

三次元乱流後流の構造について

(十字形円柱後流の場合)

大坂 英雄*・山田 英巳*・影山 芳郎*

The Structure of Three-Dimensional Turbulent Wakes
(Case; Turbulent Wake behind a Crossed Circular Cylinder)

Hideo OSAKA, Hidemi YAMADA and Yoshiro KAGEYAMA

Abstract

Mean flow properties of crossed circular cylinder wake were discussed. U component velocity distribution was determined from momentum equation on the basis of local similarity. It was confirmed that this profile almost coincided with the experimental value in the region beyond $x/d \doteq 130$. Dependence of reference scales of velocity and length on x was evaluated theoretically and it's relation did not agree with the experimental results. Drag acting on crossed circular cylinder was obtained by applying the momentum theorem to the sufficient large control volume, was almost the same value as one of two-dimensional circular cylinder.

1. まえがき

乱流後流に関する研究は従来より二次元および軸対称流れについては数多く報告されており、Townsend⁽¹⁾,あるいはTennekes & Lumley⁽²⁾によって過去の研究の概観がなされている。一方、実際の後流には三次元場が多いが現象がきわめて複雑で解析が難しいこと、測定量が増大すること等のため、三次元後流の研究は理論的にも実験的にも報告例はわずかにすぎない。一様流中の乱流後流に限ってみると、岡本と八木田による有限長円柱のまわりの流れ場⁽³⁾, Ухановаによる有限円柱および有限十字円柱後流⁽⁴⁾, KuoとBaldwinによる楕円板後流⁽⁵⁾およびEtzoldとFiedlerによる有限長円柱まわりの流れ場⁽⁶⁾があげられるが、いずれも平均速度場および乱流場の詳細、あるいは三次元後流の発達過程については十分に解明されるまでには至っていない。

本研究は基本的な三次元後流の1つと考えられる十字形円柱の後流を取り上げ、運動方程式から平均速度分布に関し局所相似性の仮定⁽⁷⁾を用いて求めた分布が、比較的下流における結果をおおよそ表わす事について

示す。この誘導の課程の中で得られた十字形円柱後流の代表速度スケールおよび代表長さスケールの流れ方向への変化割合についてもふれる。また、検査体積に適用した運動量欠損の保存式から十字形円柱に働く抵抗係数を評価した。

十字形円柱の後流の流れ場の実用上の応用は、整流作用、熱伝達の促進の面から風洞金網、熱交換器に多く見られ、あるいは海洋構造物、人工魚礁、橋梁等といった骨組構造物周りの流況変化の面からも重要になってきている。この種の流れ場は十字形円柱に作用する抵抗係数の評価といった設計資料の提供面からの実用上の重要な側面のみならず、十字形円柱上の剝離点と抵抗係数およびカルマン渦発生ストラハル数の変化、さらには二次流れの生成機構といった三次元乱流の解明にも有用であると思われる。

使用する主な記号は以下の通りであり、他のものは本文中で適宜説明を加える。

- x, y, z : 十字形円柱中央原点からの流れ方向距離, 鉛直方向距離および x, y に垂直方向距離
 U, V, W : 平均速度の x, y, z 方向成分
 U_1 : 主流速度
 U_d : 欠損速度

* 機械工学科

- $-\overline{uv}, -\overline{uw}$: レイノルズ応力成分
- u_0 : 最大欠損速度
- l_0 : 長さの尺度 (⑨式で定義)
- q_0 : 乱れ強さの尺度
- f : x 方向平均速度の分布関数
- g_{12}, g_{13} : レイノルズ応力成分の分布関数
- D : 十字円柱に働く抗力
- C_D : 十字円柱の抗力係数 (④7式で定義)
- ε : 全流量に対する欠損流量の割合 (④5式で定義)
- κ : 欠損流量 (④6式で定義)
- σ_{ij} : 応力テンソル
- δ_{ij} : クロネッカーのデルタ
- R_d : レイノルズ数 ($U_1 \cdot d/\nu$)
- (*) i, j : i 方向成分の j 方向の微係数を表わす

2. 運動方程式による結果の説明式

三次元乱流後流の自己保存解を求めることはきわめて困難であり、かつ自己保存が可能かどうかも自明ではない。そこで運動方程式に適当な仮定を導入し、平均速度の U 成分分布の形状を求めてみる。

本論文で考慮している流れ場に対して、粘性項を無視した x 方向の運動方程式および連続式は

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial(\overline{uv})}{\partial y} + \frac{\partial(\overline{uw})}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

