

# 円孔の変形形状と加工硬化指数について

瀧本 昭夫\*・内 正美\*\*・稲富 俊隆\*\*\*

Enlargement of a Circular Hole in Strain Hardening Materials Under Uniaxial Tension

Akio TAKIMOTO, Masami NAI and Toshitaka INATOMI

## Abstract

Deformation contour of a circular hole in a flat thin sheet has been investigated under uniaxial tension by using engineering materials of copper, brass, aluminum and the low carbon steel of SS-41.

By elastic and plastic constraints around the hole, especially the strong constraint of the zone about the minimum section in the perforated sheet, the circular holes introduced in copper and brass which have strain hardening exponents varying from 0.30 to 0.52 deform into nearly elliptical holes as the tensile load increases. The hole in the aluminum sheet, due to its low exponent of about 0.22, deforms quite differently from the ones in the above materials. The hole in the low carbon steel sheet, having upper and lower yield points and yield elongation, takes in three steps to deform into a nearly elliptical hole.

In all cases the diameter (2b) parallel to the tensile axis is elongated and the one (2a) perpendicular to it contracts as the plastic tensile strain increases. The axial ratio (b/a) is shown as functions of the plastic strain applied as well as the strain hardening exponent of materials.

## 1. 緒 言

板状試片に1円孔を有する場合の引張変形挙動については、弾塑性域での応力、ひずみ分布や、それらの集中に関する研究報告は多い。R. I. Mair 等<sup>1)</sup>は軟鋼薄板を用いて、板幅( $\omega$ )と円孔直径( $d$ )の比が6のものについて、正味応力が降伏応力近傍になるまで負荷をかけ、応力-ひずみ線図の様式により円孔周辺の塑性変形の拡がり方に Dugdale-type と diffuse-type のあることを論じている。P. S. Theocaris 等は<sup>2)</sup>アルミニウム合金薄板を用いて、 $\omega/d=2$  および3の設計試片を降伏値より少し高い域まで引張応力を加え、円孔周辺の応力-ひずみ分布の変化の様子とそれらの集中について述べ、応力集中 (gross および net)は、弾性解の約半分近くに低下し、ひずみ集中では、gross の値 (弾性解で 3~4) が、6~7, net の値 (弾性解で約 2.2) が、4 近傍に増加することを報告している。C. A. Rau, Jr. は<sup>3)</sup>、アルミニウム厚板材の  $\omega/d=16$  の試片を用いて同様な研究をし、平均ひずみ 1.0% で塑性ひずみ集中 6.5 を報告している。これらの報告にも

見る如く、1円孔を有する板の変形に関する情報は、降伏応力を少々越えた域までのものに限られ、必然的に連続体内部の応力やひずみに関するものに限られる。一方、設計構造物などの変形挙動や破断現象を巨視的な立場から説明しようとする場合や、特に、延性破断機構の微視的モデルの解明の際、円孔の自由境界が如何なる変位を示し、どのような変形形状に至るのかという情報が必ず要求される。しかしながら、このような研究報告はほとんどみられない。

円孔の変形形状を考える際、円孔周辺の弾性および塑性、応力またはひずみ集中より発する降伏域の拡がり方や、設計形状から来る諸因子のみならず、変形と共に進展する材料の局部的加工硬化の度合も加わり、非常に複雑な問題となる。この報告は、一円孔が、変形ひずみの増加と共に近似楕円に変わっていく様子を、降伏応力近傍から抗張応力近傍までにわたり、材料の種類、結晶粒径、加工硬化指数や設計形状による拘束などを因子として調べたものである。円孔周辺の連続体内部の弾性および塑性拘束が、円孔の変形形状を支配している事は、言うまでもなく、従って、塑性域の拡がり方およびひずみ硬化の度合が主たる因子となって来る。この論文の内容は先に報告<sup>4)5)</sup>した円孔の変形形状と材料の種類および加工硬化指数の関係に、更

