

プレテンションング突縁ばりの破壊 曲げモーメントについて*

加賀美 一二三

On the Ultimate Bending Moment of Pre-Tensioning
Flanged Section Beam

H. Kagami

緒 言

本学報掲載の実験報告中の一般 PC 鋼線ばり，圧縮鉄筋併用ばり及び下突縁のみの鋼線使用ばりの 3 種類の実験結果のごとく，荷重時におけるひずみ分布は著者の既報告^{2,5)}の場合と同様，平面保持が成立しないものと考えられるので，これにもとづいて以上のはりについての破壊曲げモーメント式を述べ，これらの式により計算した値は実験値とよく一致するので，これら破壊曲げモーメント式による極限強度設計式が望ましいことになることを述べたものである。

1. 一般プテ突縁ばり及び下突縁のみの鋼線使用ばり¹⁾

この 2 種類のはりについては，単鉄筋コンクリート矩形ばりの中立軸の式により中立軸位置を計算すなわち $x \leq t$ により，矩形ばりか T 形ばりの破壊曲げモーメントの式により計算してよいと考えられる。

x と t との関係は

$$x = \frac{P_p \gamma_y}{\mu} d \leq t$$

こ こ に，

$P_p = A_p / bd =$ 引張縁側の PC 鋼線面積 A_p に対する PC 鋼線比

$\gamma_y = \sigma_{pu} / \sigma_{cy}$

$\sigma_{pu} =$ PC 鋼線の破壊強度

$\sigma_{cy} =$ コンクリートの破壊強度

$\mu = 0.834$

(1) $N-A$ が突縁中の場合 ($x < t$ の場合)

$$M_u = P_p \gamma_y (1 - 0.545 P_p \gamma_y) b d^2 \sigma_{cy} \quad (1)$$

(2) $N-A$ が腹部中の場合 ($x > t$ の場合)

$$M_u = \{(1 - 0.545 P_p \gamma_y) B + (b - B) j\} P_p \gamma_y d^2 \sigma_{cy} \quad (2)$$

※昭和35年5月，土木学会年次学術講演会にて発表の一部

ここに,

B = 突縁ばりの腹部の巾

b = 突縁ばりの上突縁の巾

$$j-1 \frac{t}{2d}$$

2. 圧縮鉄筋併用プテ突縁ばり

前項と同様, 圧縮鉄筋併用プテ矩形ばりの中立軸の式により中立軸位置を計算し $\leq t$ により, 矩形ばりか以下誘導する圧縮鉄筋併用プテ突縁ばりの破壊曲げモーメントの式により計算してよいと考えられる。

x と t との関係は

$$x = \frac{\sigma_{pu} P_p - \sigma_{sy} p'}{\mu \sigma_{cy}} d \leq t$$

ここに,

p' = 圧縮鉄筋併用プテ矩形ばりの圧縮鉄筋比

σ_{sy} = 圧縮鉄筋の降伏点, その他の記号は前出のもの

(1) $N-A$ が突縁中の場合 ($x < t$ の場合)⁵⁾

$$M_u = \left\{ \mu \sigma_{cy} k (1 - \nu k) 1 + \sigma_{sy} p' \left(1 - \frac{d}{d} \right) \right\} b d^2 \quad (3)$$

ここに,

$$\nu = 0.454$$

その他の記号は前出のもの

(2) $N-A$ が腹部中の場合 ($x > t$ の場合)