で与えられる。ここで主流の圧力勾配は無いものとし、 U 成分に対しては垂直レイノルズ 応力は無視できるものとする。速度欠損

$$U_d = U - U_1 \quad (3)$$

を導入する。③式を①、②式に代入し、各項の大きさを評価すると次式を得る。

$$U_1 \frac{\partial U_d}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{uv})}{\partial y} + \frac{\partial(\overline{uw})}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial U_d}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

ただし、 x 方向の長さ尺度が、 y, z 方向のそれぞれの長さ尺度に比較して十分大であるとする。分り易くするため、座標、速度等を d および U_1 で無次元化すると、④式は

$$\frac{U_1^2}{d} \left\{ \frac{\partial U'_d}{\partial x'} + \frac{\partial(\overline{uv})'}{\partial y'} + \frac{\partial(\overline{uw})'}{\partial z'} \right\} = 0 \quad (6)$$

となる。ここで

$$x' = \frac{x}{d}, \quad y' = \frac{y}{d}, \quad z' = \frac{z}{d}$$

$$U'_d = \frac{U_d}{U_1}, \quad (\overline{uv})' = \frac{\overline{uv}}{U_1^2} \quad \text{および} \quad (\overline{uw})' = \frac{\overline{uw}}{U_1^2}$$

である。次に自己保存変換にならって、下式⑦

$$\left. \begin{aligned} x' &= \xi, \quad y' = \bar{l}_0 \cdot \eta, \quad z' = \bar{l}_0 \cdot \zeta, \\ \bar{l}_0(\xi) &= l_0 \cdot d, \quad \bar{u}_0(\xi) = \frac{u_0}{U_1}, \quad \bar{q}_0^2(\xi) = \frac{q_0^2}{U_1^2}, \\ U'_0 &= \bar{u}_0(\xi) \cdot f(\eta, \zeta), \quad (\overline{uv})' = \bar{q}_0^2(\xi) \cdot g_{12}(\eta, \zeta), \\ (\overline{uw})' &= \bar{q}_0^2(\xi) \cdot g_{13}(\eta, \zeta) \end{aligned} \right\} (7)$$

のようにすると、⑥式は

$$f \cdot \frac{d\bar{u}_0}{d\xi} - \frac{\bar{u}_0}{\bar{l}_0} \frac{d\bar{l}_0}{d\xi} \left(\eta \frac{\partial f}{\partial \eta} + \zeta \frac{\partial f}{\partial \zeta} \right) + \frac{\bar{q}_0^2}{\bar{l}_0} \left(\frac{\partial g_{12}}{\partial \eta} + \frac{\partial g_{13}}{\partial \zeta} \right) = 0 \quad (8)$$

となる。なお長さの尺度 l_0 は Townsend による二次元後流の長さの尺度の定義式⁽¹⁾を拡張し、次式で定義している。

$$l_0^3 = \iint (U - U_1) y^2 z^2 dy dz / \iint (U - U_1) dy dz \quad (9)$$

ここで無次元渦動粘性係数

$$\bar{\nu}_T = \nu_T / U_1 \cdot d \quad (10)$$

および乱流レイノルズ数

$$R_S = \bar{u}_0 \cdot \bar{l}_0 / \bar{\nu}_T \quad (11)$$

を導入すると⑧式は

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial \zeta^2} + R_S (1/\bar{u}_0) (d\bar{l}_0/d\xi) (\eta \cdot \partial f / \partial \eta + \zeta \cdot \partial f / \partial \zeta) - R_S (\bar{l}_0/\bar{u}_0^2) (d\bar{u}_0/d\xi) \cdot f = 0 \quad (12)$$

と書き換えられる。⑫式の解が

$$f(\eta, \zeta) = f_1(\eta) + f_2(\zeta) \quad (13)$$

と仮定できるものとして求めると

$$f = (1/2) \{ \exp(-\bar{\alpha} \cdot \eta^2/2) + \exp(-\bar{\alpha} \cdot \zeta^2/2) \} \quad (14)$$

を得る。ただし

$$\bar{\alpha} = R_S (1/\bar{u}_0) (d\bar{l}_0/d\xi) \quad (15)$$

$$\bar{\beta} = (\bar{l}_0/\bar{u}_0) \{ (d\bar{u}_0/d\xi) / (d\bar{l}_0/d\xi) \} = -1 \quad (16)$$

ととった。⑬式において $\bar{\beta} = -1$ ととったのは実験結果による評価からである。

次に、速度の尺度および長さの尺度の x についての依存性を調べてみる。⑫式が ξ に依らず、かつ R_S

=一定 (二次元および軸対称後流より類推) とすると

$$\bar{\alpha} = R_s(1/\bar{u}_0)(d\bar{l}_0/d\xi) = \text{const.} \quad (17)$$

$$\bar{\beta} = (\bar{l}_0/\bar{u}_0)\{(d\bar{u}_0/d\xi)/(d\bar{l}_0/d\xi)\} = \text{const.} \quad (18)$$

