

粉粒体および流体中の応力に関する光弾性的研究

三木 教*・石田 武*・平野 貞三*

Photoelastic Studies on Stresses in Granular Substance or Fluid

Satoshi MIKI, Takeshi ISHIDA and Teizo HIRANO

Abstract

Stress distributions in granular substance at flow state in hoppers were analyzed by the photoelastic method.

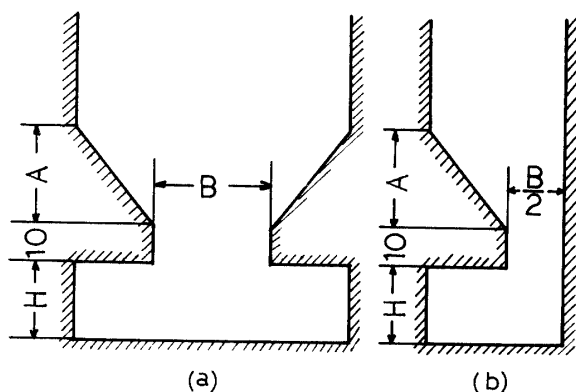
Stress and velocity distributions in fluid in the channel with the obstacle were investigated by the photoelastic method.

And stresses on the surface of the obstacle in the fluid were analyzed.

1. 緒 言

本文は圧力を受ける粉粒体および流体の流動状態における応力を光弾性的方法を用いて解析したものであって、この際、特にホッパーの対称、非対称による形状についてホッパー側壁における応力状態、粉粒体の応力分布ならびにその流動状態と変動応力などについて解明したものである。また、流体が流路に障害物を有する流れについて流体中ならびに障害物表面に生ずる応力、流速分布およびその障害物形状による影響などを光弾性的方法で解析した結果について述べたものである。

2. 実験方法



$$A = 20, 30, 40 \text{ mm}$$

$$B = 10, 20, 30 \text{ mm}$$

$$H = 0, 40 \text{ mm}$$

Fig. 1 Forms and dimensions of hoppers

粉粒体内応力解析については Fig. 1 に示したような対称および非対称形状・寸法のホッパーを用いた。実験用粉粒体には平均粒径 1.42mm のガラス粒を用い、これをホッパーに充填してその空間をガラスと同一の屈折率を有する浸漬液、 α -モノプロモナフタリンと流動パラフィンの混合溶液で満した。このホッパー内ガラス球に平均 0.60kg/mm² の圧力を加えて、生ずる光弾性応力じまを測定した。その際、しま次数は極めて低く、1 以下であるので、その測定には検光子の回転法によった。

流動中の流体ならびに流路内障害物表面の応力解析光弾性実験には Fig. 2 に示した装置を用いた。流体には 1.2wt % のミリングイエロー染料を水に懸濁した光粘性流体を用いた。この流路は長さ 60cm、巾 80mm、深さ 64mm の矩形状流路を用いた。障害物には巾 15mm、前頂角、尾角をそれぞれ 20°、60°、140° の前後対称の楔形のものを用いた。また、非定常流れの解析用には、巾 50mm、流路方向の厚さがそれぞれ、3mm、13mm、20mm のものを用いた。また、光粘性応力じまの撮影にはモータードライブカメラを用いた。実験温度は 27 ± 0.5°C で、この際光粘性流体の粘性係数 μ は 0.02poise であった。

