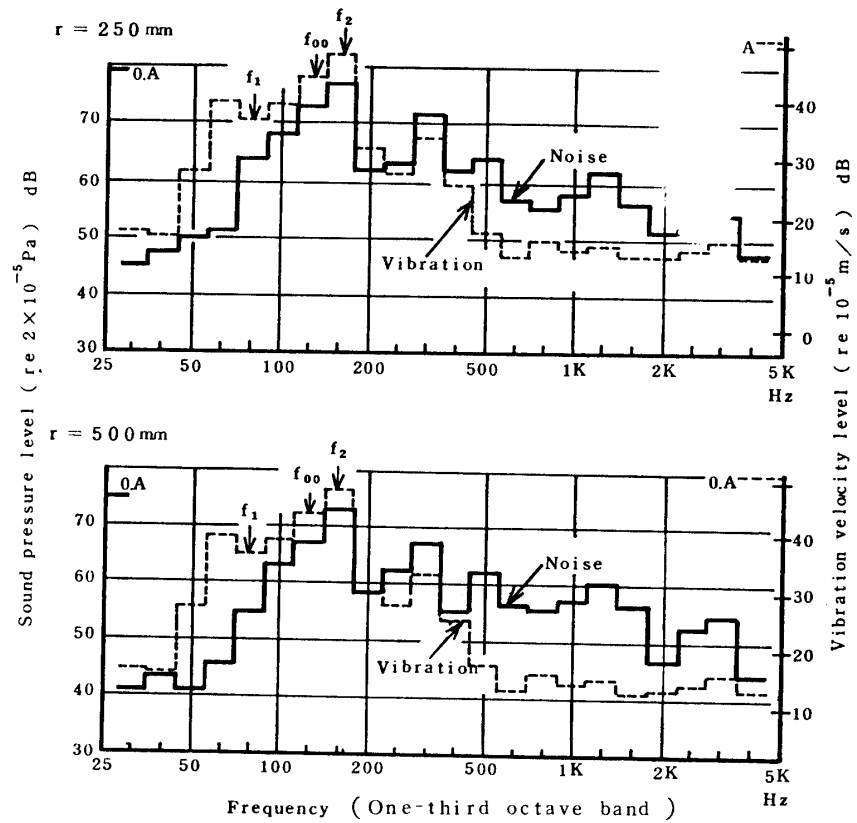
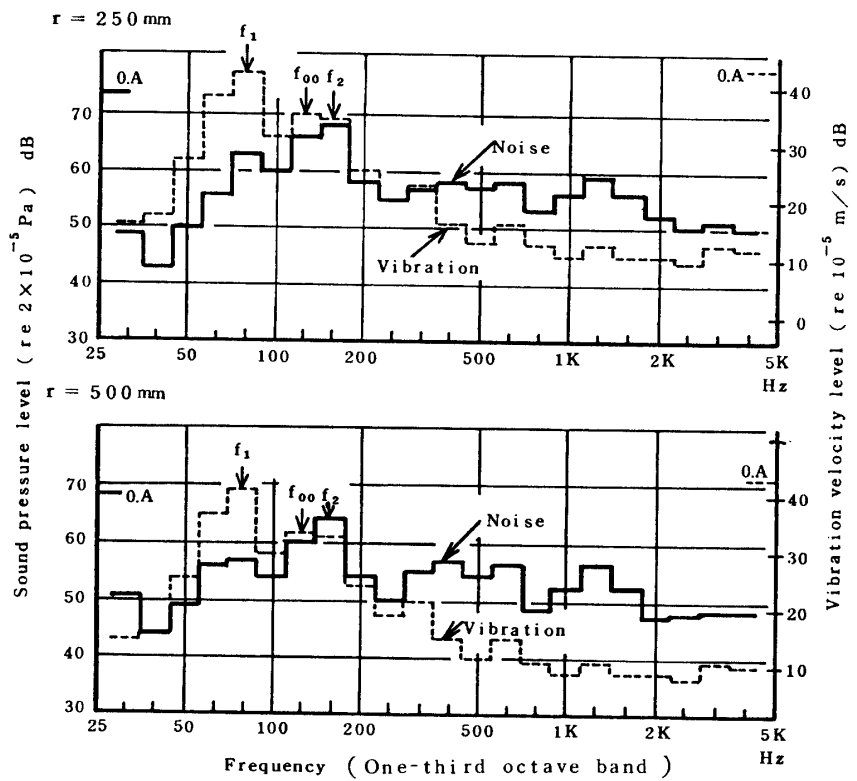


