

そこで

$$\Delta(x_1+x_2) = \frac{Z_1+Z_2}{2} (\Delta B + \Delta V)$$

これから  $\Delta(x_1+x_2)$  は

- a :  $\Delta a_H$  にほぼ比例する。
- b : 歯数の和に比例する。
- c :  $\Delta B$  は  $B_v$  にほぼ比例する量と、 $\Delta B_v$  にほぼ比例する量との代数和となる。
- d :  $\Delta V$  は  $V$  にほぼ比例し、 $\Delta a_H$  と反対符号をとる。
- e :  $\beta=0$  のときは  $B_v$  の小なる程小となるが  $\beta$  が増すにつれて誤差を小ならしめる  $B_v$  の値が増加する。

## V 結 語

工具のモジュールおよび圧力角の誤差が歯直角工具による転位はすば歯車の転位係数の和に及ぼす影響は、歯数の和、転位係数の和、 $B_v$ 、 $\beta$  等によつて左右されるが、歯数の和および誤差の大なる時は予想以上に大なる値となり、適当な修正を施さねば背隙に支障を来すに至る。上記の式はその修正量を簡易に与えるものである。

## 参 考 文 献

- (1) 新井敏正：歯直角工具による転位はすば歯車の  
かみ合方程式  
機械学会論文集第19巻第82号

## 引張られた直交異方性板中に円形ボルト のある場合の周邊應力について \*

野 村 恭 雄

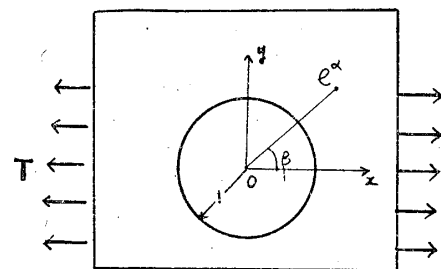
### I. 緒 言

筆者は円孔を有する木板などの直交異方性板の周邊応力の問題<sup>(1)</sup>に関して、これまでいろいろと理論的な考察をやつてきた。この論文もその一連の論文であるが、特にその円孔に円形ボルトが填充してあり、その板（無限板）を無限遠で一様に引張つた場合について論じてある。等方性板中の円形ボルトの填充してある場合については、その引張つたとき孔の周辺において板とボルトがくつついている場合<sup>(2)</sup>、或いは又くつついているが剪断力を全く伝えない場合<sup>(3)</sup>については古くから多くの人によつて解かれている。所が実際にはボルトを填充して引張つた場合、果して板とボルトが常にくつついているだろうかという点については疑問があるのであつて、これについては最上博士<sup>(4)</sup>が引張つた場合に平板とボルトとの間に隙間ができるということを提唱されている。特に木板などの直交異方性板内の円孔にボルトが填充してあるときはこれを両方から引張ればそこに隙間の生ずるであろうことは容易に考えられる。そこで本論文

ではそういう観点の下に、佐藤氏の超複素函数を使つて問題を取扱つた。

### II. 板 側

先づ直交異方性板について考える。これは今迄しばしば用いてきたように無限板中に円孔のある場合である。



第 1 図

基礎方程式

$$\lambda_1^2 \lambda_2^2 \frac{\partial^4 \chi}{\partial x^4} + (\lambda_1^2 + \lambda_2^2) \frac{\partial^4 \chi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \chi}{\partial y^4} = 0 \quad (1)$$

$$\text{但し } \lambda_1^2 \lambda_2^2 \equiv E_x / E_y, \quad \lambda_1^2 + \lambda_2^2 \equiv E_x / G_y - 2\nu_x,$$

$E_x, E_y$  : 木板の  $x, y$  方向のヤング率

$G_{xy}$  : 板の剛性率

\* 昭和29年12月4日、日本機械学会広島地方講演会にて発表。

$\nu_x, (\nu_y)$ : 板のポアソン比

この一般解

$$\chi(x,y) = \frac{-1}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} R \left\{ \frac{1}{\lambda_1^2} F_1(z_1) - \frac{1}{\lambda_2^2} F_2(z_2) \right\} \quad (2)$$

但し  $z_j = x + i\lambda_j y$ , ( $j=1, 2$ )  $R$  は Real part

(後ででてくる Im は Imaginary part である)

応力函数として

$$F_j'(z_j) = A_j^{(0)} z_j + B_j + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_j^{(2n-1)}}{\zeta_j^{2n-1}} \quad (3)$$

$$\widehat{xx}_1 = \frac{\partial^2 \chi}{\partial y^2} = \frac{1}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} R \{ F''_1(z_1) - F''_2(z_2) \}$$

$$\widehat{yy}_1 = \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} = \frac{-1}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} R \left\{ \frac{1}{\lambda_1^2} F''_1(z_1) - \frac{1}{\lambda_2^2} F''_2(z_2) \right\}$$

$$\widehat{xy}_1 = -\frac{\partial \chi}{\partial y} = \frac{-1}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} \text{Im} \left\{ \frac{1}{\lambda_1} F''_1(z_1) - \frac{1}{\lambda_2} F''_2(z_2) \right\}$$

無限遠で一樣な引張  $T$  が働くものとする

$$A_1^{(0)} = \lambda_1^2 T, \quad A_2^{(0)} = \lambda_2^2 T \quad (6)$$

従つて孔縁における応力は

$$\begin{aligned} \widehat{xx}_1 = T & - \frac{1}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} \left[ \frac{a_1^{(1)} \cdot \delta_1 + b_1^{(1)} \cdot d_1}{\Delta_1} - \frac{a_2^{(1)} \cdot \delta_2 + b_2^{(1)} \cdot d_2}{\Delta_2} + \sum_{n=2}^{\infty} (2n-1) \frac{a_1^{(2n-1)}}{\Delta_1} \right. \\ & \left. \{ (\lambda_1+1) \cos 2n\beta + (\lambda_1-1) \cos 2(n-1)\beta \} - \sum_{n=2}^{\infty} (2n-1) \frac{a_2^{(2n-1)}}{\Delta_2} \{ \right. \\ & \left. (\lambda_2+1) \cos 2n\beta + (\lambda_2-1) \cos 2(n-1)\beta \} + \sum_{n=2}^{\infty} (2n-1) \frac{b_1^{(2n-1)}}{\Delta_1} \right. \\ & \left. \{ (\lambda_1+1) \sin 2n\beta + (\lambda_1-1) \sin 2(n-1)\beta \} - \sum_{n=2}^{\infty} (2n-1) \frac{b_2^{(2n-1)}}{\Delta_2} \right. \\ & \left. \{ (\lambda_2+1) \sin 2n\beta + (\lambda_2-1) \sin 2(n-1)\beta \} \right] \\ \widehat{yy}_1 = \frac{-1}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} & \left[ -\frac{a_1^{(1)} \cdot \delta_1 + b_1^{(1)} \cdot d_1}{\lambda_1^2 \Delta_1} + \frac{a_2^{(1)} \cdot \delta_2 + b_2^{(1)} \cdot d_2}{\lambda_2^2 \Delta_2} - \sum_{n=2}^{\infty} (2n-1) \frac{a_1^{(2n-1)}}{\lambda_1^2 \Delta_1} \right. \\ & \left. \{ (\lambda_1+1) \cos 2n\beta + (\lambda_1-1) \cos 2(n-1)\beta \} + \sum_{n=2}^{\infty} (2n-1) \frac{a_2^{(2n-1)}}{\lambda_2^2 \Delta_2} \right. \\ & \left. \{ (\lambda_2+1) \cos 2n\beta + (\lambda_2-1) \cos 2(n-1)\beta \} - \sum_{n=2}^{\infty} (2n-1) \frac{b_1^{(2n-1)}}{\lambda_1^2 \Delta_1} \right. \\ & \left. \{ (\lambda_1+1) \sin 2n\beta + (\lambda_1-1) \sin 2(n-1)\beta \} + \sum_{n=2}^{\infty} (2n-1) \frac{b_2^{(2n-1)}}{\lambda_2^2 \Delta_2} \right. \\ & \left. \{ (\lambda_2+1) \sin 2n\beta + (\lambda_2-1) \sin 2(n-1)\beta \} \right] \\ \widehat{xy} = \frac{-1}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} & \left[ \frac{b_1^{(1)} \delta_1 - a_1^{(1)} \cdot d_1^2}{\lambda_2 \Delta_2} - \frac{b_2^{(1)} \delta_2 - a_2^{(1)} \cdot d_2}{\lambda_2 \Delta_2} \right. \\ & \left. + \sum_{n=2}^{\infty} (2n-1) \frac{b_1^{(2n-1)}}{\lambda_1 \Delta_1} \{ (\lambda_1+1) \cos 2n\beta + (\lambda_1-1) \cos 2(n-1)\beta \} \right] \end{aligned} \quad (7)$$