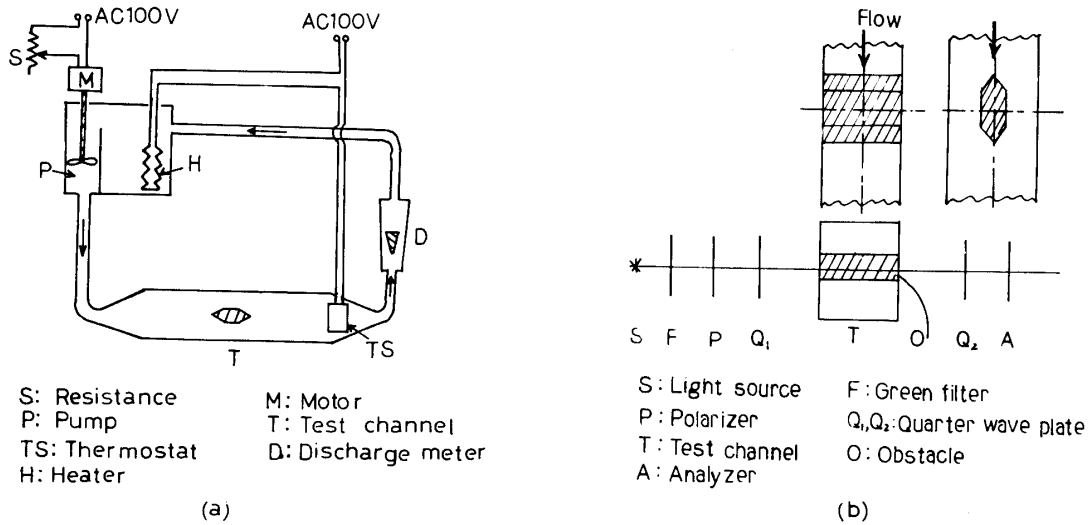


Fig. 2 Experimental apparatus

3. 実験結果と考察

3.1 粉粒体応力

本実験における粉粒体の光弾性応力じまは次数が低

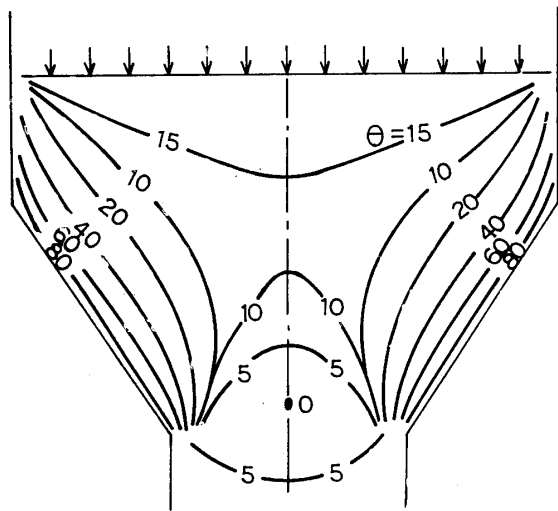


Fig. 3 Isochromatic fringe pattern of granular glass in the hopper of symmetry type (A = 30mm, B = 30mm, p = 0.60kg/mm²)

く1以下であった。先ず、対称型ホッパーについて本実験で得られた等色線を Fig. 3 に示した。さらにその等傾線写真を Fig. 4 に、等傾線、主応力線、最大せん断応力線を Fig. 5 に示した。この場合、光弾性しま次数がOの点が中央対称軸上に生じ、側壁斜面の出口近傍で応力最大となっている。側壁および各断面の最大せん断応力分布を Fig. 6 に示したが、これによると側壁斜面上ではほぼ一定の値で、この応力は側壁の他の部分や内部よりも大きい。次に同一場所における水平、垂直方向の応力 (σ_x , σ_y) の分布を示したものが、Fig. 7 であるが、これより明らかなように中央対称軸上では全域にわたり水平方向の応力はOとなり、側壁斜面上では出口に近づくにつれて σ_x , σ_y はいずれも徐々に大きくなる。また斜面を切る横断面上では、ホッパー中央に近い領域では σ_y が σ_x より大きいが、中央より側壁に近づくにつれ逆転して、斜面境界では σ_x の方が σ_y より約1.5倍大きな値となった。さらに、中央対称線上では垂直方向の応力 σ_y はO点の位置より上下方向に行くに従ってそれぞれ増大している。このような傾向は他の形状のホッパーについても同様であった。従って、粉粒体の流出に際しては、

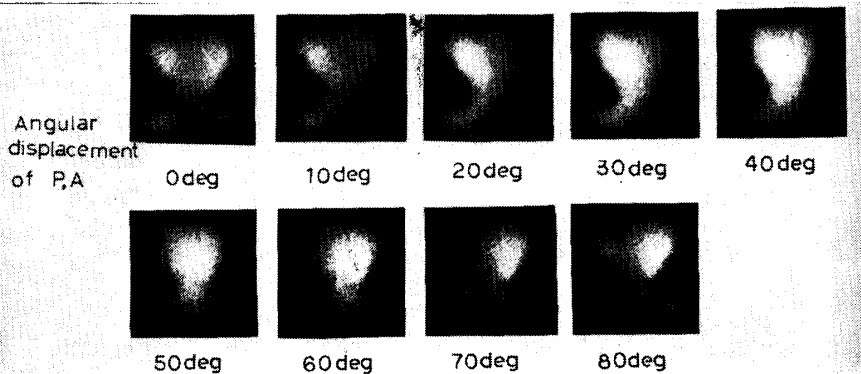


Fig. 4 Photographs of isoclinics of granular glass in the hopper of symmetry type (A = 30mm, B = 30mm)
 Vol.26 No.2 (1976)

