

## 射影幾何学法によるパターンの正規化

鳥岡豊士\*・高橋秀樹\*\*

## A Method of the Normalization by the Use of Projective Geometry

Toyoshi TORIOKA and Hideki TAKAHASHI

## Abstract

It is well known that the normalization of a pattern is very important in pattern recognition. There are some papers which have been published about a method of the normalization, but no powerful method for this procedure. For this cause, a explanation is given to a improved and powerful method for the normalization by the use of projective geomerty. The basic conception of this method have been proposed by G. Nagy, et. al. in 1970 and applied to a quantized pattern without thinning procedure. In our method, this is applied to thinned pattern and normalized. Moreover, the normalized pattern is lowered in dimension and reduced in size.

As the result of this procedure, we can conjecture that the obtained pattern is better than earlier methods and that the memory capacity is saved in computer oriented pattern recognition.

Computer-simulated experiments are carried into effect in order to test the usefulness of the present method and some results are shown.

## 1. 前 が き

手書き文字認識において、文字の歪み（回転、位置ずれ、太さ）を修正して正規化することが大変重要である。正規化については、1970年に山本<sup>1)</sup>、1972年に久保田<sup>2)</sup>、1974年に迫江<sup>3)</sup>らが発表しているが、どれも一長一短がある。我々は射影幾何学<sup>4)</sup>を用いた正規化を行なった。この射影幾何学を用いた正規化方法については、1970年に G. Nagy<sup>5)</sup>らが、ある程度の太さをもち入力パターンの次元が大きいものについてすでに発表している。我々はこれを線要素、即ち細めが完全に済んでいる文字パターンについて行なった。

射影幾何学を用いた正規化方法は、文字パターンを四辺形で囲み、その四辺形を正方形に直すことにより文字パターンを正規化する方法である。従って、文字パターンの一部は拡大、一部は縮小されることになる。この為に入力パターンの連結性を正規化後のパターンにおいても、十分保つことが重要である。入力パターンの歪みが小さい場合は、連結性が失なわれることは

少ないが、歪みが大きくなった場合は不連続部が現われてくる。そこで我々はこの連結性を十分に考慮した。我々の方法ではまず入力パターンが細めされた原パターンに処理され、次にこのパターンを正規化するのであるから、パターンの連結性は各メッシュの八近傍のメッシュのうち、多くて四つのメッシュ、小なくて一つのメッシュを考慮すれば十分である。この連結性については、1970年に A. Rösenfeld<sup>6)</sup>、1973年に横井<sup>7)</sup>らが発表している。

射影幾何学を用いた正規化によれば、パターンの拡大、縮小は簡単に得られるが、我々は正規化されたパターンを低次元のパターンに変換した。ここでパターンの縮小を行なう目的は、認識の段階でパターンを記憶する次元を小さくし、記憶容量の少ないミニコンピュータでも十分に認識が行なえる様にするることである。我々は後にテンプレートをを用いた標準パターンを作成し認識を行なうつもりであるが、本論文ではそこまでは立ち入らない。

次に細めであるがこれについてはすでに、1970年に山本<sup>1)</sup>、1974年に原<sup>8)</sup>らのものがあるが、我々は山本らの方法を採用した。彼らの方法とは3×3のメッシュを基本とした並列細めである。原の細め方法は正方

\* 工業短期大学部電気工学科

\*\* 工学部電気工学科大学院

形マトリックスパターンには不適當である。

2.射影幾何学を用いた正規化方法

2.1 入力パターン

一般に入力パターン（平面図形）を  $N \times N$  次元の量子化されたマトリックスで表示すると、各要素は、

$$A(i, j) = \begin{cases} 0 & (\text{余白部}) \\ 1 & (\text{文字上の点}) \end{cases} \dots\dots\dots(1)$$

$$1 \leq i, j \leq N.$$

但し、 $N$ :メッシュの数。

と表わされ、黒点の集合で入力パターンが表わされる。ここでは対象パターンとして、手書きの数字を入力パターンと考える。Fig. 1-(a) に入力パターンを示す。

2.2 原パターン

原パターンは、入力パターンを太さ1のパターンに細めたものであり、細めの手続きにより(2)の様に処理される。

$$B(i, j) = \begin{cases} 0 & (\text{余白部}) \\ 1 & (\text{文字上の点}) \end{cases} \dots\dots\dots(2)$$