但し  $A_j$  は Real,  $B_j = C_j + id_j$ ,

$$A_j^{(2n-1)} = a_j^{(2n-1)} + ib_j^{(2n-1)}, \quad \zeta_j = e^{\alpha_j + i\beta_j}$$

そこで

$$z_j = x + i\lambda_j y = \frac{1}{2} \{ (1 + \lambda_j) \zeta_j + (1 - \lambda_j) \zeta_j^{-1} \} \quad (4)$$

なる座標の二重変換を行うと,  $\alpha_j = 0$ ,  $\beta_j = \beta$  で単佐円を表わす。故に今問題の円孔を  $\alpha_j = 0$  にとるものとする。

そうすると応力は

$$\begin{aligned}
& - \sum_{n=2}^{\infty} (2n-1) \frac{b_2^{(2n-1)}}{\lambda_2 \cdot \Delta_1} \{ (\lambda_2+1) \cos 2n\beta + (\lambda_2-1) \cos 2(n-1)\beta \} \\
& - \sum_{n=2}^{\infty} (2n-1) \frac{a_1^{(2n-1)}}{\lambda_1 \cdot \Delta_1} \{ (\lambda_1+1) \sin 2n\beta + (\lambda_1-1) \sin 2(n-1)\beta \} \\
& + \sum_{n=2}^{\infty} (2n-1) \frac{a_2^{(2n-1)}}{\lambda_2 \cdot \Delta_2} \{ (\lambda_2+1) \sin 2n\beta + (\lambda_2-1) \sin 2(n-1)\beta \} ]
\end{aligned}$$

$$\text{但し } \Delta_j = (\lambda_j^2+1) - (\lambda_j^2-1) \cos 2\beta$$

$$\delta_j = (\lambda_j+1) \cos 2\beta + (\lambda_j-1)$$

$$d_j = (\lambda_j+1) \sin 2\beta$$

ここで

$$\frac{1}{\Delta_j} = a_j^{(0)} + \sum_{m=1}^{\infty} a_j^{(m)} \cos 2m\beta$$

なる Fourier 級数に展開する。

$$\text{但し } a_j^{(0)} = 0, \quad a_j^{(m)} = \frac{\lambda_j^2+1}{2\lambda_j^2} \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \frac{\lambda_j-1}{\lambda_j+1} \right\}^m$$

そうして  $\widehat{xx}_1, \widehat{yy}_1, \widehat{xy}_1$  を  $\widehat{rr}_1, \widehat{\beta\beta}_1, \widehat{r\beta}_1$  にかき直すと両者の関係は次の如くであるから

$$\left. \begin{aligned}
2\widehat{rr}_1 &= \widehat{xx}_1 (1 + \cos 2\beta) + \widehat{yy}_1 (1 - \cos 2\beta) + 2\widehat{xy}_1 \sin 2\beta \\
2\widehat{\beta\beta}_1 &= \widehat{xx}_1 (1 - \cos 2\beta) + \widehat{yy}_1 (1 + \cos 2\beta) - 2\widehat{xy}_1 \sin 2\beta \\
2\widehat{r\beta}_1 &= (\widehat{yy}_1 - \widehat{xx}_1) \sin 2\beta + 2\widehat{xy}_1 \cos 2\beta
\end{aligned} \right\} \quad (8)$$

しかして  $\widehat{rr}_1, \widehat{\beta\beta}_1$  には  $\sin$  の項,  $\widehat{r\beta}_1$  には  $\cos$  の項がないのであるから

$$b_1^{(1)} = b_2^{(1)} = b_1^{(2n-1)} = b_2^{(2n-1)} = 0, \quad n = \geq 2 \quad (9)$$

となつて結局次のようになる。

$$\begin{aligned}
\widehat{rr}_1 &= \frac{T}{2} + \frac{T}{2} \cos 2\beta - \frac{1}{2(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} \left[ A^{(m)} \{ \cos 2(m-1)\beta + \cos 2(m+1)\beta \} \right. \\
& + B^{(m)} \cos 2m\beta + C^{(m)} \{ \cos 2(m-2)\beta + \cos 2(m+2)\beta \} \\
& + \sum_{n=2}^{\infty} (2n-1) \{ {}^{(n)}D^{(m)} (\cos 2(m-n)\beta + \cos 2(m+n)\beta) + {}^{(n)}E^{(m)} (\cos 2(m-n+1)\beta \\
& + \cos 2(m+n-1)\beta) + {}^{(n)}F^{(m)} (\cos 2(m-n-1)\beta + \cos 2(m+n+1)\beta) \\
& \left. + {}^{(n)}G^{(m)} (\cos 2(m-n+2)\beta + \cos 2(m+n-2)\beta) \right] \quad (10)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\widehat{\beta\beta}_1 &= \frac{T}{2} - \frac{T}{2} \cos 2\beta - \frac{1}{2(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} \left[ A'^{(m)} \{ \cos 2(m-1)\beta + \cos 2(m+1)\beta \} + B'^{(m)} \cos 2m\beta \right. \\
& - C^{(m)} \{ \cos 2(m-2)\beta + \cos 2(m+2)\beta \} + \sum_{n=2}^{\infty} (2n-1) \left\{ \frac{{}^{(n)}D^{(m)}}{3} (\cos 2(m-n)\beta + \cos 2(m+n)\beta) \right. \\
& + \frac{{}^{(n)}E^{(m)}}{3} (\cos 2(m-n+1)\beta + \cos 2(m+n-1)\beta) - {}^{(n)}F^{(m)} (\cos 2(m-n-1)\beta + \cos 2(m+n+1)\beta) \\
& \left. - {}^{(n)}G^{(m)} (\cos 2(m-n+2)\beta + \cos 2(m+n-2)\beta) \right] \quad (11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\widehat{r\beta}_1 &= -\frac{T}{2} \sin 2\beta - \frac{1}{2(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} \left\{ A''^{(m)} \{ \sin 2(m-1)\beta + \sin 2(m+1)\beta \} \right. \\
& - C^{(m)} \{ \sin 2(m-2)\beta + \sin 2(m+2)\beta \} - \sum_{n=2}^{\infty} (2n-1) \left\{ \frac{{}^{(n)}D^{(m)}}{3} (\sin 2(m-n)\beta \right. \\
& + \sin 2(m+n)\beta) + \frac{{}^{(n)}E^{(m)}}{3} (\sin 2(m-n+1)\beta + \sin 2(m+n-1)\beta) \\
& + {}^{(n)}F^{(m)} (\sin 2(m-n-1)\beta + \sin 2(m+n+1)\beta) + {}^{(n)}G^{(m)} (\sin 2(m-n+2)\beta \\
& \left. + \sin 2(m+n-2)\beta) \right\} \quad (12)
\end{aligned}$$