でなければならない. $R_s = \text{const.}$ と仮定したので(17), (18)式より

$$\bar{l}_0 \propto \xi^n, \quad \bar{u}_0 \propto \xi^{n-1} \quad (19)$$

を得る. この指数 n の値を決定するために, Tennekes & Lumley⁽²⁾ にしたがって運動量の欠損に関する式を後述の検査面に対して適用すれば

$$\bar{u}_0 \bar{l}_0^3 = \text{const.} \quad (20)$$

を得る. よって(19), (20)式より次式を得る.

$$\bar{l}_0 \propto \xi^{1/3}, \quad \bar{u}_0 \propto \xi^{-2/3} \quad (21)$$

この結果は軸対称後流の場合と同一である. 本論文で取り扱った十字形単体の後流の場合と接続した十字形後流とでは干渉の影響により異なることが予想され, (21)式で示した指数が当然変化するものと思われる.

3. 運動量の保存

図1に示すように, 大きな検査体積を通じて運動量収支を考える. この検査体積について以下に示す記号を用いる.

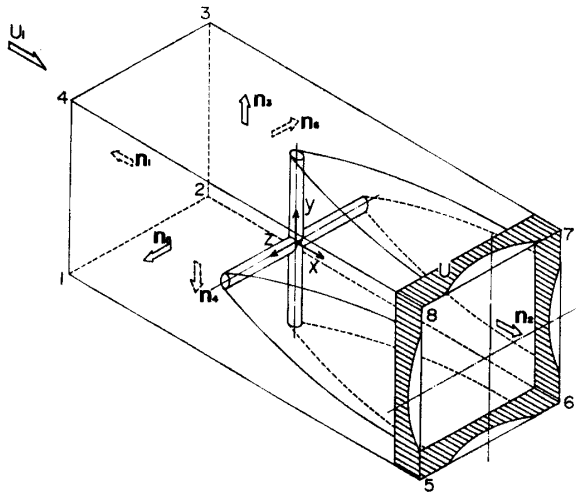


Fig. 1 Control volume.

ポテンシャル流の速度 $(U_1, 0, 0)$

平均速度

$$\mathbf{U} = (U_{(i=1)}, U_{(i=2)}, U_{(i=3)}) = (U, V, W) \quad (22)$$

変動速度

$$\mathbf{u} = (u_{(i=1)}, u_{(i=2)}, u_{(i=3)}) = (u, v, w)$$

検査体積

- ① 1-2-3-4
- ② 5-6-7-8
- ③ 4-8-7-3
- ④ 1-5-6-2
- ⑤ 1-5-8-4
- ⑥ 2-6-7-3

- 法線ベクトル $\mathbf{n}_i^{(1)} = (-1, 0, 0)$
 $\mathbf{n}_i^{(2)} = (1, 0, 0)$
 $\mathbf{n}_i^{(3)} = (0, 1, 0)$
 $\mathbf{n}_i^{(4)} = (0, -1, 0)$
 $\mathbf{n}_i^{(5)} = (0, 0, 1)$
 $\mathbf{n}_i^{(6)} = (0, 0, -1)$
 $i = 1, 2, 3$

- i 外面の x 方向速度成分 $U_{\text{①}}$
 " y " $V_{\text{①}}$
 " z " $W_{\text{①}}$
 i 外面の流量 $Q_{\text{①}}$
 応力テンソル σ_{ij}

Batchelor⁽⁸⁾ を参照すれば, 連続の式は

$$\int_{\text{①}} \text{div} \mathbf{U} \cdot d\mathbf{v}' = \int_{\text{外面}} \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} \cdot d\mathbf{a} = 0 \quad (25)$$

で示される. 検査体積外面の各面における流量 Q の収支は下式となる.