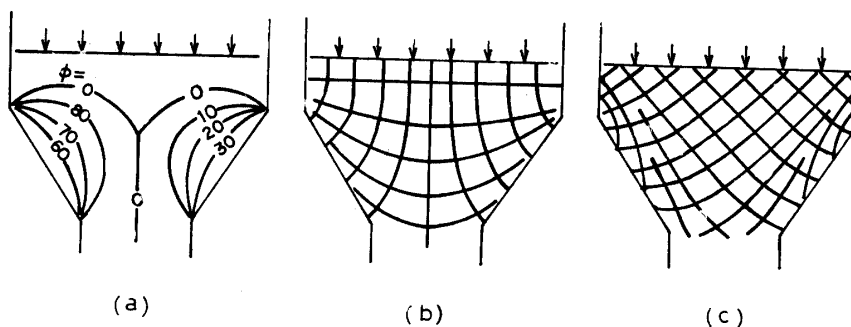


Fig. 5 Isoclines(a), lines of principal stress (b) and lines of maximum shear stress (c) in the symmetry hopper (A=30mm, B=30mm)

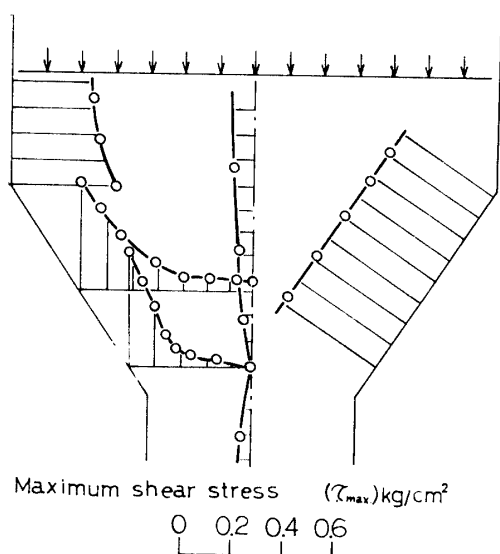


Fig. 6 Distributions of maximum shear stress in the symmetry hopper (A=30mm, B=30mm, p=0.60kg/mm²)

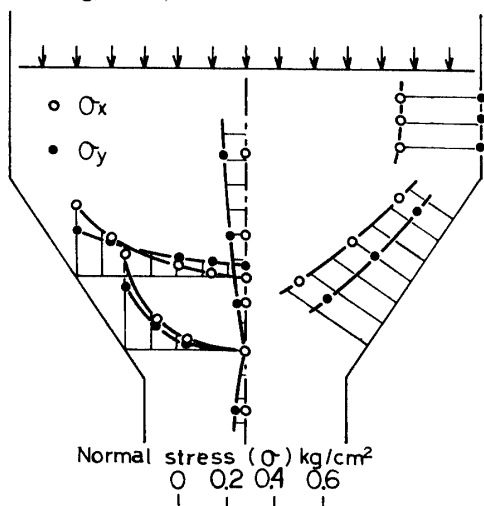
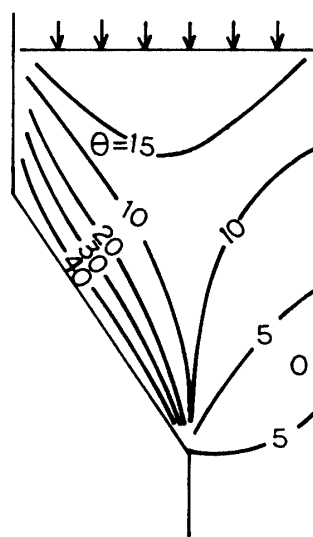


Fig. 7 Distributions of normal stresses (σ_x, σ_y) in the symmetry hopper (A=30mm, B=30mm, p=0.60kg/mm²)

縦方向の各点で速度が異なり、そのために不連続な流れを生じ、自由落下アーチを形成して分離現象を生ず

る。この間けつ的な流れのために、側壁に対して衝撃的な繰返し応力を与えることになるものと思われる。

次に、非対称型ホッパーについて等色線を Fig. 8 に示したが、この場合、図に示すように、鉛直な側壁上に応力0の点が認められた。また、この際の等傾線写真を Fig. 9 に、等傾線、主応力線、最大せん断応力線を Fig. 10 に示した。さらに、ホッパー側壁および粉粒体内部の最大せん断応力分布および水平、垂直方向の応力分布を Fig. 11, Fig. 12 に示したが、最大せん断応力は鉛直側壁から側壁斜面向うにつれて大きくなっているが、側壁斜面上では対称型ホッパーと同様応力がほぼ一定となった。しかし、水平および垂直方向の応力は、鉛直壁に近い領域では σ_y の方が σ_x よりも大きくなっているが、斜面に近づくにつれて