但し

$$\begin{aligned}
 A^{(m)} &\equiv \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ a_1^{(1)} \cdot a_1^{(m)} \frac{\lambda_1^3 - 1}{\lambda_1^2} - a_2^{(1)} \cdot a_2^{(m)} \frac{\lambda_1^3 - 1}{\lambda_2^2} \right\} \\
 B^{(m)} &\equiv \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ a_1^{(1)} \cdot a_1^{(m)} \frac{3(\lambda_1 + 1)(\lambda_1 - 1)^2}{2\lambda_1^2} - a_2^{(1)} \cdot a_2^{(m)} \frac{(\lambda_2 + 1)(\lambda_2 - 1)^2}{2\lambda_2^2} \right\} \\
 C^{(m)} &\equiv \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ a_1^{(1)} \cdot a_1^{(m)} \frac{(\lambda_1 + 1)^3}{4\lambda_1^2} - a_2^{(1)} \cdot a_2^{(m)} \frac{(\lambda_2 + 1)^3}{4\lambda_2^2} \right\} \\
 {}^{(n)}D^{(m)} &\equiv \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ a_1^{(2n-1)} \cdot a_1^{(m)} \frac{3(\lambda_1 - 1)(\lambda_1 + 1)^2}{4\lambda_1^2} - a_2^{(2n-1)} \cdot a_2^{(m)} \frac{3(\lambda_2 - 1)(\lambda_2 + 1)^2}{4\lambda_2^2} \right\} \\
 {}^{(n)}E &\equiv \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ a_1^{(2n-1)} \cdot a_1^{(m)} \frac{3(\lambda_1 + 1)(\lambda_1 - 1)^2}{4\lambda_1^2} - a_2^{(2n-1)} \cdot a_2^{(m)} \frac{3(\lambda_2 + 1)(\lambda_2 - 1)^2}{4\lambda_2^2} \right\} \\
 {}^{(n)}F &\equiv \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ a_1^{(2n-1)} \cdot a_1^{(m)} \frac{(\lambda_1 + 1)^3}{4\lambda_1^2} - a_2^{(2n-1)} \cdot a_2^{(m)} \frac{(\lambda_2 + 1)^3}{4\lambda_2^2} \right\} \\
 {}^{(n)}G &\equiv \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ a_1^{(2n-1)} \cdot a_1^{(m)} \frac{(\lambda_1 - 1)^3}{4\lambda_1^2} - a_2^{(2n-1)} \cdot a_2^{(m)} \frac{(\lambda_2 - 1)^3}{4\lambda_2^2} \right\} \\
 A' &\equiv \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ a_1^{(1)} \cdot a_1^{(m)} \frac{\lambda_1 - 1}{\lambda_1} - a_2^{(1)} \cdot a_2^{(m)} \frac{\lambda_2 - 1}{\lambda_2} \right\} \\
 A'' &\equiv \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ a_1^{(1)} \cdot a_1^{(m)} \frac{(\lambda_1 - 1)(\lambda_1^2 + 1)}{2\lambda_1^2} - a_2^{(1)} \cdot a_2^{(m)} \frac{(\lambda_2 - 1)(\lambda_2^2 + 1)}{2\lambda_2^2} \right\} \\
 B' &\equiv \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ a_1^{(1)} \cdot a_1^{(m)} \frac{(\lambda_1 + 1)(\lambda_1 - 1)^2}{2\lambda_1^2} - a_2^{(1)} \cdot a_2^{(m)} \frac{(\lambda_2 + 1)(\lambda_2 - 1)^2}{2\lambda_2^2} \right\}
 \end{aligned}$$

次に  $x$ ,  $y$  方向の変位を  $u_{x1}$ ,  $u_{y1}$  とすると

$$\left. \begin{aligned}
 E_x \cdot u_{x1} &= \frac{1}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} R \left\{ \frac{\lambda_1^2 + \nu_x}{\lambda_1^2} F_1'(z_1) - \frac{\lambda_2^2 + \nu_x}{\lambda_2^2} F_2'(z_2) \right\} \\
 E_x \cdot u_{y1} &= \frac{-1}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} \text{Im} \left\{ \frac{\lambda_2^2 + \nu_x}{\lambda_1} F_1'(z_1) - \frac{\lambda_1^2 + \nu_x}{\lambda_2} F_2'(z_2) \right\}
 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

であるから計算すると

$$\left. \begin{aligned}
 u_{x1} &= \frac{1}{E_x(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} \left[ \frac{\lambda_1^2 + \nu_x}{\lambda_1^2} \left\{ \lambda_1^2 T \cos \beta + c_1 + \sum_{n=1}^{\infty} a_1^{(2n-1)} \cos(2n-1)\beta \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{\lambda_2^2 + \nu_x}{\lambda_2^2} \left\{ \lambda_2^2 T \cos \beta + c_2 + \sum_{n=1}^{\infty} a_2^{(2n-1)} \cos(2n-1)\beta \right\} \right] \\
 u_{y1} &= \frac{-1}{E_x(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} \left[ \frac{\lambda_2^2 + \nu_x}{\lambda_1} \left\{ \lambda_1^3 T \sin \beta + d_1 - \sum_{n=1}^{\infty} a_1^{(2n-1)} \sin(2n-1)\beta \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{\lambda_1^2 + \nu_x}{\lambda_2} \left\{ \lambda_2^3 T \sin \beta + d_2 - \sum_{n=1}^{\infty} a_2^{(2n-1)} \sin(2n-1)\beta \right\} \right]
 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

しかして半径及びこれに直角な方向の変位を  $u_{r1}$ ,  $u_{\beta 1}$  とすると

$$\left. \begin{aligned}
 u_{r1} &= u_{x1} \cos \beta + u_{y1} \sin \beta \\
 u_{\beta 1} &= -u_{x1} \sin \beta + u_{y1} \cos \beta
 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