Fig. 1 Schematic diagram of experimental equipment

* 機械工学科



(1) Without rubber cushion



(2) With rubber cushion

Fig. 2 Relation between vibration velocity of a circular plate and emitted noise (Thickness of plate : 1.6mm)

く振動し易いようにした。円板の直径は360mmφである。

この上板の円板の振動姿態を調べた結果は、円板の中心部を腹とする一次のモードであることが確かめられたので、この中心点での鉛直方向の振動を測定するとともに、上板の上方における音を測定して、両者の相関を調べることにした。振動計はB&K社2603、騒音計はB&K社2203、マイクロホンは同社4135、周波数分析器は3226を用いた。

また上板以外の放射音を防止するため、各部の表面は制振用ゴムマットを吸音性多孔質材料および鉛シートで覆い、円板以外からの騒音がマイクロホンに混入しないようにした。

3. 板の振動と放射音の比較

Fig. 2 に、加振源からの波動の伝搬による円板の中心位置における振動速度レベル ($20 \log_{10} \frac{u_{rms}}{10^{-5}}$, ここで u_{rms} は振動速度実効値, m/s) と板の上方250mm および 500mm における放射音の音圧レベルの、それぞれ周波数特性の比較を示す。図の(a)は加振源を直接定盤に固定した場合、(b)は防振ゴムを介して固定した場合の分析結果である。いずれの場合も 1/3 オクターブバンドによる分析であるが、振動と音の周波数特性は必ずしもよい対応を示しているとはいえない。

振動と音の周波数分析結果を比較すると、低周波域では音よりも振動の方がレベルが大きく、高周波域では逆に振動よりも音の方がレベルが大きい。また、近距離(250mm)における音よりも遠距離(500mm)における音の方が振動との対応はやや良いが、それでも両者は比例しているとはいえない。

そこで、特定の周波数について検討することにする。まず強制振動数は起振源に小型エンジン(20cc, 1cyl., 2cycle, 5000rpm)を用いたので、83 Hz, 166Hz...である。これをそれぞれ f_1, f_2 ...として図中に示すと、これらの周波数で振動も音もピークを示すが、低周波域では振動のピークの方が大きく、音の方はそれほど大きなピークではないことが認められる。また、円板の固有振動数については

$$f_{n,m} = \frac{\lambda_{nm}^2 h}{2\pi a^2} \sqrt{\frac{E}{3\gamma(1-\sigma^2)}} \quad \dots(1)$$

ここで a : 円板の半径, h : 円板の厚さ,
 E : ヤング率, σ : ポアソン比,
 γ : 板材の密度 λ_{nm} : 表1の値

で表わされ、板厚を1.0mmから6.0mmまで各種変化した場合には、表2の計算値になる。

Table 1. λ_{nm}

$n \backslash m$	0	1	2
0	3.196	4.611	5.906
1	6.306	7.799	9.197
2	9.439	10.960	12.400

Table 2. Natural frequency of a circular plate

Thickness (mm) \ Frequency (Hz)	1.0	1.6	2.3	3.2	4.5	6.0
Calculated Value, f_{00}	77	122	176	245	344	459
Measured Value	71	117	164	241	344	405

また円板単体の固有振動数を打撃で測定した結果は表2の測定値のようになり、両者はよく一致している。図2の実験結果の中にこの計算値 f_{00} をあてはめてみると、これも比較的によく一致がみられる。しかし、全周波数域についての周波数特性からみると、振動速度と放射音は必ずしもよく対応しているとはいえない。そこで以下の考察を行なうことにする。