$$1 \leq i, j \leq N.$$

但し、 $N$ :メッシュの数。

この原パターンは射影幾何学を用いた正規化を行なう時の入力パターンとなる。Fig. 1-(b) にこの原パターンを示す。

2.3 射影幾何学を用いた正規化方法の原理

直線  $l$  上の四つの点  $A, B, C, D$  を直線  $l'$  上の  $A', B', C', D'$  に射影する時 (Fig. 2 を参照), 複比

$$n = \frac{CA}{CB} / \frac{DA}{DB} \dots\dots\dots(3)$$

は不変であるから、

$$\frac{CA}{CB} / \frac{DA}{DB} = \frac{C'A'}{C'B'} / \frac{D'A'}{D'B'} \dots\dots\dots(4)$$

となる。又  $A, B, C, D$  の順での複比を(5)式の様に表示することにする。

$$n = (ABCD) \dots\dots\dots(5)$$

次に Fig. 3-(a) に示した四辺形  $OAEB$  を考える。 $M$  は四辺形内の任意の点である。 $C$  は直線  $BE$  と直線  $OA$  の交点であり、 $D$  は直線  $OB$  と直線  $AE$  の交点である。直線  $OA$  と直線  $MD$  の交点を  $X$  とする。又直線  $BO$  と直線  $CM$  の交点を  $Y$  とし、直線  $AE$  と直線  $CM$  との交点を  $Y'$  とする。 $D$  から  $O, X, A$  を  $B, X', A'$  に射影すると、複比は、

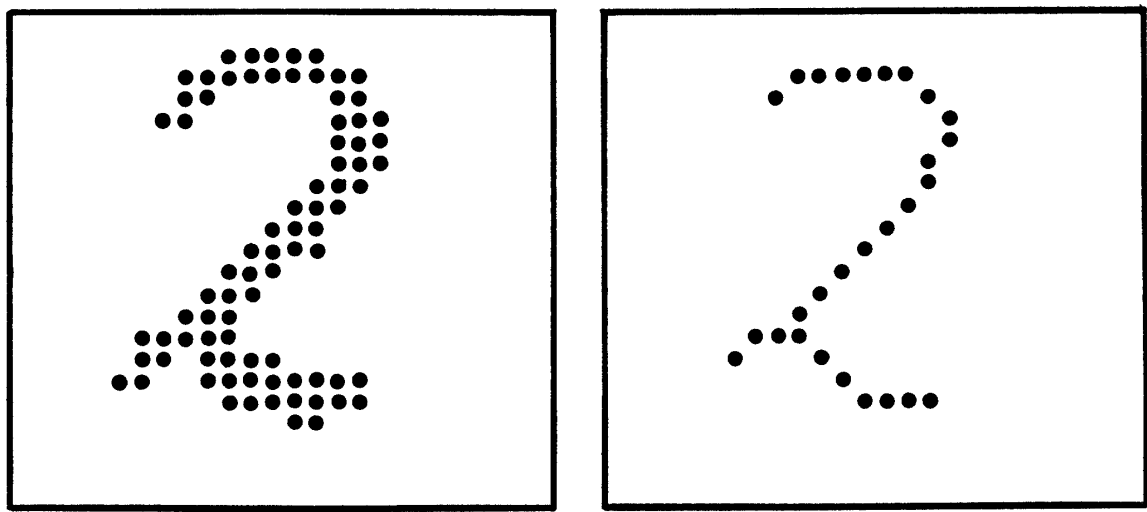
$$n = (COXA) = (CBX'E) \dots\dots\dots(6)$$

$$\frac{XC}{XO} / \frac{AC}{AO} = \frac{X'C}{X'B} / \frac{EC}{EB} \dots\dots\dots(7)$$

となる一方、 $C$  から  $O, Y, B$  を  $A, Y', E$  に射影すると、複比は、

$$n = (DOYB) = (DAY'E) \dots\dots\dots(8)$$

$$\frac{YD}{YO} / \frac{BD}{BO} = \frac{Y'D}{Y'A} / \frac{ED}{EA} \dots\dots\dots(9)$$