である。従つて

$$\left. \begin{aligned}
 u_{r1} &= \frac{1}{E_x(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} \left[ (\lambda_1^2 + \nu_x) \left\{ \frac{1}{2} T (1 + \lambda_2^2) + \frac{c_1}{\lambda_1^2} \cos \beta + \frac{d_2}{\lambda_2} \sin \beta + \frac{1}{2} T (1 - \lambda_2^2) \cos 2\beta \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{a_1^{(2n-2)}}{\lambda_1^2} - \frac{a_2^{(2n-1)}}{\lambda_2} \right) \cos 2(n-1)\beta + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{a_1^{(2n-1)}}{\lambda_2} + \frac{a_2^{(2n-1)}}{\lambda_1} \right) \cos 2n\beta \right\} \right. \\
 &\quad \left. - (\lambda_2^2 + \nu_x) \left\{ \frac{1}{2} T (1 + \lambda_1^2) + \frac{c_2}{\lambda_2^2} \cos \beta + \frac{d_1}{\lambda_1} \sin \beta + \frac{1}{2} T (1 - \lambda_1^2) \cos 2\beta \right\} \right]
 \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left( -\frac{a_1}{\lambda_1} + \frac{a_2}{\lambda_2} \right) \cos 2(n-1)\beta + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{a_1}{\lambda_1} + \frac{a_2}{\lambda_2} \right) \cos 2n\beta \Big\} \\
 u_{\beta 1} = & \frac{-1}{E_x (\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} \left[ (\lambda_1^2 + \nu_x) \left\{ \frac{c_1}{\lambda_1^2} \sin \beta - \frac{d_2}{\lambda_2} \cos \beta + \frac{1}{2} T (1 - \lambda_2^2) \sin 2\beta \right. \right. \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left( -\frac{a_1}{\lambda_1} + \frac{a_2}{\lambda_2} \right) \sin 2(n-1)\beta + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{a_1}{\lambda_1} + \frac{a_2}{\lambda_2} \right) \sin 2n\beta \Big\} \\
 & - (\lambda_2^2 + \nu_x) \left\{ \frac{c_2}{\lambda_2^2} \sin \beta - \frac{d_1}{\lambda_1} \cos \beta + \frac{1}{2} T (1 - \lambda_1^2) \sin 2\beta \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{a_1}{\lambda_1} - \frac{a_2}{\lambda_2} \right) \sin 2(n-1)\beta + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{a_1}{\lambda_1} + \frac{a_2}{\lambda_2} \right) \sin 2n\beta \right\} \right] \quad (16)
 \end{aligned}$$

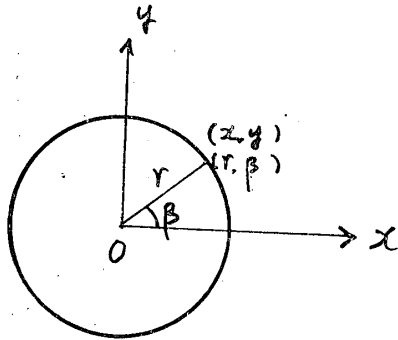
上式から明らかのように

$$c_1 = c_2 = 0, \quad d_1 = d_2 = 0 \quad (17)$$

### III. ボルト側

次にボルトについて考える。(第2図)

基礎方程式\*



第 2 図

従つて孔縁  $r=1$  における応力は

$$\widehat{r r}_2 = 2M_0 - \sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} \{L_n \cdot n(n-1) + M_n \cdot (n+1)(n-2)\} \cos n\beta \quad (21)$$

$$\widehat{\beta \beta}_2 = 2M_0 + \sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} \{L_n \cdot n(n-1) + M_n \cdot (n+1)(n+2)\} \cos n\beta \quad (22)$$

$$\widehat{r \beta}_2 = \sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} \{L_n \cdot n(n-1) + M_n \cdot n(n+1)\} \sin n\beta \quad (23)$$

となる。半径及びこれに直角な方向の変位を、 $u_{r2}$ 、 $u_{\beta 2}$  とすると、上の応力成分を Hooke's law にいれて歪成分を求め、これを積分すると

$$\begin{aligned}
 u_{r2} &= \frac{1}{E} \left[ 2(1-\nu)M_0 - \sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} \{L_n \cdot n(1+\nu) + M_n \cdot (n-2 + (n+2)\nu)\} \cos n\beta \right] \\
 u_{\beta 2} &= \frac{1}{E} \left[ \sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} \{L_n \cdot n(1+\nu) + M_n \cdot (n+4 + n\nu)\} \sin n\beta \right] \quad (24)
 \end{aligned}$$

但し

$E$  : ボルトのヤング率

$\nu$  : ボルトのポアソン比

### III. 境界条件

ここで境界条件を考える。引張つた後の変形\*

$$*\nabla^4 \chi' = 0 \quad (18)$$

$$\text{但し } \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

この一般解として

$$\chi' (r, \beta) = L_0 \log r + M_0 r^2 + \sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} \{L_n r^n + M_n r^{n+2} + L'_n r^{-n} + M'_n r^{-n+2}\} \cos n\beta \quad (19)$$

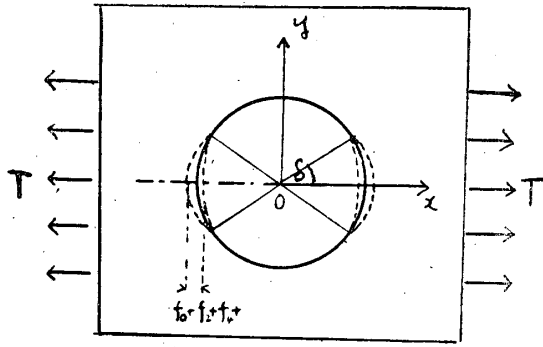
但し  $L_0, M_0, L_n, M_n, L'_n, M'_n$  は任意の常数でこの場合  $L'_n = M'_n = 0$

そうすると応力は

$$\begin{aligned}
 \widehat{r r}_2 &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \chi'}{\partial \beta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \chi'}{\partial r} \\
 \widehat{\beta \beta}_2 &= \frac{\partial^2 \chi'}{\partial r^2} \\
 \widehat{r \beta}_2 &= -\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \chi'}{\partial \beta} \right) \quad (20)
 \end{aligned}$$

\*は第3図の如くであると仮定する。

1. 先づ孔とボルトとが引張つた後に、はなれていても、くつついていても応力は孔の境界で連続的に変つてはるはずであるから



第 3 図

$$r = 1 \text{ で } \left. \begin{aligned} \widehat{rr}_1 &= \widehat{rr}_2 \\ \widehat{r\beta}_1 &= \widehat{r\beta}_2 \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