4. 板の振動による放射音のパワーレベル

振動板の振動速度の実効値を u_e , 面積を S とし、媒質(空気)の密度を ρ , 媒質中の音速を c とし、振動板からの放射音の音響出力 W を表わす式について考察すると

$$W = k\rho c u_e^2 S \quad \dots\dots(2)$$

が得られる。上式を対数表示すると

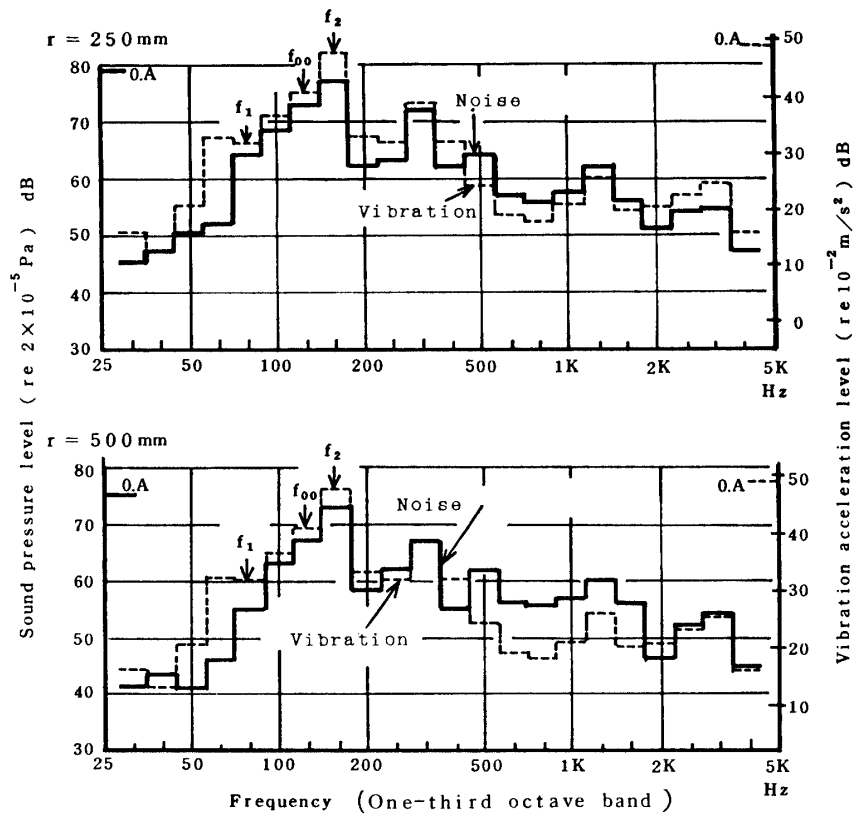
$$10 \log_{10} \frac{W}{10^{-12}} = 10 \log_{10} k + 10 \log_{10} \rho c S + 20 \log_{10} \frac{\alpha_e}{\alpha_0} - 20 \log_{10} \omega \quad \dots\dots(3)$$

いま $10 \log_{10} \frac{W}{10^{-12}} = PWL$ (パワーレベル) とおき W の単位を Watt で表わすものとし、また $20 \log_{10} \alpha_e / \alpha_0 = VAL$ (振動加速度レベル) とおき α_e は振動加速度実効値 (m/s^2), α_0 は基準値で $10^{-2} (m/s^2)$ とすると $PWL = 10 \log_{10} k + VAL - 20 \log_{10} f + 10 \log_{10} S + 90$