$$\begin{aligned} Q_{\text{①}} &= \int_{\text{①}} \mathbf{U} \cdot \mathbf{n}^{(1)} \cdot d\mathbf{a} = - \iint_{\text{①}} U \cdot dydz \\ Q_{\text{②}} &= \int_{\text{②}} \mathbf{U} \cdot \mathbf{n}^{(2)} \cdot d\mathbf{a} = \iint_{\text{②}} U \cdot dydz \\ Q_{\text{③}} &= \int_{\text{③}} \mathbf{U} \cdot \mathbf{n}^{(3)} \cdot d\mathbf{a} = \iint_{\text{③}} V \cdot dx dz \\ Q_{\text{④}} &= \int_{\text{④}} \mathbf{U} \cdot \mathbf{n}^{(4)} \cdot d\mathbf{a} = - \iint_{\text{④}} V \cdot dx dz \\ Q_{\text{⑤}} &= \int_{\text{⑤}} \mathbf{U} \cdot \mathbf{n}^{(5)} \cdot d\mathbf{a} = \iint_{\text{⑤}} W \cdot dx dy \\ Q_{\text{⑥}} &= \int_{\text{⑥}} \mathbf{U} \cdot \mathbf{n}^{(6)} \cdot d\mathbf{a} = - \iint_{\text{⑥}} W \cdot dx dy \end{aligned} \quad (26)$$

検査体積の対称性, 検査体積中に置かれた物体の対称性, および③面と⑤面の面積が等しいことより,

$$Q_{\text{③}} + Q_{\text{④}} = 0, \quad Q_{\text{⑤}} + Q_{\text{⑥}} = 0, \quad Q_{\text{③}} = Q_{\text{⑤}} \quad (27)$$

の関係が成立する. さらに①面における速度が

$$U_{\text{①}} = U_1 = \text{const.}$$

より, まとめると(25)式は

$$\iint_{\text{②}} (U - U_1) dydz + 4 \iint_{\text{⑤}} V \cdot dx dy = 0 \quad (28)$$

となる。

運動量の式について、 $n_j^{(j)}$ を同様に外向き法線と定めると、 i 方向については

$$\int_{\text{外面}} \rho U_i U_j n_j da = \int_{\text{外面}} \sigma_{ij} n_j da - D_i \quad (29)$$

ただし

$$\sigma_{ij} = -P\delta_{ij} + \mu(U_{i,j} + U_{j,i}) - \rho \overline{u_i u_j}$$

である。ここで、 $D = (D_1, D_2, D_3)$ は十字形円柱が流体から受けた力である。29式の左辺については、 i 方向として x 方向のみを考えればよいから、

$$\begin{aligned} & \int_{(1)} \rho U_{(i=1)} \cdot U_j n_j^{(j)} da \\ &= \int_{(1)} \rho U_{(i=1)} \cdot (U_{(j=1)} \cdot n_{(j=1)} \\ & \quad + U_{(j=2)} \cdot n_{(j=2)} + U_{(j=3)} \cdot n_{(j=3)}) da \\ &= - \int_{(1)} \rho U^2 \cdot da \\ & \int_{(2)} \rho U_{(i=1)} \cdot U_j n_j^{(j)} da = \int_{(2)} \rho U^2 \cdot da \\ & \int_{(3)} \rho U_{(i=1)} \cdot U_j n_j^{(j)} da = \int_{(3)} \rho UV \cdot da \\ & \int_{(4)} \rho U_{(i=1)} \cdot U_j n_j^{(j)} da = - \int_{(4)} \rho UV \cdot da \\ & \int_{(5)} \rho U_{(i=1)} \cdot U_j n_j^{(j)} da = \int_{(5)} \rho UW \cdot da \\ & \int_{(6)} \rho U_{(i=1)} \cdot U_j n_j^{(j)} da = - \int_{(6)} \rho UW \cdot da \end{aligned} \quad (30)$$

となる。 x 方向の流速は各面について同一であり、 y, z 方向に対する二つの面では次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} V_{(4)} &= -V_{(3)}, & W_{(6)} &= -W_{(5)} \\ U_{(3)} &= U_{(4)} = U_{(5)} = U_{(6)} \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

また検査体積の対称性より

$$U_{(5)} = U_{(3)}, \quad W_{(5)} = V_{(3)} \quad (32)$$

となるから、以上まとめると29式の左辺は

$$\begin{aligned} \int_{\text{外面}} \rho U U_j n_j da &= - \iint_{(2)} (\rho U_1^2 - \rho U^2) dydz \\ & \quad + 4 \iint_{(3)} \rho UV dx dz \end{aligned} \quad (33)$$