\* 生産機械工学科

\*\* 大学院工学研究科生産機械工学専攻

\*\*\* 新日本製鉄株式会社 八幡製鉄所

に多くの材料について定量的な研究結果を加えてまとめたものである。

## 2. 実験方法

試験材料には、市販の工業用材料である銅、6-4 黄銅、SS41、およびアルミニウムの冷間圧延板(1mm厚)を用いた。これらは、汎用されている機械材料であり、変形ひずみに対する硬化能が、各々異なっている点で興味があり使用した。

これらの材料の圧延方向が試片の引張軸方向となるように、shearing cutter で切り出し、shaping mashine で荒成形を行ない、熱間および冷間加工による表面の酸化物などの混入物除去のため、80番から500番までの耐水研磨紙を用いて研磨し、残留応力除去のためには、適切な条件のもとでひずみ取り焼鈍を行ない、寸法 20×150(mm)の短冊状の試験片とした。

次に、同一材料での機械的性質を変える手段として結晶粒径を変化させるために、前ひずみ、成長温度、成長時間の3元図より得た条件で、粒調整焼鈍をした。まず、所望の前ひずみを与え、その後、2mm径あるいは、3.2mm径のセンターホールを注意深くあけ、アルゴンガス雰囲気中で、粒成長焼鈍を行う。

これらの過程を経て、4種類の材料を用い、試片幅と円孔直径の比( $w/d$ )を、6.3および10.0として、各々において平均結晶粒径を3段階に変え計24の異なる条件とした。表面は、バフ研磨し精密仕上げした試験片を用意した。尚、同一条件で3本の試片を用いて実験を行ない、その再現性を確認した。

引張試験は、島津オートグラフ引張試験機(5 ton容量)を用い、チャック保持とし、その間隔を80mmとした。クロスヘッド速度は、1.0(mm/min)であり、最大荷重(およそ抗張力相当荷重)に達するまで4~7回除荷し、円弧の変形形状、降伏域の拡がり、およびリュダース線の模様などを写真撮影すると共に±0.01mm精度の測長器にて、平均塑性ひずみを測定した。

データの解析にあたって、塑性域の拡がりや、リュダース線は、フィルムを低倍で拡大し調べ、円孔変形形状については、75倍から200倍に拡大し、引張軸から10度おきの半径の増分( $\Delta r$ )や、全体の面積変化などを求めた。材料における各結晶粒径と加工硬化指数の関係は、瀧本等<sup>5)</sup>の結果を使用すると共に、実際にも少々の確認実験も行った。粒径の決定は、全て、リニアアナリシス法によって、平均結晶粒径を求めた。

尚、平均塑性ひずみ13.5%で、加工硬化指数1.05を示すFe-Ni-C鋼や、11.3%平均塑性ひずみで、1.0

の加工硬化指数を示すゴム板での円孔の変形形状についても実験した。

## 3. 実験結果

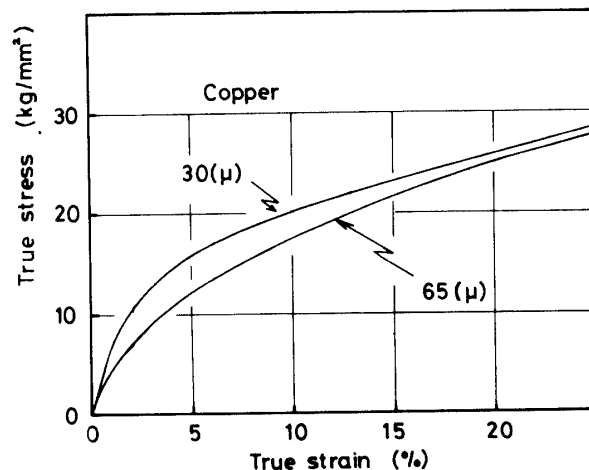
実験に供した材料の結晶粒度、および加工硬化指数の関係は、Table 1に示す通りである。また、材料の基本的性質の1つとして、応力-ひずみ線図の例をFig.1に示す。銅およびアルミニウムは、引張ひずみの増加と共に応力が曲線的に上昇し、黄銅は、初期の直線的な立上りが、やや明確にあらわれて後、前2者と同様に曲線的な変化をする。一方、ひずみ取り焼鈍したSS41(18 $\mu$ )では、鋭い上昇点と、割合長い降伏点伸びを示しており、粒調整焼鈍をした大結晶粒(91 $\mu$ )材料では、この特徴が、消失し、微少降伏点降下した後、急激なひずみ硬化現象を示している。

Table 1 Mean grain diameters ( $d^{(1)}$ ) and strain hardening exponents ( $n$ ) of employed materials.