Fringe order $N = \theta/180$

Fig. 8 Isochromatic fringe pattern of granular glass in the hopper of non-symmetry type (A=30mm, B=30mm, p=0.60kg/mm²)

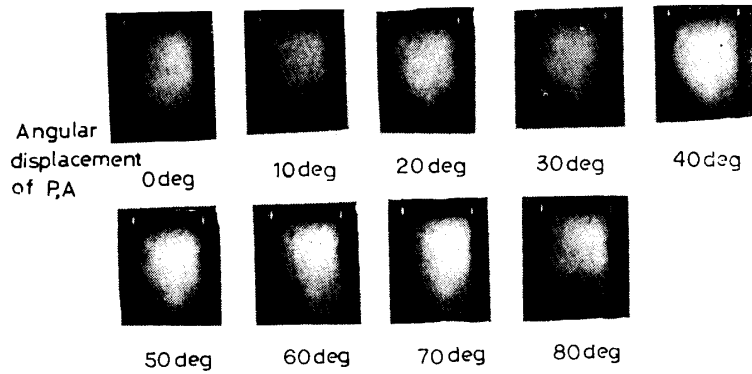


Fig. 9 Photographs of isoclinics of granular glass in the hopper of non-symmetry type (A=30mm, B=30mm)

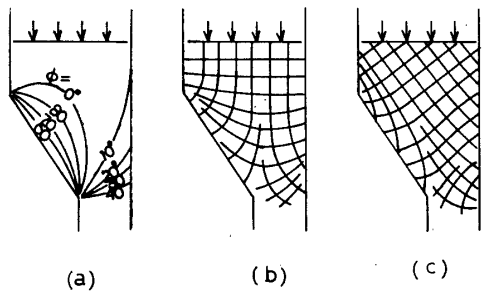


Fig. 10 Isoclinics (a), lines of principal stress (b) and lines of maximum shear stress (c) in the non-symmetry hopper (A=30mm, B=30mm)

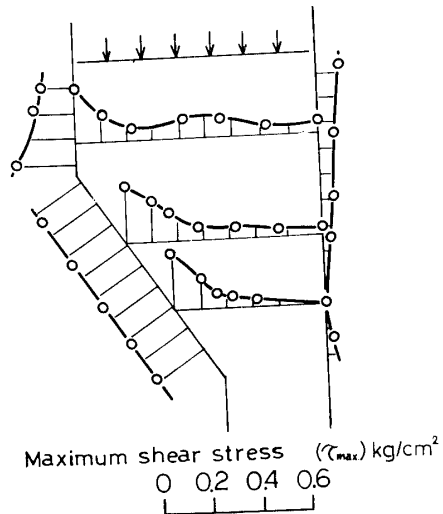


Fig. 11 Distributions of maximum shear stress in the non-symmetry hopper (A=30mm, B=30mm, p=0.60kg/mm²)

その大きさが逆転しており、斜面では σ_x が σ_y のほぼ2倍となっている。その側壁斜面上では σ_x , σ_y は出口に近づくにつれて、いずれも徐々に大きくなっている。

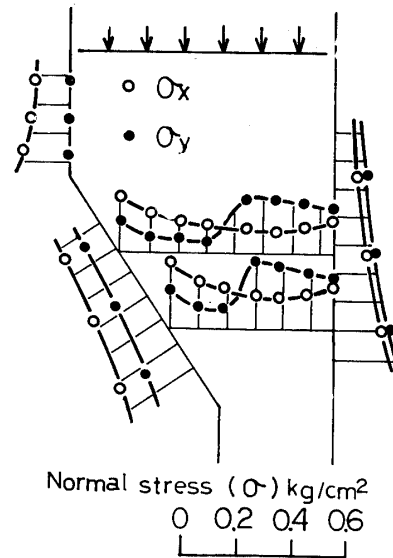


Fig. 12 Distributions of normal stress (σ_x , σ_y) in the non-symmetry hopper (A=30mm, B=30mm, p=0.60kg/mm²)

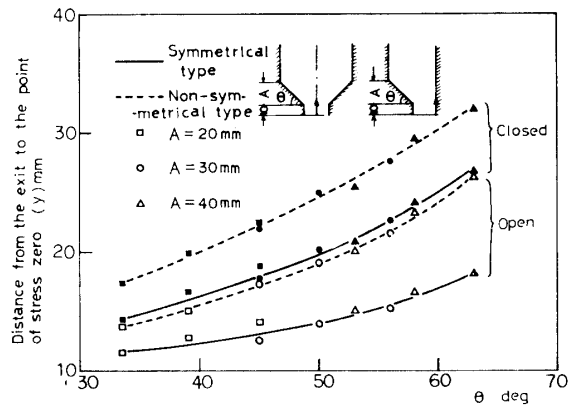


Fig. 13 Positions of stress zero in granular glass in several hoppers (θ)