(a) Input pattern (b) Original pattern

Fig. 1 Example of Input pattern and Original pattern

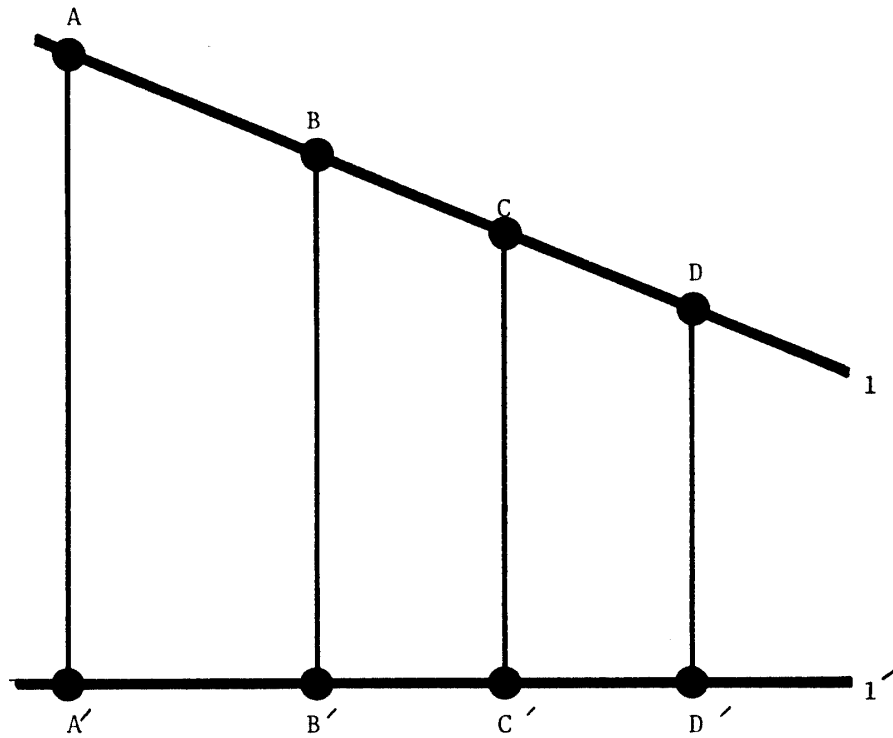


Fig. 2 Cross-ratio in parallel projection

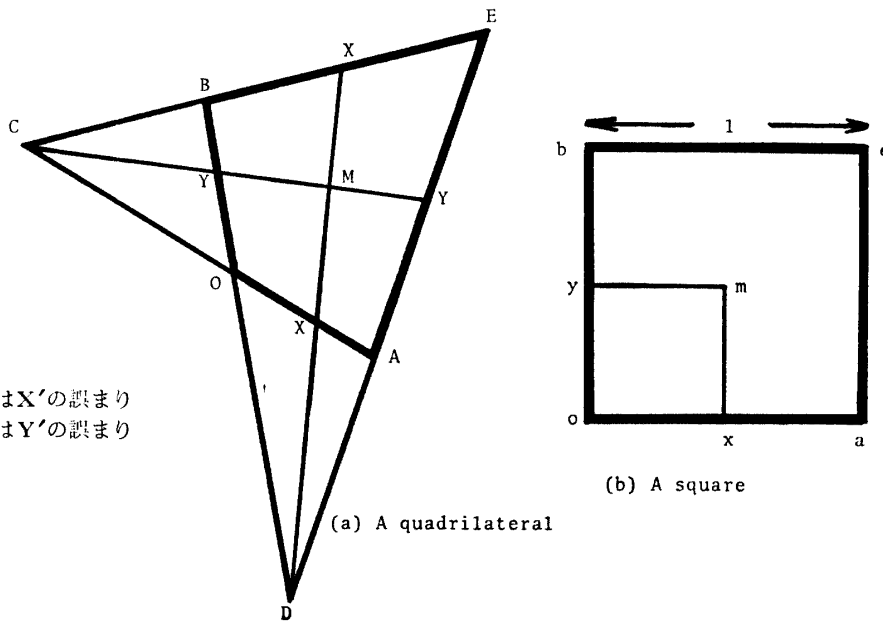


Fig. 3 (注)