2.  $\beta$  方向の変位は negligible small として※ 以上これらの条件から

$$\begin{aligned} T - \frac{1}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} & \left[ \frac{a_1^{(1)}}{\lambda_1^2} \{a_1^{(1)}(\lambda_1^3 - 1) + \frac{a_1^{(2)}}{4}(\lambda_1 + 1)^3\} - \frac{a_2^{(1)}}{\lambda_2^2} \{a_2^{(1)}(\lambda_2^3 - 1) + \frac{a_2^{(2)}}{4}(\lambda_2 + 1)^3\} \right. \\ & + \frac{a_1^{(3)}}{4\lambda_1^2} \{9a_1^{(1)}(\lambda_1 + 1)(\lambda_1 - 1)^2 + 9a_1^{(2)}(\lambda_1 - 1)(\lambda_1 + 1)^2 + 3a_1^{(3)}(\lambda_1 + 1)^3\} - \frac{a_2^{(3)}}{4\lambda_2^2} \{9a_2^{(1)}(\lambda_2 + 1)(\lambda_2 - 1)^2 \\ & + 9a_2^{(2)}(\lambda_2 - 1)(\lambda_2 + 1)^2 + 3a_2^{(3)}(\lambda_2 + 1)^3\} + \frac{a_1^{(5)}}{4\lambda_1^2} \{5a_1^{(1)}(\lambda_1 - 1)^3 + 15a_1^{(2)}(\lambda_1 + 1)(\lambda_1 - 1)^3 \\ & + 15a_1^{(3)}(\lambda_1 - 1)(\lambda_1 + 1)^2\} - \frac{a_2^{(5)}}{4\lambda_2^2} \{5a_2^{(1)}(\lambda_2 - 1)^3 + 15a_2^{(2)}(\lambda_2 + 1)(\lambda_2 - 1)^3 + 15a_2^{(3)}(\lambda_2 - 1)(\lambda_2 + 1)^2\} \\ & \left. + \dots \right] = 4M_0 \\ T - \frac{1}{4(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} & \left[ \frac{a_1^{(1)}}{\lambda_1^2} \{a_1^{(1)}(11\lambda_1^3 - 3\lambda_1^2 - 3\lambda_1 + 3) + a_1^{(2)}(\lambda_1^3 - 1) + a_1^{(3)}(\lambda_1 + 1)^3\} \right. \\ & - \frac{a_2^{(1)}}{\lambda_2^2} \{a_2^{(1)}(11\lambda_2^3 - 3\lambda_2^2 - 3\lambda_2 + 3) + a_2^{(2)}(\lambda_2^3 - 1) + a_2^{(3)}(\lambda_2 + 1)^3\} + \frac{a_1^{(3)}}{\lambda_1^2} \\ & \{3a_1^{(1)}(\lambda_1 - 1)(5\lambda_1^2 + 2\lambda_1 + 5) + 12a_1^{(2)}(\lambda_1 + 1)(\lambda_1^2 - \lambda_1 + 1) + 9a_1^{(3)}(\lambda_1 - 1)(\lambda_1 + 1)^2\} \\ & - \frac{a_2^{(3)}}{\lambda_2^2} \{3a_2^{(1)}(\lambda_2 - 1)(5\lambda_2^2 + 2\lambda_2 + 5) + 12a_2^{(2)}(\lambda_2 + 1)(\lambda_2^2 - \lambda_2 + 1) + 9a_2^{(3)}(\lambda_2 - 1)(\lambda_2 + 1)^2\} \\ & + \frac{a_1^{(5)}}{\lambda_1^2} \{15a_1^{(1)}(\lambda_1 + 1)(\lambda_1 - 1)^2 + 20a_1^{(2)}(\lambda_1 - 1)(\lambda_1^2 + \lambda_1 + 1) + 20a_1^{(3)}(\lambda_1 + 1)(\lambda_1^2 - \lambda_1 + 1)\} \\ & - \frac{a_2^{(5)}}{\lambda_2^2} \{15a_2^{(1)}(\lambda_2 + 1)(\lambda_2 - 1)^2 + 20a_2^{(2)}(\lambda_2 - 1)(\lambda_2^2 + \lambda_2 + 1) + 20a_2^{(3)}(\lambda_2 + 1)(\lambda_2^2 - \lambda_2 + 1)\} \\ & \left. + \dots \right] = -2L_2 \\ - \frac{1}{4(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} & \left[ \frac{a_1^{(1)}}{\lambda_1^2} \{a_1^{(2)}(\lambda_1 + 1)(7\lambda_1^2 - 10\lambda_1 + 7) + a_1^{(3)}(\lambda_1^3 - 1)\} \right. \\ & - \frac{a_2^{(1)}}{\lambda_2^2} \{a_2^{(2)}(\lambda_2 + 1)(7\lambda_2^2 - 10\lambda_2 + 7) + a_2^{(3)}(\lambda_2^3 - 1)\} \\ & + \frac{a_1^{(3)}}{\lambda_1^2} \{12a_1^{(1)}(\lambda_1 + 1)(\lambda_1^2 - \lambda_1 + 1) + 6a_1^{(2)}(\lambda_1 - 1)^3 + a_1^{(3)}(\lambda_1 + 1)(\lambda_1 - 1)^2\} \\ & - \frac{a_2^{(3)}}{\lambda_2^2} \{12a_2^{(1)}(\lambda_2 + 1)(\lambda_2^2 - \lambda_2 + 1) + 6a_2^{(2)}(\lambda_2 - 1)^3 + 9a_2^{(3)}(\lambda_2 + 1)(\lambda_2 - 1)^2\} \\ & \left. + \frac{a_1^{(1)}}{\lambda_1^2} \{20a_1^{(1)}(\lambda_1 - 1)(\lambda_1^2 + \lambda_1 + 1) + 5a_1^{(2)}(\lambda_1 + 1)^3 + 5a_1^{(3)}(\lambda_1 - 1)^3\} \right] \end{aligned}$$

$$\ast \ast u_{\beta 2} - u_{\beta 1} = 0 \quad (26)$$

3.  $r$  方向の変位は孔とボルトとの間に隙間ができると考えているから

$$u_{r2} - u_{r1} = f(\beta) \quad (27)$$

とおいて、この  $f(\beta)$  を他の条件から求める。

又  $u_r$  は  $\beta$  に関して偶関数であり

$$f(\beta) = f(\pi - \beta)$$

であるから

$$u_{r2} - u_{r1} = f(\beta) = \sum_{m=1}^{\infty} F_{2m} \cos 2m\beta = U \quad (28)$$