対称型ホッパー、非対称型ホッパーはいずれも最大せん断応力がOの点が存在することは明らかであるが、その位置はホッパー形状によって異なり、それを示したのがFig. 13である。これらのことより、対称型、非対称型にかかわらず、ホッパー出口付近傾斜部の断面積の変化が急激なもの(θが大なるもの)ほど応力Oの位置が上方になり、従って、流出が間けつ的になり易いことがわかる。この応力Oの点は対称型と非対称型を比較すると、非対称型の方が対称型における高さよりその2~3倍高い位置にあることが認められた。

また、対称型ホッパーも非対称型ホッパーもともに側壁斜面上の応力は出口近傍において最大となっているが、その垂直および水平方向の応力の大きさをホッパー形状について示すとFig. 14のようになる。ホッパー斜面傾斜角θが大きくなるに連れ、σ_xは大きくなるがσ_yはほとんど変化しない。また、対称型ホッパーの方が非対称型ホッパーよりもかなり大きな応力を生じていることがわかる。

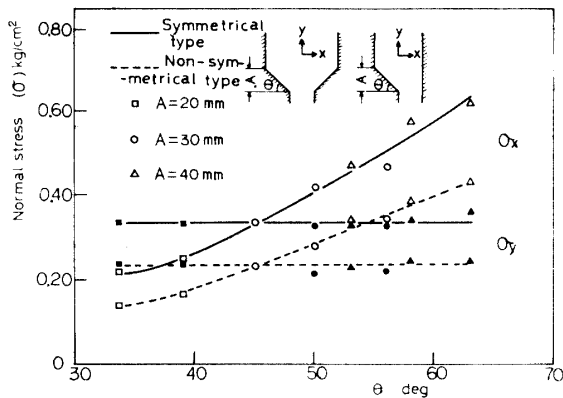


Fig. 14 Relation between the maximum stress (σ_x, σ_y) and forms of hoppers (θ)

3.2 流体内部応力

3.2.1 平行管路内流れの場合 流路に障害物のない

平行流れの場合の流速は

$$u = A(a^2 - y^2) \quad (1)$$

A : const

2a : 流路の巾

y : 流路の中心線よりの距離

u : yの点の流速

と表わせる。また流量Qは

$$\begin{aligned} Q &= t \int_{-a}^a u dy = t \cdot A \int_{-a}^a (a^2 - y^2) dy \\ &= \frac{4}{3} a^3 t A \end{aligned} \quad (2)$$

t : 流路の深さ

となる。故に

$$u = \frac{3Q}{4ta^3}(a^2 - y^2) \quad (3)$$

従って

$$N = kt\dot{\gamma} = kt\frac{\partial u}{\partial y} \quad (4)$$

となるので、光粘性しま次数Nと流量Qを測定することによって、光粘性係数kを求めることができる。

Fig. 15に平行流れの光粘性写真を示したが、この場合、流路の巾は30mm、流量は90cc/sec(平均流速4.6cm/sec)であった。以上の結果を用いて得た最大せん断ひずみ速度 $\dot{\gamma}_{max}$ と光粘性しま次数の関係をFig. 16のグラフに示したが、これより、光粘性定数kは、26°Cで0.16sec/cm、27°Cで0.11sec/cm、28°Cで0.07sec/cmとなった。さらに、この定数値を用いて、Fig. 15と同一条件での流路を流れる際の流速分布およびその速度勾配の分布をFig. 17に示したが、これより明らかなように速度勾配は直線に、また流速分布は放物線を示していることがわかる。

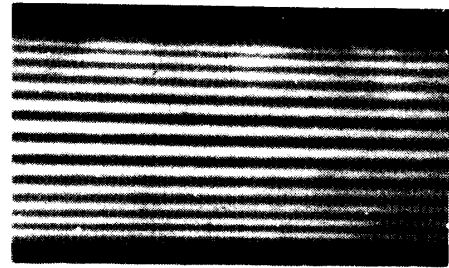


Fig. 15 Birefringent pattern of Poiseuille flow (Re = 690)