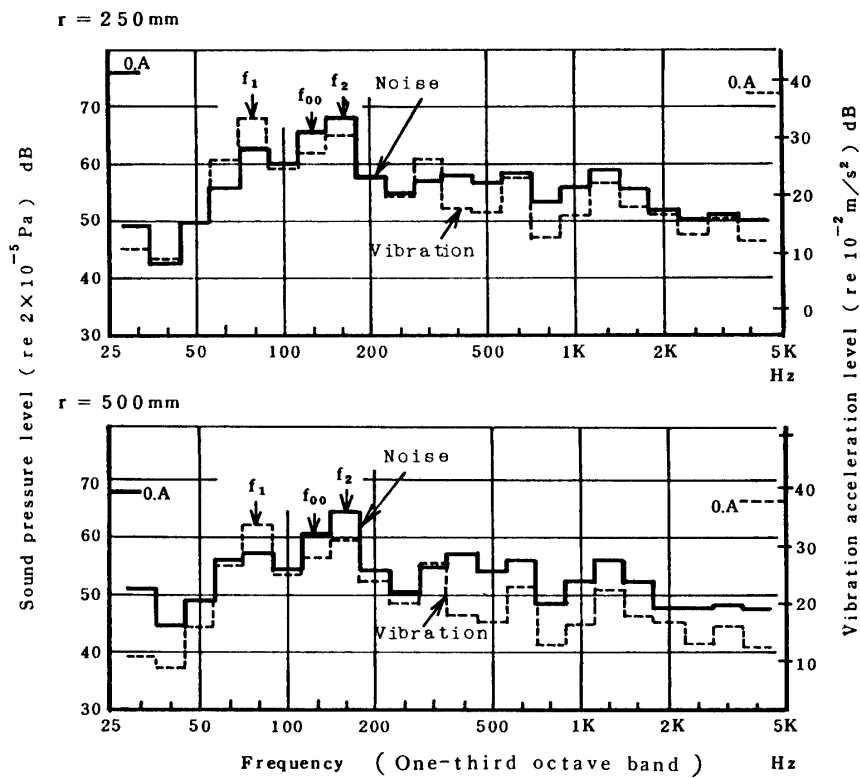
$$\dots\dots(4)$$

が得られる。上式は、放射音のパワーレベルが振動加速度レベルに対応していることを示している。

このことと関連してFig. 1の実験装置を用い、図2と同様の実験を板の振動加速度レベルと放射音の音圧レベルの関係について行なった結果をFig. 3に示す。Fig. 3の周波数特性を振動と音について比較すると、確かにFig. 3はFig. 2よりもよく対応しているよう



(1) Without rubber cushion



(2) With rubber cushion

Fig. 3 Relation between vibration acceleration of a circular plate and emitted noise (Thickness of plate : 1.6mm)

にみえる。しかし、それでも全周波数域について調べてみると、必ずしも一様の比例関係になっているとはいえない。低周波域になるほど、振動加速度が大きくても放射音はそれに比例して大きくはなっていない。

これらのことから、式(2)、(4)の放射係数 k の特性を調べる必要が生じてくる。そこで、改めて振動円板からの放射音と放射係数について別の角度から考察を試みることにする。

5. 円板の振動加速度と放射音圧に関する理論的考察 (I)

大きな壁面の中で半径 a 、面積 S の円板から音波が放射されているとする。単位面積あたりの音響出力を w 、円板の中心から円板上の任意の一点までの距離を a_x 、円板の中心から面に立てた垂線上の空間の一点までの距離 r における音の強さを I とすると、次式が成り立つ。

$$I = \int_S \frac{w}{2\pi(r^2 + a_x^2)} dS \quad \dots\dots(5)$$

これより放射音のパワーレベル PWL は

$$PWL = SPL + 10 \log_{10} S - 10 \log_{10} \left\{ \ln \left| 1 + \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right| \right\} + 3 \quad \dots\dots(6)$$

上式で $SPL = 20 \log_{10} \frac{p_e}{p_0} = 20 \log_{10} \frac{I}{I_0}$ (音圧レベル) で、 p は r 点の音圧実効値 (パスカル, Pa)、また基準値は $p_0 = 2 \times 10^{-5}$ (Pa)、 $I_0 = 10^{-12}$ (W/m^2) である。

現実の円板の場合は無限バツフルとはいえず、またピストン振動でもないので、係数 ζ を用い

$$PWL = 10 \log_{10} \zeta + SPL + 10 \log_{10} S - 10 \log_{10} \left\{ \ln \left| 1 + \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right| \right\} + 3 \quad \dots\dots(7)$$