- B E間のXはX'の誤まり
- A E間のYはY'の誤まり

Fig. 3 Projective Geometry

となる。(7)式より複比は、XがAに一致すれば1、XがOに一致すれば $\infty$ になる。又複比の逆数は、

$$0 \leq \frac{1}{n} \leq 1 \quad \dots\dots\dots(10)$$

となる。我々はこの複比の逆数を求めることにより、Fig. 3-(a)の四辺形OAEBをFig. 3-(b)の正方形oaeに変換する。この時四辺形OAEBと四辺形oaeの間には、

$$ox = \frac{OX \cdot AC}{OA \cdot CX} \quad \dots\dots\dots(11)$$

$$oy = \frac{OY \cdot BD}{OB \cdot DY} \quad \dots\dots\dots(12)$$

が成り立つので、この $ox, oy$ を点Mを変換した点mのx座標、y座標とする。ここでOXとは点Oと点Xとの距離を表わし、他のものについても同様である。又Fig. 3-(a)においてC点が四辺形OAEB

の右側に来た場合、即ち  $x_7 \geq x_1$  (Fig. 4 を参照) の場合は(11)式は、

$$ox = 1 - \left(1 - \frac{OX}{OA}\right) \cdot \frac{OC}{CX} \dots\dots\dots(13)$$

となり、D 点が四辺形 OAEB の上部に来た場合、即ち  $y_6 \leq y_3$  (Fig. 4 を参照) の場合は(12)式は

$$oy = 1 - \left(1 - \frac{OY}{OB}\right) \cdot \frac{OD}{DY} \dots\dots\dots(14)$$

となる。

3. 実験方法

我々はまず文字パターンを完全に含む四辺形 OBEA を作る。その為全ての文字パターンの黒点から四辺形の頂点となる四つの端点 (O, B, E, A) を決定する

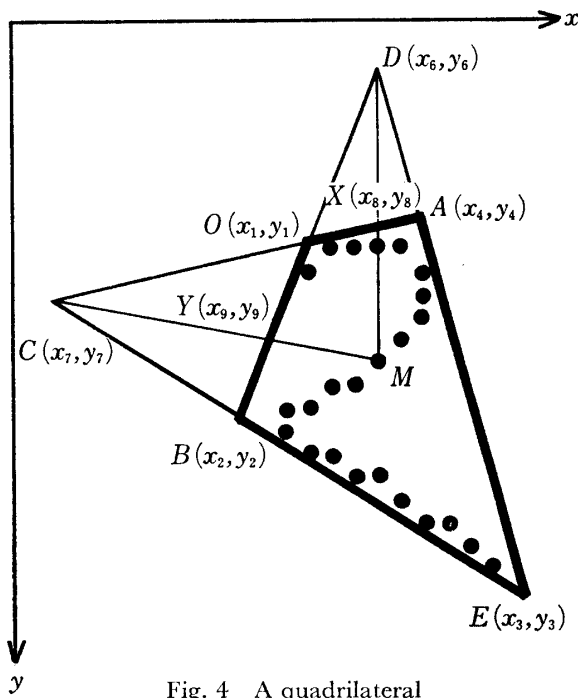


Fig. 4 A quadrilateral

(Fig. 4 を参照). この端点は直角座標系にあるパターンに対して  $45^\circ$ ,  $135^\circ$ ,  $225^\circ$ ,  $315^\circ$  の方向から走査を行ない決定する. Fig. 5 にその走査方向を示す. こうして得られた四つの点より四辺形をつくり, 文字パターンを完全に含むまで各辺に平行に四辺形を拡大して行き, 四つの頂点を求める (Fig. 6 を参照する). しかし数字パターンの中にはこの様にして得られた端点からなる四辺形では不都合なものがある. それは4, 6, 7, 9といったパターンである. これらの数字パターンを囲む四辺形は一边が, 対応する辺に対して極端に小さいものである. 従ってこの様な四辺形を用いた正規化を行なったのでは, パターンを正規化したことにならず, かえってパターンを歪ませてしまう. そこでこの様な場合は, 三つの端点よりまず三角形をつくり, その後, その三点より平行四辺形を作って, 残りの端

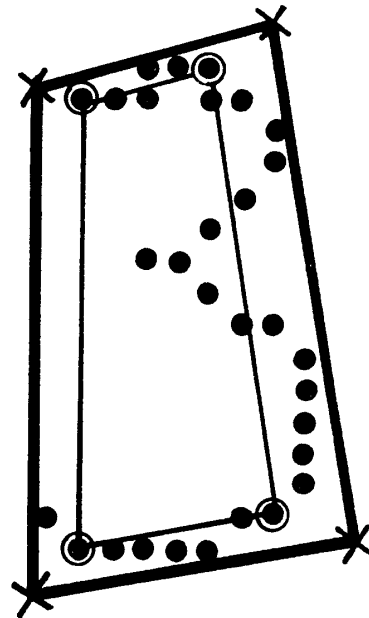


Fig. 6 Four vertices of a quadrilateral. The quadrilateral formed by O is expanded until it includes the whole character; its vertices are now shown by X.