となる。

次に29式の右辺については、粘性応力が無視できるものとする、

$$\sigma_{ij} = -P\delta_{ij} - \rho \overline{u_i u_j} \quad (34)$$

となる。応力による面積要素 $n \cdot da$ に働く力 t の1方向 (x 方向) 成分は次式で表わされる。

$$t = \sigma_{1j} \cdot n_j da \quad (35)$$

これを各面について行なうと

$$\left. \begin{aligned} t_{(1)} &= (\sigma_{11} n_1^{(1)} + \sigma_{12} n_2^{(1)} + \sigma_{13} n_3^{(1)}) da = (P + \rho \overline{u^2}) da \\ t_{(2)} &= (\sigma_{11} n_1^{(2)} + \sigma_{12} n_2^{(2)} + \sigma_{13} n_3^{(2)}) da = -(P + \rho \overline{u^2}) da \\ t_{(3)} &= (\sigma_{11} n_1^{(3)} + \sigma_{12} n_2^{(3)} + \sigma_{13} n_3^{(3)}) da = -\rho \overline{u} v da \\ t_{(4)} &= (\sigma_{11} n_1^{(4)} + \sigma_{12} n_2^{(4)} + \sigma_{13} n_3^{(4)}) da = \rho \overline{u} v da \\ t_{(5)} &= (\sigma_{11} n_1^{(5)} + \sigma_{12} n_2^{(5)} + \sigma_{13} n_3^{(5)}) da = -\rho \overline{u} w da \\ t_{(6)} &= (\sigma_{11} n_1^{(6)} + \sigma_{12} n_2^{(6)} + \sigma_{13} n_3^{(6)}) da = \rho \overline{u} w da \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

となる。36式の(4)~(6)面について検査面の対称性を考慮して総和をとると下式となる。

$$\begin{aligned} & \int_{(3)} -\rho \overline{u} v da + \int_{(4)} \rho \overline{u} v da + \int_{(5)} -\rho \overline{u} w da \\ & \quad + \int_{(6)} \rho \overline{u} w da = 4 \iint_{(3)} (-\rho \overline{u} v) dx dz \end{aligned} \quad (37)$$

33, 36, 37および29式より次式が成立する。

$$\begin{aligned} & - \iint_{(2)} (\rho U_1^2 - \rho U^2) dydz + 4 \iint_{(3)} \rho UV dx dz \\ &= \iint_{(1)} P dydz - \iint_{(2)} P dydz + \iint_{(1)} \rho \overline{u^2} dydz \\ & \quad - \iint_{(2)} \rho \overline{u^2} dydz - 4 \iint_{(3)} \rho \overline{u} v dx dz - D \end{aligned} \quad (38)$$

検査面を十分大きくとるものとすれば38式右辺は D のみを考慮すればよいであろう。 U について3面では

$$U = U_1(1 - \epsilon) \quad (\epsilon > 0) \quad (39)$$

とおくと、38式左辺第2項は下式となる。

$$4 \iint_{(3)} UV dx dz = 4 U_1 \iint_{(3)} V dx dz - 4 \epsilon U_1 \iint_{(3)} V dx dz \quad (40)$$

また、3, 4, 5, 6面を通過する流量は2面を通過する流量の欠損流量に等しいことより

$$4 \iint_{(3)} U_1 \cdot V dx dz = - \iint_{(2)} U_1 (U - U_1) dydz \quad (41)$$

となる。以上まとめると38式は

$$\begin{aligned} & - \iint_{(2)} (\rho U_1^2 - \rho U^2) dydz + 4 \iint_{(3)} \rho UV dydz \\ &= -\rho U_1^2 \iint_{(2)} (U/U_1)(1 - U/U_1) dydz \\ & \quad + \epsilon \rho U_1^2 \iint_{(2)} (1 - U/U_1) dydz = -D \end{aligned} \quad (42)$$

したがって抗力 D は

$$D = \rho U_1^2 \left[\iint_{(2)} (U/U_1)(1-U/U_1) dydz - \varepsilon \iint_{(2)} (1-U/U_1) dydz \right] \quad (43)$$

で表わされる。十分下流で $\varepsilon \neq 0$ が成立する領域では

$$D = \rho U_1^2 \iint_{(2)} (U/U_1)(1-U/U_1) dydz = \text{const.} \quad (44)$$

としてよい。抗力 D が一定でないとする、誘導の過程で行なった圧力、レイノルズ応力項の無視および連続の式の近似について再考慮する必要がある。

次に④式で定義した ε について適当な評価法を考える。式の意味を考えると

$$\varepsilon = \kappa / \left(\iint U dydz + \kappa \right) \quad (45)$$

とおくと妥当であると思われる。ここで④式中の κ は欠損流量を表わすもので

$$\kappa = U_1 \iint (1-U/U_1) dydz \quad (46)$$

として示されるものである。

これまでの運動量の定理を十字形円柱後流の流れ場に適用することにより、流体が十字形円柱に及ぼす抗力 D を算出することができるので、下式のように十字形円柱の抵抗係数 C_D を定義する。

$$C_D = D / (1/2) \cdot \rho U_1^2 \cdot A \quad (47)$$

ただし、 $A = L \cdot d + d(L-d)$ である。

ここで A は十字形円柱の $y-z$ 面への投影面積を表わすもので、 L は一本の円柱の長さを表わす。④式と④7式を組み合わせると、各 $x = \text{一定}$ 断面で ε を算出することにより十字形円柱の抗力係数を評価できる。