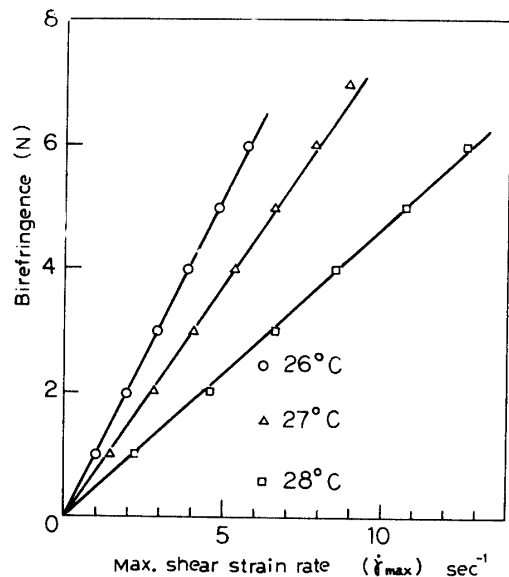


Fig. 16 Relation between the maximum shear strain rate and birefringence in the parallel channel

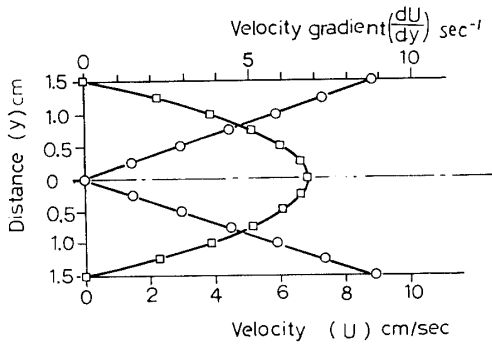
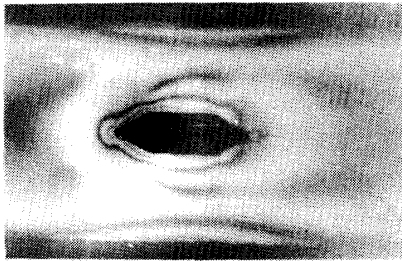
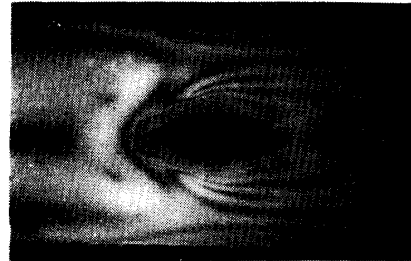


Fig. 17 Distributions of the velocity and velocity gradient in the parallel channel ($T=27^{\circ}\text{C}$, $Q=90\text{cc/sec}$, $Re=690$)



(a) $Q = 64.4\text{ cc/sec}$
 $Re = 100$



(b) $Q = 137.0\text{ cc/sec}$
 $Re = 213$

Fig. 18 Birefringent patterns of fluid in the channel with the obstacle ($T=27^{\circ}\text{C}$)

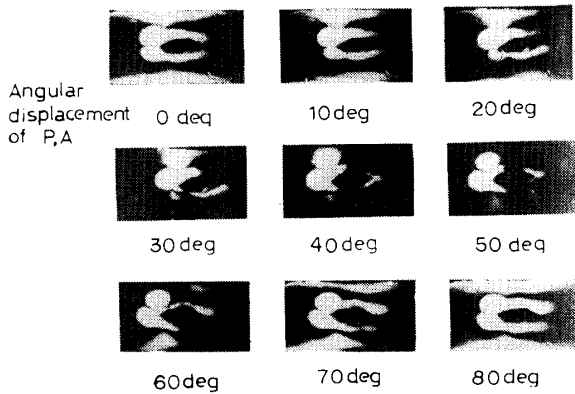


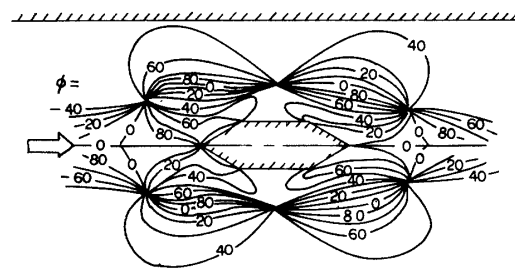
Fig. 19 Photographs of isoclinics in the channel with the obstacle

次に前記と同様の障害物のある場合、これによる流速分布を調べた結果を Fig. 21 に示した。これより、障害物の頂点から障害物の長さ以上離れた断面では、ほとんどその障害物による影響を受けず、流速分布は放物線状となったが、障害物の前方近くでは中央線上の流速は減少して、ついには障害物先端において $\mathbf{0}$ となった。