圧縮鉄筋併用プテ突縁ばりにおいて, 荷重時のひびわれ前後となるとその応力関係は図-1のごとくなる。

この場合の応力関係を考察するに当り, A , B の2部に分けて誘導する。

A 部の場合～

この場合の応力関係は図-2のごとくであり, 次の記号を用いることにする。

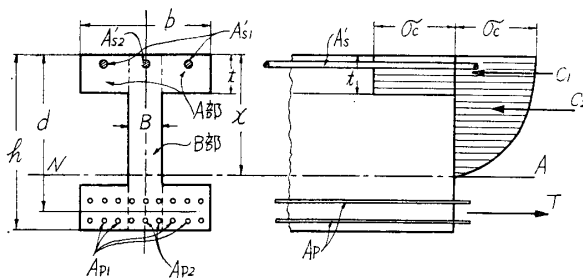


図-1 圧縮鉄筋併用プテ突縁ばりの応力関係

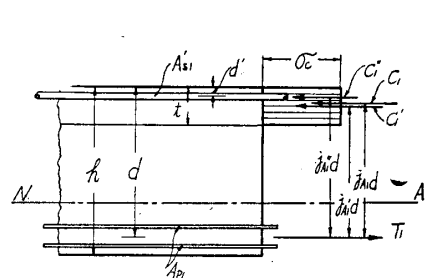


図-2 A部の場合の応力関係

A_{p1} = A部としての引張 PC 鋼線断面積

P_{p1} = この場合の PC 鋼線比 = A_{p1}/bd

σ_p = この場合の PC 鋼線の応力

A_{s1} = A部の圧縮鉄筋断面積

p_1 = この場合の圧縮鉄筋比 = A_{s1}/bd

σ_s' = この場合の圧縮鉄筋応力

P_{p1}' = A部のコンクリートの圧縮力と釣合う PC 鋼線比 = A_{p1}'/bd

M_1' = この場合の抵抗モーメント

P_{p1}'' = 圧縮鉄筋の圧縮力と釣合う PC 鋼線比 = A_{p1}''/bd

M_1'' = この場合の抵抗モーメント

$j_{A1}'d = C_1'$ (コンクリート圧縮力) と A_p との間隔

$$= d - \frac{t}{2} = d \left(1 - \frac{t}{2d} \right) = d \left(1 - \frac{\phi}{2} \right), \quad \phi = \frac{t}{d}$$

$j_{A1}''d = C_1''$ (圧縮鉄筋の圧縮力) と A_p との間隔

$$= d - d' = d \left(1 - \frac{d'}{d} \right)$$

$$j_{A1}d = \frac{(C_1' j_{A1}' + C_1'' j_{A1}'') d}{C_1' + C_1''}$$

$$C_1' = t\sigma_c(b-B)$$

$$T_1' = \sigma_p p_{p1}' bd$$

$$C_1'' = \sigma_s' A_{s1} = \sigma_s' p_1' bd$$

$$T_1'' = \sigma_p p_{p1}'' bd$$

$$M_1' = C_1' j_{A1}' d = t\sigma_c(b-B) \left(d - \frac{t}{2} \right) \quad (a)$$

また, $M_1' = T_1' j_{A1}' d = \sigma_p p_{p1}' bd \left(d - \frac{t}{2} \right) \quad (b)$

$$M_1'' = C_1'' j_{A1}'' d = \sigma_s' p_1' \left(1 - \frac{d'}{d} \right) bd^2 \quad (c)$$

また, $M_1'' = T_1'' j_{A1}'' d = \sigma_p p_{p1}'' \left(1 - \frac{d'}{d} \right) bd^2 \quad (d)$

故に, (a), (c)式より

$$M_c' = t\sigma_c(b-B) \left(1 - \frac{\phi}{2} \right) d + \sigma_s' p_1' \left(1 - \frac{d'}{d} \right) bd^2 \quad (1)$$

(b), (d)式より

$$M_p' = \left\{ P_{p1}' \left(1 - \frac{\phi}{2} \right) + P_{p1}'' \left(1 - \frac{d'}{d} \right) \right\} bd^2 \sigma_p$$

いま,

$$P_{p1}' = P_{p1} - P_{p1}''$$

$$T_1'' = C_1'' \quad \text{より,} \quad P_{p1}'' = \frac{\sigma_s' p_1'}{\sigma_p}$$

この関係を前式に代入すると

$$M_p' = \left\{ P_{p1} \left(1 - \frac{\phi}{2}\right) - \frac{\sigma_s' p_1'}{\sigma_p} \left(1 - \frac{\phi}{2}\right) + \frac{\sigma_s' p_1'}{\sigma_p} \left(1 - \frac{d'}{d}\right) \right\} b d^2 \sigma_p \quad (2)$$