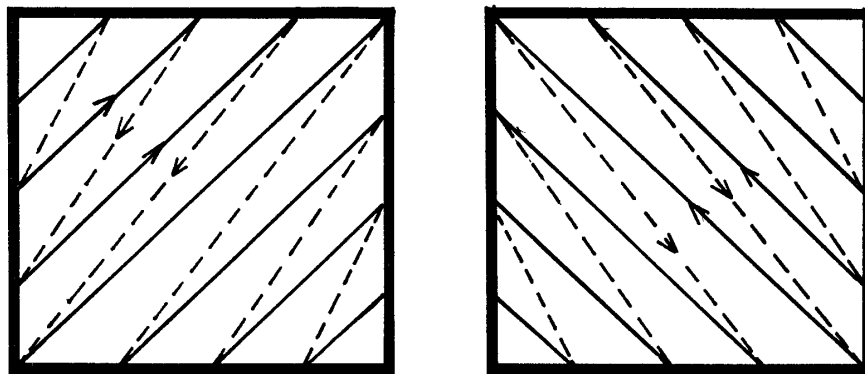


Fig. 5 The way of scanning for four vertices of a quadrilateral

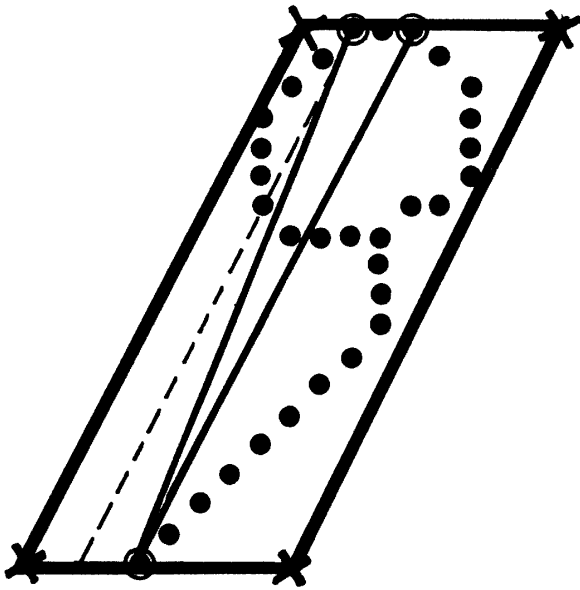


Fig. 7 Four vertices defined from three vertices of triangular. A parallelogram is derived from three vertices of a triangular shown by ⊙. It is expanded until it includes the whole character; its vertices are now shown by X.

点を決めることにする (Fig. 7 を参照). こうして四辺形  $OBEA$  を作り, 正規化を行なう. パターンの正規化後の座標  $x, y$  は, (11)式, (12)式, (13)式, (14)式で求めた  $ox, oy$  に倍率  $Ax, Ay$  を掛けた

$$\begin{aligned} x &= ox \cdot Ax \\ y &= oy \cdot Ay \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (15)$$

で表わされる. 従ってパターンは,

$$C(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{(余白部)} \\ 1 & \text{(文字上の点)} \end{cases} \quad \dots\dots\dots (16)$$

に変換される. 次にパターンの連結性を考える. 我々の場合原パターンは細めされた黒点の小さいパターンであるから, 変換後のパターン, 即ち(16)式で表わされたパターンにおいて, 連結性を保つ必要がある. そこで我々は原パターンの黒点  $M$  に関しては近傍の八つの点との連結性を考える. しかしパターンの走査方向からこのうち  $M_1, M_2, M_3, M_4$  の四近傍の点を考えるだけで十分である. Fig. 8 に黒点  $M$  の八近傍点を示し, Fig. 9 に走査方法を示す. この様にして原パターンから連結性のあることがわかった  $C(x, y) = 0$  なる点は, その要素を 1 に変える. 以上の手続きにより原パターンの正規化を終える.