とおくことができる。するとこの場合  $F_{2m}$  を求めればよいことになる。

以上これらの条件から

$$\begin{aligned}
& - \frac{a_2^{(5)}}{\lambda_2^2} \left\{ 20a_2^{(1)}(\lambda_2-1)(\lambda_2^2+\lambda_2+1) + 5a_2^{(2)}(\lambda_2+1)^3 + 5a_2^{(3)}(\lambda_2-1)^3 \right\} + \dots \left. \right] \\
& = - (12L_4 + 10M_4) \\
- T & - \frac{1}{4(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} \left[ \frac{a_1^{(1)}}{\lambda_1^2} \left\{ a_1^{(1)}(\lambda_1+1)^3 - 2a_1^{(2)}(\lambda_1-1)(\lambda_1^2+1) - a_1^{(3)}(\lambda_1+1)^3 \right\} \right. \\
& - \frac{a_2^{(1)}}{\lambda_2^2} \left\{ a_2^{(1)}(\lambda_2+1)^3 - 2a_2^{(2)}(\lambda_2-1)(\lambda_2^2+1) - a_2^{(3)}(\lambda_2+1)^3 \right\} \\
& + \frac{a_1^{(3)}}{\lambda_1^3} \left\{ 3a_1^{(1)}(\lambda_1-1)(\lambda_1+1)^2 + 12a_1^{(2)}(\lambda_1+1)\lambda_1 - 3a_1^{(3)}(\lambda_1-1)(\lambda_1+1)^2 \right\} \\
& - \frac{a_2^{(3)}}{\lambda_2^3} \left\{ 3a_2^{(1)}(\lambda_2-1)(\lambda_2+1)^2 + 12a_2^{(2)}(\lambda_2+1)\lambda_2 - 3a_2^{(3)}(\lambda_2-1)(\lambda_2+1)^2 \right\} \\
& + \frac{a_1^{(5)}}{\lambda_1^2} \left\{ 5a_1^{(1)}(\lambda_1+1)(\lambda_1-1)^2 + 20a_1^{(2)}(\lambda_1-1)\lambda_1 + 20a_1^{(3)}(\lambda_1+1)\lambda_1 \right\} \\
& - \frac{a_2^{(5)}}{\lambda_2^2} \left\{ 5a_2^{(1)}(\lambda_2+1)(\lambda_2-1)^2 + 20a_2^{(2)}(\lambda_2-1)\lambda_2 + 20a_2^{(3)}(\lambda_2+1)\lambda_2 \right\} \\
& + \dots \left. \right] = 2L_2 + 6M_2 \\
& \frac{1}{4(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} \left[ \frac{2a_1^{(1)}}{\lambda_1^2} \left\{ a_1^{(1)}(\lambda_1-1)(\lambda_1^2+1) + a_1^{(3)}(\lambda_1-1)(\lambda_1^2+1) \right\} \right. \\
& - \frac{2a_2^{(1)}}{\lambda_2^2} \left\{ a_2^{(1)}(\lambda_2-1)(\lambda_2^2+1) + a_2^{(3)}(\lambda_2-1)(\lambda_2^2+1) \right\} \\
& - \frac{a_1^{(3)}}{\lambda_1^2} \left\{ 12a_1^{(1)}(\lambda_1+1)\lambda_1 + 3a_1^{(3)}(\lambda_1+1)(\lambda_1-1)^2 \right\} \\
& + \frac{a_2^{(3)}}{\lambda_2^2} \left\{ 12a_2^{(1)}(\lambda_2+1)\lambda_2 + 3a_2^{(3)}(\lambda_2+1)(\lambda_2-1)^2 \right\} \\
& - \frac{a_1^{(5)}}{\lambda_1^2} \left\{ 20a_1^{(1)}(\lambda_1-1)\lambda_1 + 5a_1^{(2)}(\lambda_1+1)^3 - 5a_1^{(3)}(\lambda_1-1)^3 \right\} \\
& + \frac{a_2^{(5)}}{\lambda_2^2} \left\{ 20a_2^{(1)}(\lambda_2-1)\lambda_2 + 5a_2^{(2)}(\lambda_2+1)^3 - 5a_2^{(3)}(\lambda_2-1)^3 \right\} \\
& + \dots \left. \right] = 12L_4 + 20M_4 \\
& \frac{1}{4(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} \left[ \frac{a_1^{(1)}}{\lambda_1^2} \left\{ a_1^{(1)}(\lambda_1+1)^3 + 2a_1^{(2)}(\lambda_1-1)(\lambda_1^2+1) \right\} \right. \\
& - \frac{a_2^{(1)}}{\lambda_2^2} \left\{ a_2^{(1)}(\lambda_2+1)^3 + 2a_2^{(2)}(\lambda_2-1)(\lambda_2^2+1) \right\} \\
& + \frac{3a_1^{(3)}}{\lambda_1^2} \left\{ a_1^{(1)}(\lambda_1-1)(\lambda_1+1)^2 + a_1^{(2)}(\lambda_1+1)(\lambda_1-1)^2 \right\} \\
& - \frac{3a_2^{(3)}}{\lambda_2^2} \left\{ a_2^{(1)}(\lambda_2-1)(\lambda_2+1)^2 + a_2^{(2)}(\lambda_2+1)(\lambda_2-1)^2 \right\} \\
& - \frac{5a_1^{(5)}}{\lambda_1^2} \left\{ 4a_1^{(1)}(\lambda_1+1)\lambda_1 - a_1^{(2)}(\lambda_1-1)^3 \right\} \\
& + \frac{5a_2^{(5)}}{\lambda_2^2} \left\{ 4a_2^{(1)}(\lambda_2+1)\lambda_2 - a_2^{(2)}(\lambda_2-1)^3 \right\} + \dots \left. \right] \\
& = 30L_6 + 42M_6 = 0 \\
& \frac{1}{E_x(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} \left[ \frac{\lambda_1^2 + \nu_x}{2} \left\{ T(1 + \lambda_2^2) + \left( \frac{a_1^{(1)}}{\lambda_1^2} - \frac{a_2^{(1)}}{\lambda_2^2} \right) \right\} - \frac{\lambda_2^2 + \nu_x}{2} \left\{ T(1 + \lambda_1^2) + \left( -\frac{a_1^{(1)}}{\lambda_1^2} + \frac{a_2^{(1)}}{\lambda_2^2} \right) \right\} \right] \\
& - \frac{2(1-\nu)}{E} M_0 = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{E_x(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} \left[ \frac{\lambda_1^2 + \nu_x}{2} \left\{ T(1 - \lambda_2^2) + \left( \frac{a_1^{(1)}}{\lambda_1^2} + \frac{a_2^{(1)}}{\lambda_2^2} \right) + \left( \frac{a_1^{(3)}}{\lambda_1^2} - \frac{a_2^{(3)}}{\lambda_2^2} \right) \right\} \right. \\
& \quad \left. - \frac{\lambda_2^2 + \nu_x}{2} \left\{ T(1 - \lambda_1^2) + \left( \frac{a_1^{(1)}}{\lambda_1^2} + \frac{a_2^{(1)}}{\lambda_2^2} \right) + \left( -\frac{a_1^{(3)}}{\lambda_1^2} + \frac{a_2^{(3)}}{\lambda_2^2} \right) \right\} \right] \\
& \quad + \frac{2(1+\nu)}{E} L_2 + \frac{4\nu}{E} M_2 = F_2 \\
& \frac{1}{E_x(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} \left[ \frac{\lambda_1^2 + \nu_x}{2} \left\{ \left( \frac{a_1^{(3)}}{\lambda_1^2} + \frac{a_2^{(3)}}{\lambda_2^2} \right) + \left( \frac{a_1^{(5)}}{\lambda_1^2} - \frac{a_2^{(5)}}{\lambda_2^2} \right) \right\} \right. \\
& \quad \left. - \frac{\lambda_2^2 + \nu_x}{2} \left\{ \left( \frac{a_1^{(3)}}{\lambda_1^2} + \frac{a_2^{(3)}}{\lambda_2^2} \right) + \left( -\frac{a_1^{(5)}}{\lambda_1^2} + \frac{a_2^{(5)}}{\lambda_2^2} \right) \right\} \right] \\
& \quad + \frac{4(1+\nu)}{E} L_4 + \frac{2(1+3\nu)}{E} M_4 = F_4 \\
& \frac{-1}{E_x(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} \left[ \frac{\lambda_1^2 + \nu_x}{2} \left\{ T(1 - \lambda_2^2) + \left( \frac{a_1^{(1)}}{\lambda_1^2} + \frac{a_2^{(1)}}{\lambda_2^2} \right) + \left( -\frac{a_1^{(3)}}{\lambda_1^2} + \frac{a_2^{(3)}}{\lambda_2^2} \right) \right\} \right. \\
& \quad \left. - \frac{\lambda_2^2 + \nu_x}{2} \left\{ T(1 - \lambda_1^2) + \left( \frac{a_1^{(1)}}{\lambda_1^2} + \frac{a_2^{(1)}}{\lambda_2^2} \right) + \left( \frac{a_1^{(3)}}{\lambda_1^2} - \frac{a_2^{(3)}}{\lambda_2^2} \right) \right\} \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{E} \{ 2(1+\nu)L_2 + 3(2+\nu)M_2 \} = 0 \right. \\
& \frac{-1}{E_x(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} \left[ \frac{\lambda_1^2 + \nu_x}{2} \left\{ \left( \frac{a_1^{(3)}}{\lambda_1^2} + \frac{a_2^{(3)}}{\lambda_2^2} \right) + \left( -\frac{a_1^{(5)}}{\lambda_1^2} + \frac{a_2^{(5)}}{\lambda_2^2} \right) \right\} \right. \\
& \quad \left. - \frac{\lambda_2^2 + \nu_x}{2} \left\{ \left( \frac{a_1^{(3)}}{\lambda_1^2} + \frac{a_2^{(3)}}{\lambda_2^2} \right) + \left( \frac{a_1^{(5)}}{\lambda_1^2} - \frac{a_2^{(5)}}{\lambda_2^2} \right) \right\} \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{E} \{ 4(1+\nu)L_4 + 4(2+\nu)M_4 \} = 0 \right. \tag{29}
\end{aligned}$$