B 部の場合～

この場合の応力関係は図-3 のごとくであり、次の記号を用いることにする。

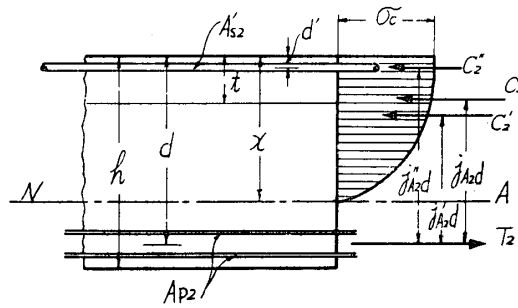


図-3 B 部の場合の応力関係

A_{p2} = B 部としての引張 PC 鋼線面積

P_{p2} = この場合の PC 鋼線比 = A_{p2}/bd

σ_p = この場合の PC 鋼線の応力

A_{s2} = B 部の圧縮鉄筋断面積

P_2' = この場合の圧縮鉄筋比 = A_{s2}/bd

σ_s' = この場合の圧縮鉄筋応力

P_{p2}' = B 部のコンクリートの圧縮力と釣合う PC 鋼線比 = A_{p2}'/bd

M_2' = この場合の抵抗モーメント

P_{p2}'' = 圧縮鉄筋の圧縮力と釣合う PC 鋼線比 = A_{p2}''/bd

M_2'' = この場合の抵抗モーメント

$j_{A2}'d = C_2'$ (コンクリートの圧縮力) と A_p との間隔

$$= d - \nu x = (1 - \nu k) d, \quad \nu = n / (2n + 1)$$

$j_{A2}''d = C_2''$ (圧縮鉄筋の圧縮力) と A_p との間隔

$$= d - d' = \left(1 - \frac{d'}{d}\right) d$$

$$j_{A2}d = \frac{(C_2' j_{A2}' + C_2'' j_{A2}'') d}{C_2' + C_2''}$$

$$C_2' = \mu \sigma_c k d B, \quad \mu = n / (n + 1)$$

$$T_2' = \sigma_p P_{p2}' b d$$

$$\begin{aligned}
C_2'' &= \sigma_s' A_{s2}' = \sigma_s' p_2' bd \\
T_2'' &= \sigma_p P_{p2}'' bd \\
M_2' &= C_2' j_{A2}' d = \mu \sigma_c k (1 - \nu k) B d^2
\end{aligned} \tag{e}$$

また,

$$M_2' = T_2' j_{A2}' d = \sigma_p P_{p2}' (1 - \nu k) B d^2 \tag{f}$$

$$M_2'' = C_2'' j_{A2}'' d = \sigma_s' p_2' \left(1 - \frac{d'}{d}\right) b d^2 \tag{g}$$

また,

$$M_2'' = T_2'' j_{A2}'' d = \sigma_p P_{p2}'' \left(1 - \frac{d'}{d}\right) b d^2 \tag{h}$$

故に, (e), (g)式より

$$M_c'' = \left\{ \mu \sigma_c k (1 - \nu k) B + \sigma_s' p_2' \left(1 - \frac{d'}{d}\right) b \right\} d^2 \tag{3}$$

また, (f), (h)式より

$$M_p'' = \sigma_p P_{p2}' (1 - \nu k) B d^2 + \sigma_p P_{p2}'' \left(1 - \frac{d'}{d}\right) b d^2$$

いま,

$$P_{p1}' = P_{p2} - P_{p2}''$$

$$T_2'' = C_2'' \quad \text{より,} \quad P_{p2}'' = \frac{\sigma_s'}{\sigma_p} P_2'$$

この関係を前式に代入すると

$$M_p'' = \left[\sigma_p P_{p2} (1 - \nu k) B - \sigma_s' p_2' \left\{ (1 - \nu k) B - \left(1 - \frac{d'}{d}\right) b \right\} \right] d^2 \tag{4}$$

全断面についての曲げモーメント～

(1), (3)式より

$$M_c = \left\{ (b - B) \left(1 - \frac{\phi}{2}\right) + \mu k (1 - \nu k) B d \right\} d \sigma_c + P' \left(1 - \frac{d'}{d}\right) b d^2 \sigma_s' \tag{5}$$

(2), (4)式より

$$\begin{aligned}
M_p = & \left\{ \left(P_{p1} - \frac{\sigma_s' P_1'}{\sigma_p} \right) \left(1 - \frac{\phi}{2}\right) b \sigma_p + p' \left(1 - \frac{d'}{d}\right) b \sigma_s' \right. \\
& \left. + (\sigma_p P_{p2} - \sigma_s' p_2') (1 - \nu k) B \right\} d^2
\end{aligned} \tag{6}$$

破壊曲げモーメント～

塑性破壊の場合には, 荷重の増大に伴い A_p が降伏後, σ_c が破壊強度, σ_s' が圧縮降伏点に達しなくても, 暫時にして荷重はほぼ最大荷重に達し, PC 鋼線の伸びが撓み変化にみるごとく急増して, σ_c は σ_{cy} に, 曲げの大なるため σ_s' は σ_{sy} に達するとき, 一般の設計の場合, い

わゆる Under Reinforcement においては、PC 鋼線は σ_{pu} に達するものと考えられる。故に破壊の場合には σ_p は σ_{pu} 、 σ_c は σ_{cy} 、 σ_s' は σ_{cy} として (5)、(6) 式に代入して破壊曲げモーメントの式が得られる。

(5) 式は

$$M_u = \left\{ t(b-B) \left(1 - \frac{\phi}{2}\right) + \mu k(1 - \nu k) B d \right\} d \sigma_{cy} + p' \left(1 - \frac{d'}{d}\right) b d^2 \sigma_{sy} \quad (7)$$