4. 実験結果との比較

4.1 実験装置および方法

用いた風洞の絞り部、十字形円柱および測定部の配置、寸法を図2に示す。座標系も同図中に記されている。風洞は絞り部（絞り比1/16）出口断面が250×250 mmの正方形形状であり、遠心式ファンによるブローダウン型のものである。測定部は絞り部出口における境界層の影響を除くため、周囲の各面とも10~25mmだけ絞り部より小さく製作しており、長さは2mである。側壁と屋根部は可視化が可能ないようにアクリル樹脂製であり、屋根部は主流中の圧力勾配が調整できる可動式である。側壁にはφ0.5 mmの静圧孔が16箇所

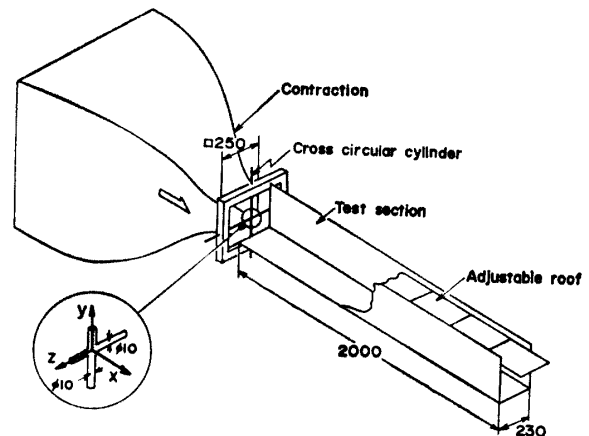


Fig. 2 Contraction and working section.

設けられている。底面はアルミ製平板で、 x 方向に8箇所測定用スリットが設けてある。供試十字形円柱は $d=10$ mmの黄銅製の相貫体形状をしており、円柱中央にφ0.5 mmの圧力孔を有し、絞り部出口より約10 mm下流に配置されている。

測定は流れ場の静圧が一定に保たれた後、 $x/d \div 15 \sim 165$ の範囲の8箇所について、 $y/d \leq 10$, $z/d \leq 7$ の範囲を、ピトー管・静圧管により平均速度分布、静圧分布について行なわれた。なお実験を通じて、レイノルズ数は $Re = U_1 \cdot d / \nu = 10^4$ に保たれた。

4.2 実験結果および考察

平均速度の U 成分について、2章で導出した④式と実験結果との比較を行なう。図3~5はそれぞれ $x/d = 104.5, 134.5, 164.5$ の位置について、流れ場の1/4断面を示したもので、各 $z(\zeta)$ 断面における④式は $\bar{\alpha} = 1$ とおいて計算した値であり、実線で示してある。 $y(\eta)$ および z の大きい範囲において両者にややずれが見られるものの、全領域で非常によく合っている。このことは十字形円柱後流という三次元の流れ場において、④式のような二次元流の解の和という簡単な式に局所局所の位置で $\bar{\alpha}$ に適当な数値を代入してやることにより、実験結果と合わせることが可能⁽⁷⁾であることを示しており、④式は十字形後流の速度分布式として十分有効であることが実証された。

次に④式で評価した速度の尺度および長さの尺度について実験結果と比較する。図6は速度の尺度について比較したもので、速度の尺度として二次元後流の場合から類推して最大速度欠損を選んでいいる。実験結果は明らかに $x^{-0.25}$ に比例して減衰しており、二次元および軸対称後流よりも減衰が小である。一方、④式は速度の尺度が $x^{-2/3}$ に比例することを示していた。図