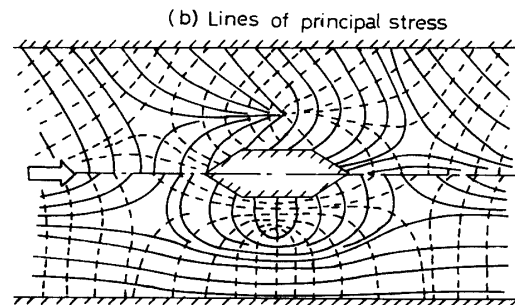
また、この場合の流路方向のせん断応力 τ_{xy} の大きさは Fig. 21 に示したように、障害物先端から障害物の長さ以上の上流では、中央線上より側壁に向ってほ

3.2.2 障害物のある流路中の流体の応力挙動

頂角、尾角ともに 60° の障害物が流路中にあるときの流れの光粘性写真の一例を Fig. 18 に示したが、同図 (a) は低速、(b) は高速の場合である。また、その際の等傾線写真を Fig. 19 に、等傾線、主応力線、最大せん断応力線を Fig. 20 に示したが、同図 (b) の上半部分に主応力線、(c) の下半部分に最大せん断応力線を示してある。この図よりわかるように、障害物境界および流路側壁においては主応力方向はこれと 45° の角度をなし、また最大せん断応力方向はこれと平行および垂直となっていることがわかる。これは他の形状の障害物についても同様な傾向を示した。



(a) Isoclinics



(c) Lines of maximum shear stress

Fig. 20 Isoclinics (a), principal stress trajectories (b) and lines of maximum shear stress (c) in the channel with the obstacle

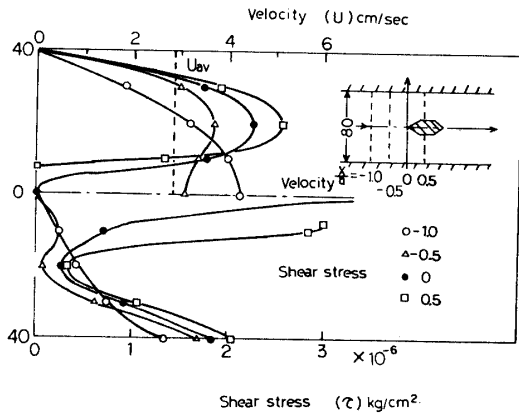


Fig. 21 Velocity and shear stress distributions of fluid in the channel with the obstacle ($T=27^{\circ}\text{C}$, $Q=137.0\text{cc/sec}$, $Re=213$)

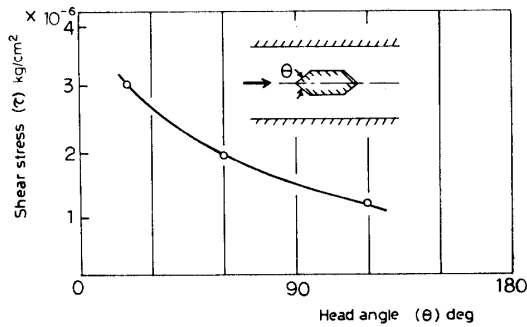


Fig. 22 Relation between the form of the obstacle and the maximum shear stress

ほぼ直線的に増大しているが、障害物に近づくにつれて中央線と側壁の間に極小値があり、障害物の先端の横断面ではその値がさらに小さくなるが、中央線上では最大値となった。

この障害物先端のせん断応力の頂角による変化を示したのが Fig. 22 であるが、頂角が大きくなるにつれ、応力は小さくなり、 180° ではほぼ 0 となる傾向にある。

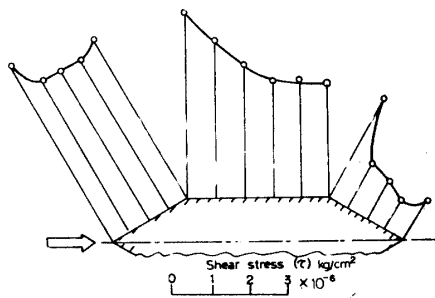


Fig. 23 Shear stress distributions on the surface of obstacle ($T=27^{\circ}\text{C}$, $Q=137.0\text{cc/sec}$)

3.2.3 流路中の障害物の受ける抵抗 次に流体中の障害物の受ける抵抗については、一例として頂角、尾角ともに 60° の障害物の場合について Fig. 23 に示したが、これより明らかなように、障害物の前頂部に応力の集中が認められるが、そこから離れるに従って急激に減少しており、障害物側面に近づくにつれて再び応力が増大する。障害物側面では後方になるに従い、せん断応力は比較的緩やかに減少している。他の形状の障害物についてもこれと同様な結果が得られた。