Copper		6-4 Brass		SS41		Aluminum	
d	n	d	n	d	n	d	n
22	0.38	13	0.30	22	0.20	33	0.21
28	0.40	36	0.35	60	0.30	45	0.22
50	0.45	42	0.42	226	0.31	250	0.23
135	0.52	—	—	—	—	1,200	0.23

note (1) given in micron ( $\mu$ )

短冊状の試片に、1円孔を導入し単軸引張試験をし円孔が変形した例を、アルミニウム、Fe-Ni-C鋼、およびゴムについて、Fig.2に示す。このようにひずみの増加と共に基円は、近似楕円形状を示しており、両円の中心点は、不変である。このような変形形状を定量化するために、Fig.3に示すように、引張軸から



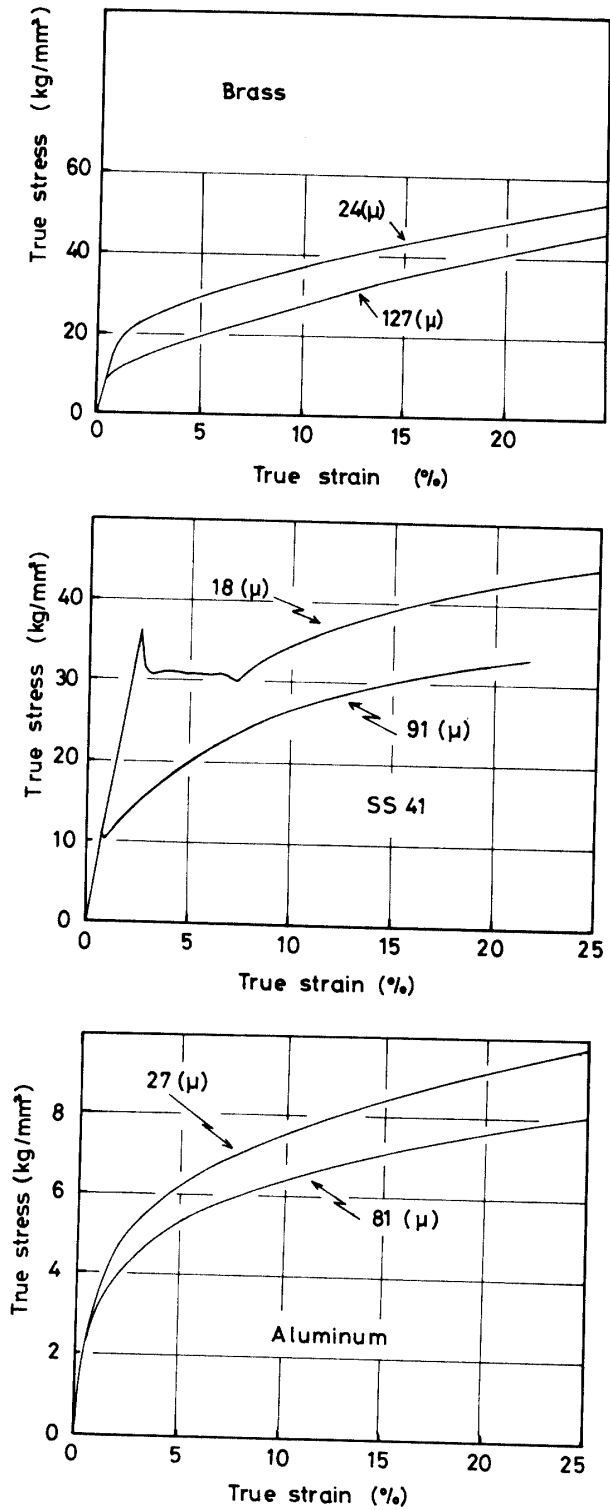


Fig. 1 True stress and true strain curves of copper, 6-4 brass, aluminum and SS-41.