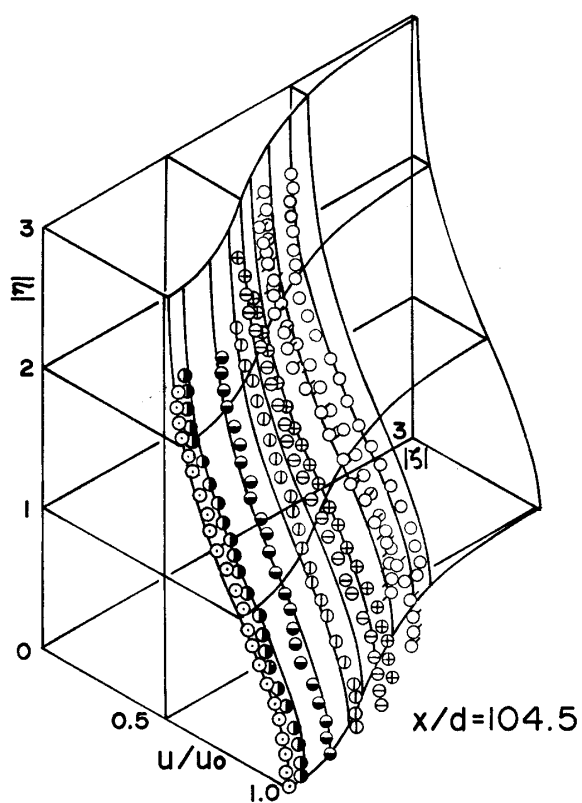


Fig. 3 Velocity profile.

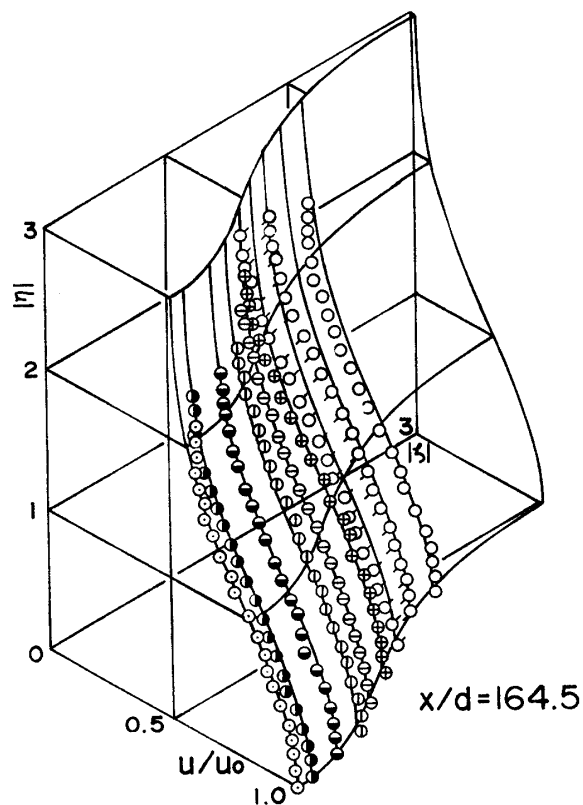


Fig. 5 Velocity profile.

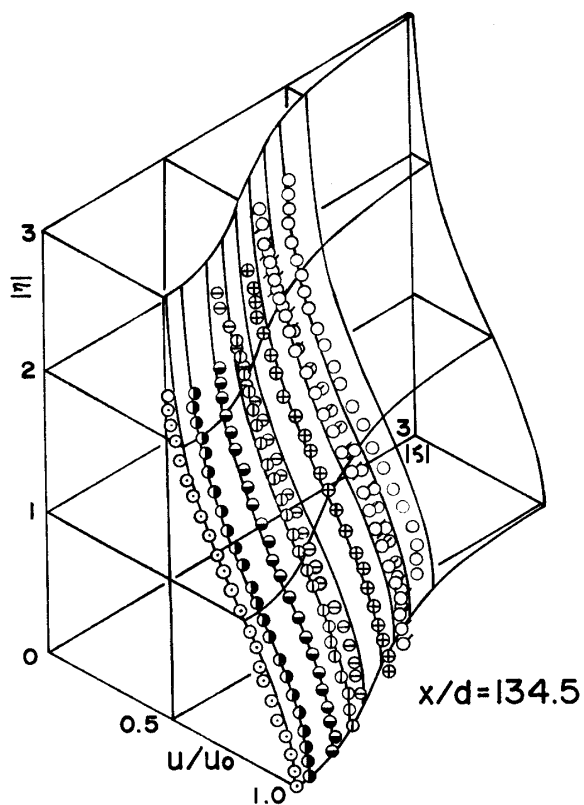


Fig. 4 Velocity profile.

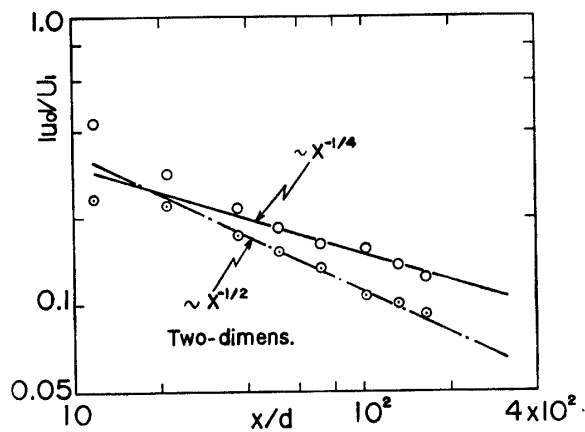


Fig. 6 Variation of velocity scales.