として表わされる。 $r \gg a$ においては

$$PWL = 10 \log_{10} \zeta + SPL + 10 \log_{10} S - 20 \log_{10} \frac{a}{r} + 3 \quad \dots\dots(8)$$

としてよい。

式(4)と式(8)を等しいとして PWL を消去すると、振動面の振動加速度レベル VAL と放射音の音圧レベル SPL の関係式として次式が導かれる。

$$SPL = 10 \log_{10} K + VAL - 20 \log_{10} f + 10 \log_{10} \left\{ \ln \left| 1 + \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right| \right\} + 87 \quad \dots\dots(9)$$

上式で、 $K = \zeta \cdot k$ である。

$r \gg a$ のときには

$$SPL = 10 \log_{10} K + VAL - 20 \log_{10} f + 20 \log_{10} \frac{a}{r} + 87 \quad \dots\dots(10)$$

これらの式から、係数 K が判れば振動加速度レベル

VAL の測定によって音圧レベル SPL の予測ができることが導かれたことになる。

6. 円板の振動加速度と放射音圧に関する理論的考察 (II)

前節に考察した振動と放射音圧の関係を別の角度から検討することにする。

いま円板が無敵大の壁の中でピストン振動をしているとする。円板の振動速度は

$$u = \sum_n u_{n\max} e^{j\omega_n t} \quad \dots\dots(11)$$

ここで、 n は各周波数バンドごとの値を示すもので、 $u_{n\max}$ は振動速度の最大値、 u はオーバーオールの実効値、 $\omega_n = 2\pi f_n$ である。

円板の中心軸から傾斜角 θ で距離 r (m) はなれた点における音圧実効値を p とすると、 $r \gg a$ として次式で表わすことができる。

$$p = j\rho c \frac{a}{r} \sum_n u_{n\max} e^{j(\omega_n t - k_n r)} \frac{J_1(k_n a \sin \theta)}{\sin \theta} \quad \dots\dots(12)$$

上式で J_1 は第1種のベッセル関数、 $k_n = \omega_n / c$ で、この式によって任意の方向における音圧レベルの式を導くことができる。

中心軸上の遠方点については $\theta = 0$ とすることにより

$$J_1(x) = \frac{x}{2} \left\{ 1 - \frac{x^2}{2 \cdot 2^2} + \frac{x^4}{2 \cdot 4 \cdot 4^2} - \dots \right\} \quad \dots\dots(13)$$

$$\therefore \frac{J_1(k_n a \sin \theta)}{\sin \theta} = \frac{k_n a J_1(k_n a \sin \theta)}{k_n a \sin \theta} = \frac{k_n a}{2} \left\{ 1 - \frac{(k_n a \sin \theta)^2}{2 \cdot 2^2} + \frac{(k_n a \sin \theta)^4}{2 \cdot 4 \cdot 4^2} - \dots \right\} \quad \dots\dots(14)$$

したがって

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{J_1(k_n a \sin \theta)}{\sin \theta} = \frac{k_n a}{2} \quad \dots\dots(15)$$

これを式(12)に代入すると

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} p = j\rho c \frac{a^2}{2r} \sum_n k_n u_{n\max} e^{j(\omega_n t - k_n r)} \quad \dots\dots(16)$$

ゆえに中心軸上の遠方点における音圧 p は

$$p = \rho c \frac{a^2}{2r} \sum_n (j\omega_n u_{n\max}) e^{j(\omega_n t - k_n r)} \quad \dots\dots(17)$$

として求めることができ、上式の括弧の中は振動加速度の最大値を示している。

ただし上式は無限大バツフル中のピストン振動という仮定のもとで成り立つ式であるから、現実の円板の場合には係数 μ (音圧係数) を用いると次式のように表わされる。

$$p = \mu \rho \frac{a^2}{2r} \sum_n \alpha_{n\max} e^{j\omega_n t} e^{-jk_n r} \quad \dots\dots(18)$$