(6) 式は

$$M_u = \left\{ \left(P_{p1} - \frac{\sigma_{sy} p_1'}{\sigma_{pu}} \right) \left(1 - \frac{\phi}{2}\right) b \sigma_{pu} + p' \left(1 - \frac{d'}{d}\right) b \sigma_{sy} + (\sigma_{pu} p_{p2} - \sigma_{sy} p_2') (1 - \nu k) B \right\} d^2 \quad (8)$$

この場合の中立軸位置係数 k は一般応力時には $C=T$ より

$$k = \frac{\sigma_p P_p b d - t \sigma_c (b - B) - \sigma_s p' b d}{\mu \sigma_c d B} \quad (9)$$

故に、破壊の場合には

$$k = \frac{\sigma_{pu} P_p b d - t \sigma_{cy} (b - B) - \sigma_{sy} p' b d}{\mu \sigma_{cy} d B} \quad (10)$$

以上、(7)、(8)、(10) 式中の $\mu=0.834$ 、 $\nu=0.454$ である。

設計式としては、(7)、(8) 式中、左辺値を $S M_u$ 、 S =安全率として式中の求値を未知として解けばよい。

計算例～

第1項の実験例について計算してみる。

(1) の場合は本学報中の実験報告中の図-1、(b) の断面の場合である。

$b=12\text{cm}$ 、 $B=6\text{cm}$ 、 $A_p=0.06602\text{cm}^2/1\text{本}$ 、 $\sigma_{pu}=20150\text{kg/cm}^2$ 、 $t=3.6\text{cm}$ 、 $d=11.34\text{cm}$ (計算より)、 $\sigma_{cy}=391\text{kg/cm}^2$ 、 $P_p=0.00337$ 、 $\gamma_y=51.5$ 、 $P_p \gamma_y=0.1735$ 、 $kd=0.208 \times 11.43 = 2.38\text{cm} < 3.6\text{cm}$

故に、(1) 式により

$$M_u = 96,800\text{kgcm}$$

$$P = 2.42\text{t} \sim P_{\text{exp}} = 2.48\text{t}$$

(2) の場合は本学報中の実験報告中の図-11の断面の場合である。

計算に当り附与条件は(1)の場合とほとんど同様にて、ただ $\sigma_{cy}=370\text{kg/cm}^2$ であるから $p \gamma_y = 0.00337 \times 54.5 = 0.1835$ となる。

$kd=0.220 \times 11.43 = 2.52\text{cm} < 3.6\text{cm}$ 、故に(1)式により $M_u = 95,900\text{kgcm}$

$$P = 2.40\text{t} \sim P_{\text{exp}} = 2.48\text{t}$$

(3) の場合は本学報中の実験報告中の図-6 の断面の場合である。

計算に当り断面寸法及び PC 鋼線関係は(1)、(2)の場合と同様にて、圧縮鉄筋は $\sigma_{sy}=2830\text{kg/cm}^2$ 、 $\sigma_{cy}=330\text{kg/cm}^2$ 、 $p' = 3 \times 0.283 / 12 \times 11.43 = 0.00662$ である。

いま,

$$x = kd = \frac{\sigma_{pu}P_p - \sigma_{sy}P'}{\mu\sigma_{cy}} d = 0.185 \times 11.43 = 2.12\text{cm} < 3.6\text{cm}$$

故に、本例は $N-A$ が突縁中の場合となるので (3) 式により破壊曲げモーメント値を求めればよいことになる。すなわち

$$M_u = 95,300\text{kgcm}$$

$$P = 2.38\text{t} \sim P_{\text{exp}} = 2.43\text{t}$$

以上の計算例のように、計算式による M_u と実験による値とがよく一致することがわかる。

結 言

プテ矩形ばり⁵⁾の研究に続いて、プテ突縁ばりの実験を実施しこれにもとづいてその破壊曲げモーメントの式を誘導して、実験値を照査したところ各実験ともよく一致することがわかった。すなわち、プテ突縁ばりの場合もはりのひずみ分布は平面保持が成立しないこと、従ってコンクリートの応力分布を5次放物線として理論式を求めた。故に、誘導した破壊曲げモーメント式による極限強度式も成立する。

参 考 文 献

- 1) 著者, 土木学会論文集, 第19号, 1954
- 2) 著者, 材料試験, 第6巻, 第4号, 1957
- 3) 著者, セメント技術年報, 1957
- 4) Tentative Recommendations for Prestressed Concrete, ACI-ASCE Joint Com., 323, 1958
- 5) 著者, 山口大学工学部学報, 第10巻, 第1号, 1959