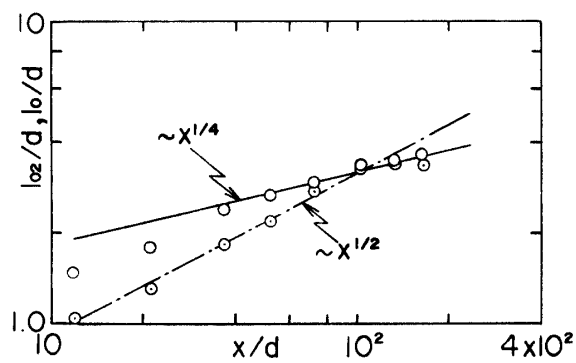


Fig. 7 Variation of length scales.

7は長さの尺度 $l_0 = l_0 \cdot d$ について比較したものである。結果は $x^{0.25}$ に比例して増加することを示しており、⑫式の評価の $x^{1/3}$ に比例する関係とは異なっている。

速度分布は⑭式でほぼ表わせるにもかかわらず、同一の仮定から誘導された速度の尺度および長さの尺度の x のべき指数が異なるのは、流れ場が本質的に三次元流であるためであろう。すなわち自己保存との差異、適当な速度の尺度と長さの尺度の選択、式の簡単化および解を導くための仮定を再吟味する必要があると思われる。

最後に十字形円柱の抗力係数 C_D について実験結果との比較を示す。図8は⑬式に各 x/d 位置で求めら

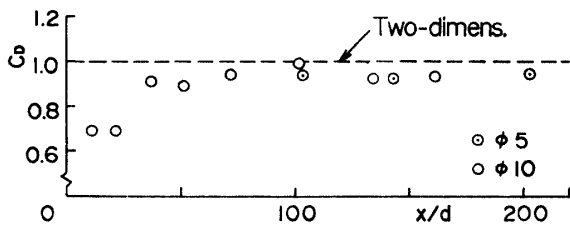


Fig. 8 Drag coefficient.

れた ϵ の値を代入し⑬式より求めた C_D の値を描いたものである。ややばらつきはあるものの $x/d > 40$ の範囲でほぼ一定値をとっており、流れ方向に運動量欠損の量が保存されているといえよう。なお抗力係数の値が二次元円柱の場合よりやや小さいが、十字形円柱表面上の剥離点が後退していることから推察できる。ただ主流の乱れ、円柱のアスペクト比、レイノルズ数により微妙に変化するため、欠損速度分布から C_D を評価する場合には更に細心の注意を払って測定する必要があるだろう。

5. 結 論

實際上多々見うけられる三次元後流の中、最も基本的な形状の一つである十字形円柱の後流について、特に比較的下流における平均流特性について理論的に明らかにし、実験的に検証した。以下に明らかになった点について挙げておく。

- 1) 運動方程式から局所相似性を仮定することにより、十字形後流の U 成分分布式を導き⑭式を得た。これは比較的下流の流れ場の実測結果をよく表わす。
- 2) 代表速度の尺度および長さの尺度が x に依存する関係として⑫式を得た。これは実験結果と良く合っているとはいえないが、それぞれの代表尺度を適当に選択すれば一致する可能性はある。
- 3) 運動量欠損の量は $x/d > 40$ の範囲でほぼ一定である。また、十字形円柱の抗力係数は二次元円柱の場合とほぼ同程度である。

参 考 文 献

- 1) Townsend, A. A. : "The structure of Turbulent Shear Flow", Cambridge Univ. Press (1976)
- 2) Tennekes, H. & Lumley, J.L. : A First Course in Turbulence", MIT Press (1974)
- 3) 岡本, 八木田 : 機論, **38**, 2259 (1972)
- 4) Уханова, П.Н. : Инженерно-Физический журнал, **25**, 893 (1973)
- 5) Kuo, Y. & Baldwin, L. V. : J. Fluid Mech., **27**, 353 (1976)
- 6) Etzold, F. & Fiedler, H. : Z. Flugwiss., **24**, 77 (1976)
- 7) Hangen, R.L. & Dhanak, A.M. : Trans. ASME Ser. E., **33**, 641 (1966)
- 8) Batchelor, G.K. : "An Introduction to Fluid Dynamics", Cambridge Univ. Press (1967)

(昭和54年4月16日 受理)