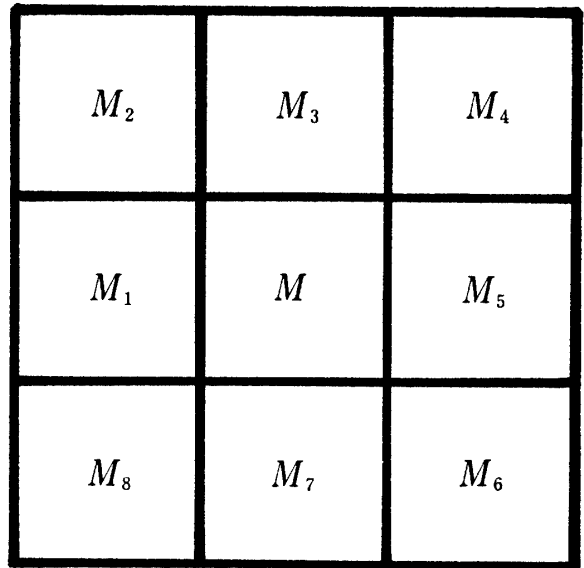


Fig. 8 Neighborhood of the element M.

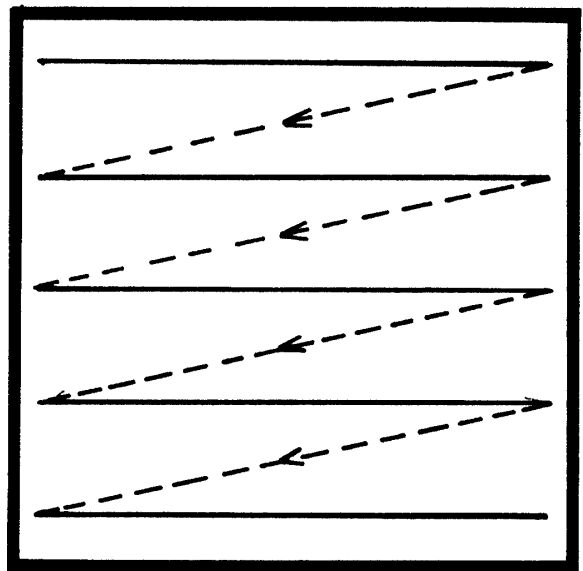


Fig. 9 The way of scanning of an original pattern

#### 4. 実験結果

実験に用いた入力パターンは0~9までの数字パターンである. これらは20×15のマトリックスに量子化したパターンを, 周囲を0要素で埋めた24×24のマトリックスのパターンである. この入力パターンを細めし, 原パターンに変換し, 更に(11)式, (12)式, (13)式, (14)式を用いて正規化を行ない, (16)式で示した出力パターンを得た. 但し倍率を  $Ax=8, Ay=15$  にすることにより, 16×9のマトリックスのパターンに縮小した. 我々はこのパターンをさらに縮小し, 最終的に9×5のマトリックスのパターンに変換した. これらの処理結果を Fig. 10 に示す.