3.2.4 非定常流れにおける流体応力および障害物の受ける抵抗 非定常流れの応力解析に際しては、非定常を得るために本実験では巾 50mm、長さ 3mm、13mm、20mm の矩形障害物を用い、そのときの流路平均流速は 3.6cm/sec であった。一例として長さ 3mm の障害物を用いた際の光弾性写真を Fig. 24 に示した。障害物前縁では Fig. 25 にも示したように中央部において応力 0、また、左右両隅で最大となって

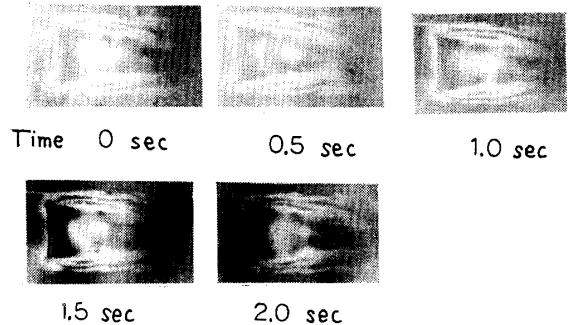


Fig. 24 Birefringent patterns at non-steady flow in the channel with the plate obstacle (32°C , $U=3.6\text{cm/sec}$, $Re=2670$)

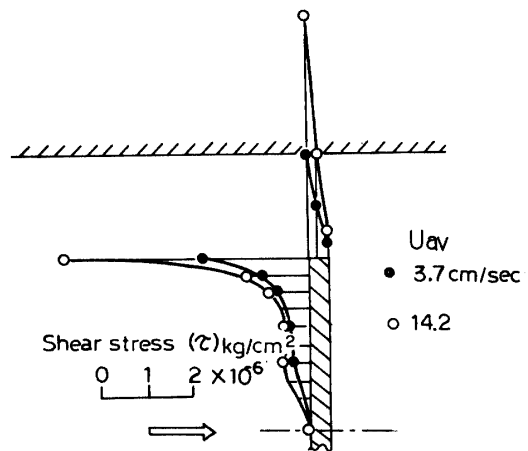


Fig. 25 Stress distributions on the surface of plate at non-steady flow ($T=32^{\circ}\text{C}$, $U=3.6\text{cm/sec}$)

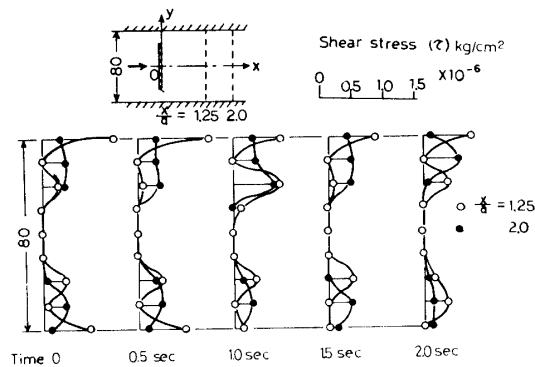


Fig. 26 Shear stress distributions of fluid at non-steady flow ($T=32^{\circ}\text{C}$, $U=3.6\text{cm/sec}$)

おり、応力の状態も定常的であるが、Fig.26に示すように、障害物の下方部分においては、流れの速度勾配（せん断応力）は一定せず、時間により周期的に変動しているのがわかる。

4. 結 論

粉粒体および流体の流動中の応力挙動を光弾性的方法で調べ、次のようなことが明らかとなった。

1) 粉粒体の流出に際しては

1-1) 対称型ホッパーにおいては中央対称線上に応力0の点が生じ、また非対称型ホッパーにおいては鉛直側壁上に生ずる。

1-2) この応力0の位置は出口付近での断面積の

変化が急激なものほど出口から上方にある。

1-3) 対称型ホッパーにおいては応力0の点から上下方向とも垂直方向応力は増大しているので、この点を境にして速度が異なり、間けつ的な流出現象となる。

1-4) 対称型、非対称型ホッパーともに側壁の斜面上で出口近傍において応力最大となるが、この値は出口付近の断面積の変化の激しいものほど大きく、また対称型の方が非対称型のものより大きい。

2) 流体においては

2-1) 主応力の方向は障害物境界および流路側壁に対して 45° の角度をなし、最大せん断応力の方向は 0° または 90° の角度をなす。

2-2) 障害物の先端から障害物の長さ以上の上流では、流速および流体内応力はともに障害物の影響を受けない。

2-3) 障害物先端においては応力集中を生じ、先端から遠ざかるに従い急激に減少する。

2-4) 障害物先端の応力の大きさは頂角が大きくなるほど減少する。

2-5) 非定常流れの周期的変動を光粘性的に測定できた。