以上(29)式は $a_1^{(2n-1)}$ ,  $a_2^{(2n-1)}$ , ( $n=1 \sim \infty$ ),  $L_n$ ,  $M_n$  ( $n=0, 2, 4, \dots, \infty$ ) に関してそれぞれ無限個の聯立方程式が成立する。そこでここでは $a_1^{(2n-1)}$ ,  $a_2^{(2n-1)}$  については $n=3$ まで,  $L_n, M_n$  については $n=4$ まで, (又 $\alpha^{(m)}$ については $m=3$ まで,  $F_{2m}$ については $m=2$ まで) とつて, あとは negligible small と仮定した。

即ち未知数は $a_1^{(1)}$ ,  $a_2^{(1)}$ ,  $a_1^{(3)}$ ,  $a_2^{(3)}$ ,  $a_1^{(5)}$ ,  $a_2^{(5)}$ ,  $M_0$ ,  $M_2$ ,  $M_4$ ,  $L_2$ ,  $L_4$  として  $F_2$ ,  $F_4$  について解くと(29)式は未知数11個に対して式が11式あるから完全に解けることになる。これをこのまゝ解くことは非常に複雑な計算となる\*

$$\left. \begin{aligned}
\widehat{r\alpha} &= 2\psi_0(T, F_{2m}) - 2\phi_2(T, F_{2m}) \cos 2\beta - \{ 12\phi_4(T, F_{2m}) + 10\psi_4(T, F_{2m}) \} \\
& \quad \cos 4\beta + \dots = R_1 \\
\widehat{r\beta} &= \{ 2\phi_2(T, F_{2m}) + 6\psi_2(T, F_{2m}) \} \sin 2\beta + \{ 12\phi_4(T, F_{2m}) + 20\psi_4(T, F_{2m}) \} \\
& \quad \sin 4\beta + \dots = S_1
\end{aligned} \right\} \tag{31}$$

となる。

ところで板をTで引張つたとき $\beta = \delta$ まで開いたとすると(第3図参照)

$$-\delta \leq \beta \leq \delta, \quad \pi - \delta \leq \beta \leq \pi + \delta \text{ では} \\
\widehat{r\alpha} = 0, \quad \widehat{r\beta} = 0 \tag{32}$$

それ以外のところでは

$$\widehat{r\alpha} = R_1, \quad \widehat{r\beta} = S_1 \tag{33}$$

\*ので、これはあとの数値計算のとき解くことにする。そうすると各未知数の形は

$$M_0 = {}_0T + \sum k_m F_{2m} \quad k_0, k_m: \text{常数}, m=1, 2 \\
= \psi_0(T, F_{2m}) \tag{30}$$

となる。同様に

$$M_2 = \psi_2(T, F_{2m}), \quad M_4 = \psi_4(T, F_{2m})$$

$$L_2 = \phi_2(T, F_{2m}), \quad L_4 = \phi_4(T, F_{2m}) \tag{30}'$$

となり未知数は全部求められることとなる。

そこで(10), (12)式或いは(21), (23)式において、今求めた(30), (30)'を代入することによつて孔縁における応力 $\widehat{r\alpha}$ ,  $\widehat{r\beta}$ は

という条件をみたさねばならない。即ち(32), (33)を満足するような函数R及びSをFourierの定理から求むればよく、その作ったものが再び $R_1, S_1$ に等しくなるように、未定であつた $F_{2m}$ を決定すればよい。

即ち



$$\left. \begin{aligned} R &= R_0 + \sum_{m=1}^{\infty} R_{2m} \cos 2m\beta \\ S &= \sum_{m=1}^{\infty} S_{2m} \sin 2m\beta \end{aligned} \right\} (34)$$

$$\left. \begin{aligned} R_0 &= \frac{1}{\pi} \int_{\delta}^{\pi-\delta} R_1 d\beta \\ R_{2m} &= \frac{2}{\pi} \int_{\delta}^{\pi-\delta} R \cos 2m\beta d\beta \\ S_{2m} &= \frac{2}{\pi} \int_{\delta}^{\pi-\delta} S_1 \sin 2m\beta d\beta \end{aligned} \right\} (34)'$$

但し\*

今  $2\phi_0 = A$ ,  $2\phi_2 = B$ ,  $12\phi_4 + 10\phi_4 = C$ ,  $2\phi_6 + 2\phi_2 = D$ ,  $12\phi_4 + 20\phi_4 = E$  とおくと

$$\left. \begin{aligned} R_0 &= A - \frac{2A}{\pi} \delta + \frac{B}{\pi} \sin 2\delta + \frac{C}{2\pi} \sin 4\delta \\ R_{2m} &= \frac{2}{\pi} \left\{ -\frac{A \sin 2m\delta}{m} + \frac{B \sin 2(m-1)\delta}{2(m-1)} + \frac{B \sin 2(m+1)\delta}{2(m+1)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{C \sin 2(m-2)\delta}{2(m-2)} + \frac{C \sin 2(m+2)\delta}{2(m+2)} \right\} \\ S_{2m} &= \frac{1}{\pi} \left\{ -\frac{D \sin 2(m-1)\delta}{2(m-1)} + \frac{D \sin 2(m+1)\delta}{2(m+1)} - \frac{E \sin 2(m-2)\delta}{2(m-2)} + \frac{E \sin 2(m+2)\delta}{2(m+2)} \right\} \end{aligned} \right\} (35)$$

従つて

$$\left. \begin{aligned} R &= A - \frac{2A}{\pi} \delta + \frac{B}{\pi} \sin 2\delta + \frac{C}{2\pi} \sin 4\delta + \left\{ -\frac{A \sin 4\delta}{\pi} + \frac{B \sin 2\delta}{\pi} + \frac{R \sin 6\delta}{3\pi} \right. \\ &\quad \left. + \frac{C \sin 8\delta}{4\pi} \right\} \cos 2\beta + \left\{ -\frac{A \sin 8\delta}{2\pi} + \frac{B \sin 6\delta}{3\pi} + \frac{B \sin 10\delta}{5\pi} + \frac{C \sin 4\delta}{2\pi} \right. \\ &\quad \left. + \frac{C \sin 12\delta}{6\pi} \right\} \cos 4\beta + \dots \\ S &= \left\{ -\frac{D \sin 2\delta}{2\pi} + \frac{D \sin 6\delta}{6\pi} + \frac{E \sin 8\delta}{8\pi} \right\} \sin 2\beta + \left\{ -\frac{D \sin 6\delta}{6\pi} + \frac{D \sin 10\delta}{10\pi} \right. \\ &\quad \left. - \frac{E \sin 4\delta}{4\pi} + \frac{E \sin 12\delta}{12\pi} \right\} \sin 4\beta + \dots \end{aligned} \right\} (36)$$