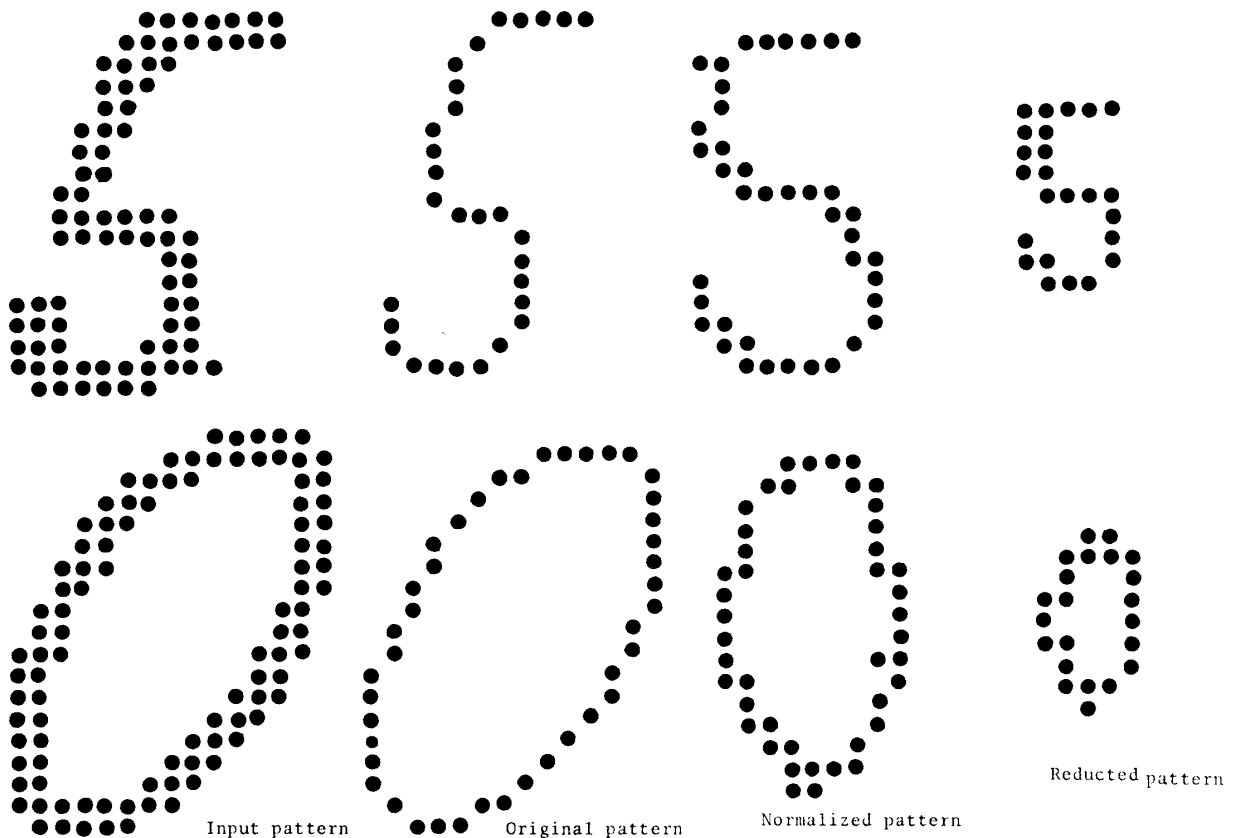


Fig. 10 Examples of Normalization and Reduction

## 5. 検 討

以上の方法により、0～9までの数字パターンの歪みを修正し正規を行なった結果、良好な結果を得た。

この結果より、

(1) パターンを9×5のマトリックスまで縮小を行なうと、各パターンはほとんど一様なパターンに落ち着く。

(2) “1”とか“4”といったパターンでは処理後でも多少歪みが残る。

ということが明らかになった。(1)に関しては我々がテンプレートを作成し、認識を行なう場合標準パターンの数が少なくて済む、同時にパターンの縮小により記憶容量が少なくて済むということが結論できる。さらに(2)については、今後の研究によりこの方法に改善を加えて行くつもりである。

## 6. 謝 辞

日ごろお世話になっている本学助教授平田先生、有

益な討論をして頂いた本学第二講座院生諸氏、論文作成にあたり手助けいただいた西村嬢に深く感謝します。

## 7. 参考文献

- 1) 山本、他：“手書き数字認識論理の設計”，電子通信学会論文誌，70/10，Vol. 53-C.
- 2) 久保田、他：“場による図形変形を用いた手書き文字の識別”，電子通信学会論文誌，72/5，Vol. 55-D.
- 3) 迫江：“Rubber String Matching法による手書き文字認識”電子通信学会研究会資料，PRL74-20.
- 4) R. クーラント他（森口繁一監訳）：“数学とは何か”，岩波書店.
- 5) G. Nagy、他：“Normaliyation Techniques for Handprinted Numerals,” Communications of the ACM, Volume 13/Number 8/August,1970.
- 6) A. Rosenfeld: “Connectivity in Digital Pictures”, Journal of the ACM, Vol. 17, No. 1, 1970.
- 7) 横井、他：“標本化された二値図形のトポロジカルな性質について”，電子通信学会論文誌，73/11，Vol. 56-D.
- 8) 原：“正六角形マトリックスを用いたデジタル画像の並列細め処理”電子通信学会研究会資料，PRL74-21.