ここで、 $\alpha_{n\max}$ は振動加速度の最大値で

$$\alpha_{n\max} = j\omega_n \mathbf{u}_{n\max} \quad \dots(19)$$

式(18)から前節と同様に、音圧 p は振動加速度に比例することが、異った角度からの考察によって誘導されたことになり、かつこの関係が成立するのは円板の中心軸上の $r \gg a$ の遠方点における音圧の場合の関係であることが明らかになった。

7. 放射係数 K と音圧係数 μ の関係

理論的考察 I と II の推論の中から二つの係数が生れた。一つは K (放射係数)、いま一つは μ (音圧係数) である。この両者の関係についていまだ少し考察をすすめておくことにする。

まず式(18)より

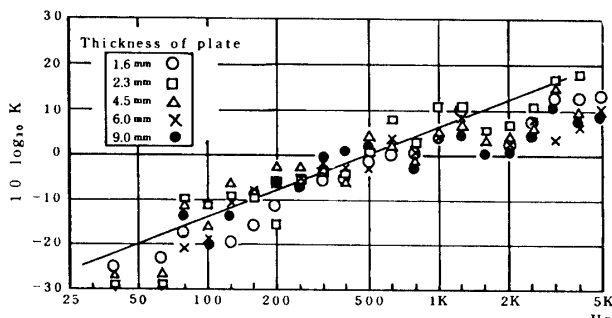
$$p = \mu \rho \frac{a^2}{2r} \sqrt{\sum_n \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \alpha_{n\max} \right)^2} \quad \dots(20)$$

これより

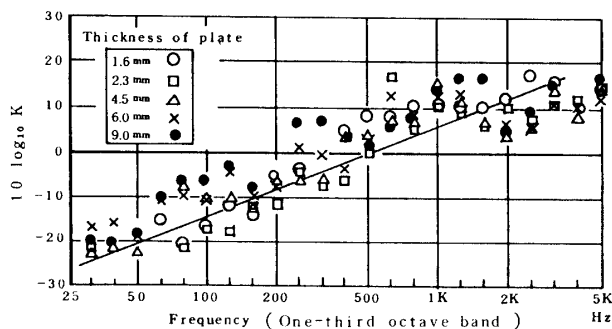
$$SPL = 20 \log_{10} \frac{\mu \rho \frac{a^2}{2r} \sqrt{\sum_n \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \alpha_{n\max} \right)^2}}{p_0} \quad \dots(21)$$

$$= 20 \log_{10} \mu + VAL + 20 \log_{10} \frac{a^2}{r} + 50 \quad \dots(22)$$

ここで VAL の基準値は前述のごとく $10^{-2}(m/s^2)$ である。



(1) Without rubber cushion



(2) With rubber cushion

Fig. 4 Frequency characteristics of radiation factor K

式(10)の SPL と式(22)の SPL を等しいとおくと

$$10 \log_{10} K = 20 \log_{10} \mu + 20 \log_{10} f + 20 \log_{10} a - 37 \quad \dots(23)$$

面の半径 a のかわりに面積 S で表わすと

$$10 \log_{10} K = 20 \log_{10} \mu + 20 \log_{10} f + 10 \log_{10} S - 42 \quad \dots(24)$$

上式が $10 \log_{10} K$ と $10 \log_{10} \mu$ の関係式である。

なお式(23)で対数記号をはずすと次式の関係が得られる。

$$K = 2\mu^2 a^2 f^2 \times 10^{-4} \quad \dots(25)$$

8. K の特性

Fig. 1 に示した実験装置によって、 VAL と SPL を実測することにより、係数 K の周波数特性を調べることにする。

円板の厚さを1.6mmから次第に厚くして、2.3mm, 4.5mm, 6.0mm, 9.0mmに変化し、そのときの板の中心位置の VAL と中心軸方向の遠方点(500mm)における SPL の値を測定して、式(10)から求めた $10 \log K$ の値を1/3オクターブバンドごとに計算した結果は、Fig. 4 のようになる。