故に  $R = R_1$ ,  $S = S_1$  とおくことによつて  $F_{2m} = \varphi_{2m}(\delta)$  (37)

即ち  $F_{2m}$  を  $\delta$  で表わすことができる。

さて孔とボルトにおいては

$$u_{r2} - u_{r1} = U_1 = \begin{cases} f_0 + \sum_{n=1}^{\infty} f_{2n} \cos 2n\beta, & 0 \leq \beta \leq \delta; \pi - \delta \leq \beta \leq \pi \\ 0, & \delta \leq \beta \leq \pi - \delta \end{cases}$$

であるから応力の場合と全く同様に上の様な Fourier 級数を作ると

$$\left. \begin{aligned} 0 &= \frac{2}{\pi} \left\{ 2\delta f_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 2n\delta}{n} f_{2n} \right\} \\ F_{2i} &= \frac{2}{\pi} \left[ \frac{\sin 2i\delta}{i} f_0 + \left( \delta + \frac{\sin 4i\delta}{4} \right) f_{2i} + \frac{1}{2} \sum_{m=i}^{\infty} f_{2m} \left\{ \frac{\sin 2(m-i)\delta}{(m-i)} + \frac{\sin 2(m+i)\delta}{m+i} \right\} \right]_{i \geq 1} \end{aligned} \right\} (38)$$

となる。(38)を $\delta$ と $f_{2i}(i \geq 0)$ についてとくと、どこまでボルトがくつついているかという $\delta$ がわかり、又離れているところの有様 $f_{2i}(i \geq 0)$ 即ち $\beta=0$ のところでは $f_0 + f_2 + f_4 + \dots$ が離れている距離となる。尚計算の途中(37), (38)式においては $\frac{r}{EE_x}$  (但しこの場合 $r=1$ )の項が省略できる。

即ち $\delta$ は弾性係数にも引張応力にも孔の半径

にも無関係であり、孔とボルトとの離れる距離は孔の半径及び引張応力に比例し、弾性係数には逆比例することは等方性板の場合と全く同じく云える。

## V. 数値計算

1. 板 柏<sup>(5)</sup>の板で  $E_x = 58200 \text{ kg/cm}^2$ ,

$E_y = 21900 \text{ kg/cm}^2$

$\nu_x = 0.33, \nu_y = 0.12$

従つて  $\lambda_1=1.67$ ,  $\lambda_2=0.97$ とする。

## 2. ボルト

軟鋼で  $E=2000000\text{kg/cm}^2$ ,  $\nu=0.3$ とする。

## 3. 無限遠における引張力は単位張力とする。

以上によつて数値計算を行うと

$$\delta = 0.30\text{radian 即ち 約}18^\circ$$

$$F_2 = 0.0003, \quad F_4 = -0.00006$$

$$f_0 = 0.007, \quad f_2 = -0.005, \quad f_4 = 0.002$$

従つて板とボルトとのはなれる距離はボルトの直径を1とした場合

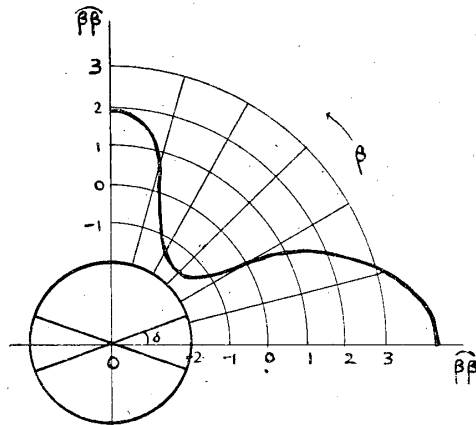
$$f_0 + f_2 + f_4 + \dots = 0.004$$

即ちボルトの直径(即ち孔の直径)の  $\frac{4}{1000}$ 位となる。そうすると

$$M_0 = 0.35, \quad M_2 = 0.22, \quad M_4 = 0.07$$

$$L_2 = -0.56, \quad L_4 = 0.02$$

これらの値を(22)式に代入すると周辺応力が求まる。(第4図)



第 8 図

## VI. 結 論

先づ周辺応力分布をみると、この応力傾向は筆者の“円孔を有する直交異方性板の孔縁の補強について第1報十字棒を当てた場合<sup>(1)</sup>”における十字棒を引張り方向に直角にあてたときと全く同一である。即ち  $\beta=0$  の近くに大きな引張り応力が表われ  $\beta=30^\circ \sim 45^\circ$  にかけて圧縮応力が表われている。又その際言つたように木のような板にこれとヤング率を大きく異にする軟鋼のような棒をあてた場合は、有効どころか有害になると結論したが、この場合も全くそういうことが云える。

又  $\delta$  は弾性係数に無関係であることに先にふ

れたが最上博士の等方性板の論文で  $u_{\beta 2} - u_{\beta 1} = V \sin 2m\beta$  とおいて計算してみると、大体  $\delta=20^\circ$  位になる。筆者のは近似計算であるから、その結論も正しいことになる。尚  $u_{\beta 2} - u_{\beta 1} = V \sum_{m=1}^{\infty} G_{2m} \sin 2m\beta$  とおいてこれを Fourier に展開するのが全く正しい方法であるが、そうすると未知数がまた増えてそのため条件式は木板の歪エネルギー  $-W$  を求めてそれを最小におけばよい即ち  $\frac{\partial W}{\partial G_{2m}} = 0$  とおくのであるが数学的に極めて難解であるのでここではこれを0とおいて近似した。数値計算の結果から言つてもこれは差し支えないと思う。

又今迄は  $\delta=0$ ,  $u_{r2} - u_{r1} = 0$  即ち  $F_{2m} = 0$  とおいて一般にとかれているが、板とボルトとの距離が孔の直径の  $\frac{4}{1000}$  位であるから近似的に  $u_{r2} - u_{r1} \approx 0$  とおいても差し支えない様に思うが、それにしても、わずかながらの隙間が両側に約  $40^\circ$  もできるわけである。

尚本論文の係数整理その他の数値計算に機械科学生宮内永和君の労を煩わした。深く感謝する次第である。

## 参考文献

- (1) 野村： 内圧又は剪断力をうける直交異方性板の応力について、山口大学工学部学報 5巻1号P. 5.
- 野村： 円孔を有する直交異方性板の孔縁の補強について(第1報十字棒で補強した場合) 機械学会論文集第20巻91号P. 167.
- 野村： 第2報、第3報孔縁材をはめて補強した場合、昭和28年11月、昭和29年4月日本機械学会京阪神大会及び定期東京大会にて発表.
- (2) 姉沢克雄、西村源太郎、航空研究所報告第68号 谷本勉之助、土木学会誌第25巻6号P. 621
- (3) 末広恭二、機械学会誌第17巻34号P. 62 横田成年、東京数学物理学会記事8 (1915) P. 33
- (4) 最上武雄、土木学会誌 第25巻4号P. 329, 12号 P. 1389
- (5) J. Stamer und H. Sieglerschmidt, Formänderungen der Hölzer., Z.V.D.I. P. 503