すなわち $10 \log_{10} K$ の値は50Hz以下の低周波数域ではほぼ $-20 \sim -30dB$ の値を示し、振動エネルギーが大きくても振動が音波に転換する能率が非常に悪いことが判る。また周波数が高くなるにしたがって次第に直線的に上昇するが $ka > 2$ ($k = 2\pi f/c$) ではほぼ水平の状態で大きな起伏を示している。

高い周波数域で $10 \log_{10} K$ の値が零以上 (K が1以上) の値を示しているのは、板の振動の重畳(共振)のためと考えられる。また防振ゴムで防振支持をした場合としない場合については、図の直線で示されるようにほとんど $10 \log_{10} K$ の値として近似することができる。なおこの直線の式が、式(22)において $\mu \approx 1$ とおいた式にほぼ一致していることは興味深い。必ずしも常にこのように計算値と実験値が合うとはいえないと考えられるが、一つの興味ある事実として今後の研究の参考になるものと思われる。

9. 振動測定による放射音の音圧レベルの予測

既述のことから円板の振動の中央部の振動加速度の周波数特性を測定することにより、放射係数を用いて、放射音の周波数特性を推定することを試みることにする。

Fig. 3 の振動加速度レベル ($re. 10^{-2} m/s^2$) の値と

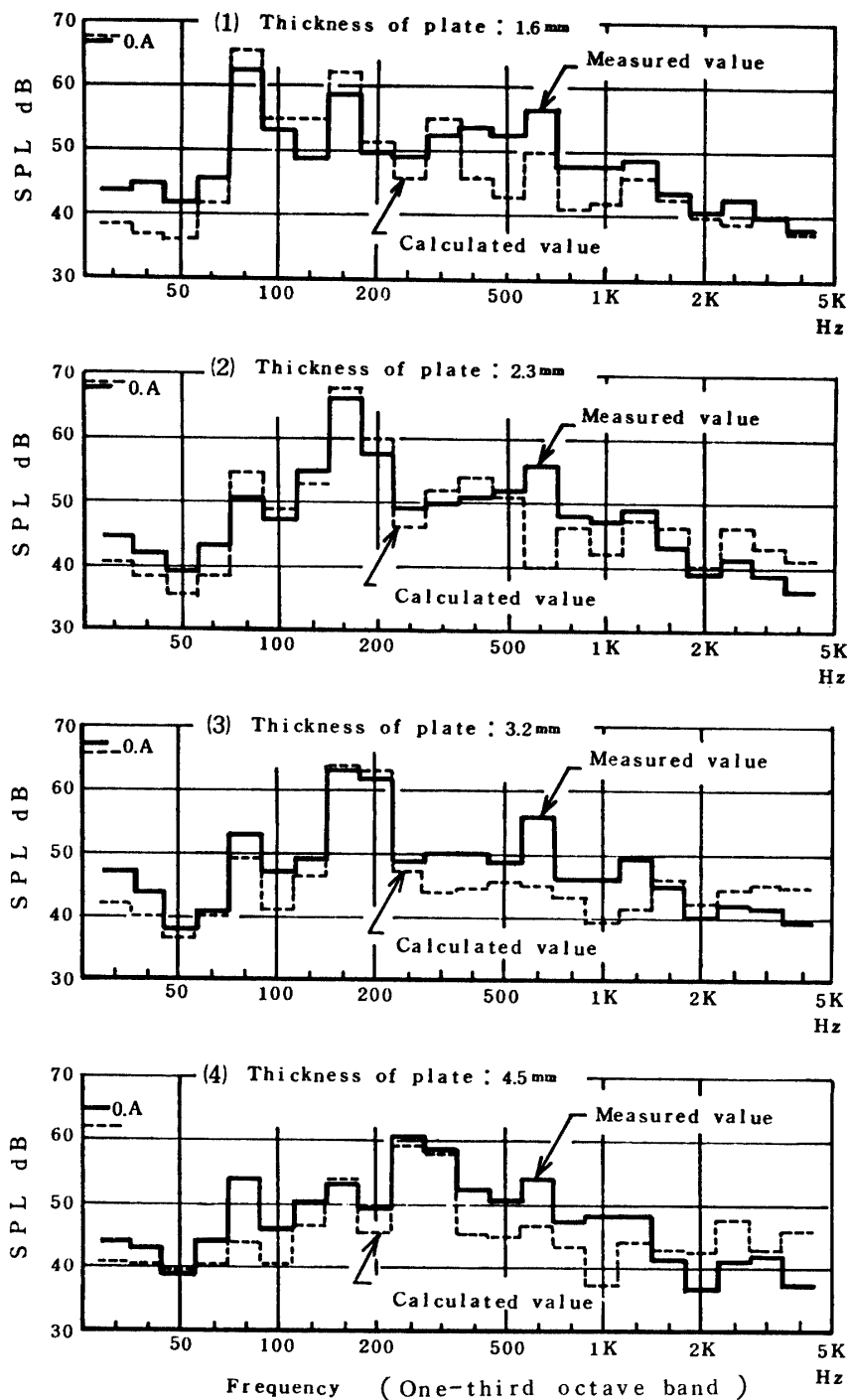


Fig. 5 Comparison of the calculated values with the measured values of the noise emitted by the vibration of a plate

Fig. 4 の方 $10\log_{10}K$ の直線の値を用い、板厚1.6mm, 2.3mm, 3.2mm, 4.5mm の場合の放射音の音圧レベル (re. $2 \times 10^{-5} \text{Pa}$) の周波数特性の予測計算を行うと Fig. 5 の破線が得られる。

次に音圧レベルの周波数特性を実際に分析した結果

は Fig. 5 の実線のようにになる。

破線と実線を比較すると、両者はかなりの精度で各周波数バンドの値がよい対応を示している。詳細に検討するとかかり食い違った値もみられるが、全体的には、 $10\log_{10}K$ を一本の直線で近似したこのような計算

でも、近似的には実用になり得るように思われる。またオーバーオール値も予測値と実測値の差は 3 dB 以内に収まっている。

10. ま と め

本報では、板の振動と騒音の関係に関する研究の一端として、最も単純な形状である円板を取り上げ、その振動速度や振動加速度と放射音の音圧レベルとの関連について調べた。

得られた結果の要約を摘記すると次のとおりである。

- 1) 円板の振動加速度は中心軸上の遠方点における音圧に比例する。
- 2) 振動と音との伝達関数としての係数 K の特性は中心軸上の遠方点における低周波数域 ($ka < 2$) ではほぼ振動数の 2 乗と振動面の面積に比例する。
- 3) 円板の振動加速度レベルと係数 K を用いて計算した騒音の周波数特性の予測値は実測値によく対応する。

なお、本報では円板を対象としたので振動測定点は円板中心部における値を代表値としたが、一般の形状の板や機械のフレームの場合には振動測定位置の選択およびその数と測定値の処理の仕方が問題であると思

われる。一般には数か所の測定点のパワー平均の値を採ることになる。

本研究は昭和51年度文部省科学研究費(福田)ならびに日本機械学会エンジン騒音制御研究分科会(主査, 福田)の研究費の一部によるものであることを付記する。

最後に、本研究に助言を戴いた本学工学部小嶋直哉講師ならびに実験を担当した大学院学生(当時)牛島優示君および昭和50年度工学部4年学生(当時)中屋一正君らに深謝する。

参 考 文 献

- 1) 福田基一, 和泉晴夫, 牛島優示: 日本機械学会論文集, **44**, 377 (1978)
- 2) 福田基一, 城戸健一: 日本機械学会論文集, **44**, 377(1978)
- 3) 福田基一, 和泉晴夫: 日本音響学会昭和51年度秋季講演論文集, 3—6—27 (1976)
- 4) 福田基一, 和泉晴夫: 日本音響学会昭和52年度春季講演論文集, (1977)
- 5) 福田基一, 和泉晴夫: 日本騒音制御工学会講演論文集, (1976)
- 6) Cyril M. Harris & Charles E. Crede, Shock and Vibration Handbook, Vol. 1, McGraw Hill (1961)

(昭和52年4月15日受理)