の角度を  $\theta$ 、基円の半径を  $r_0$  とし、中心から変形楕円までの半径を  $r$  とし、その差  $(r-r_0)=\Delta r$  を  $r_0$  で除したものを、相対変位量として、 $\theta$  の関数として表わした。以後、変形楕円の短軸長さ即ち、引張軸方向と直角を為す方向の長さを、 $a$ 、引張軸と、平行な方

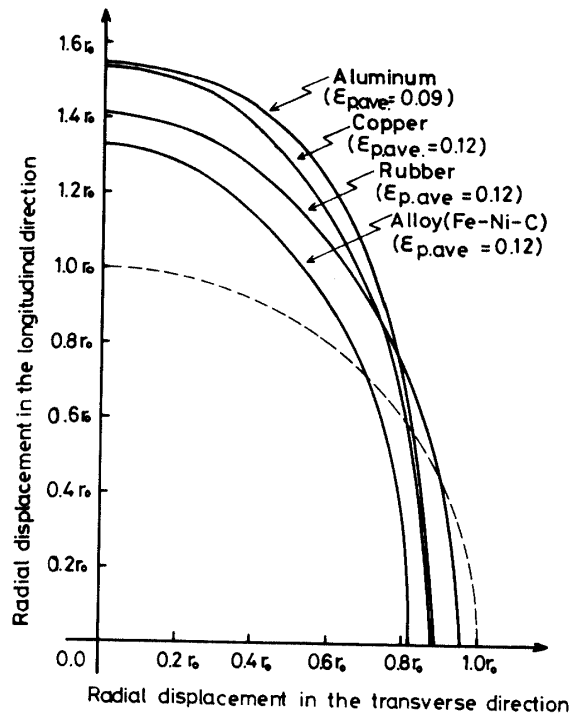


Fig. 2 Quadrants of deformed circles in four different materials tensioned to the average plastic strain of about 0.12.

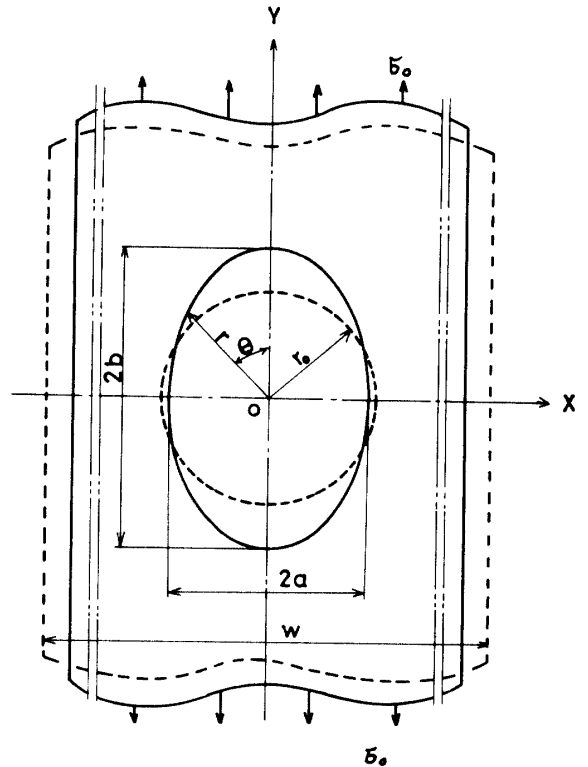


Fig. 3 Schematic presentation of a deformed circular hole.

向の長さ(長軸長さ)を  $b$  とした。

今、材料の違いによる円孔変形形状の有無を調べるため、結晶粒径の良く似た4種類の材料を単軸引張変

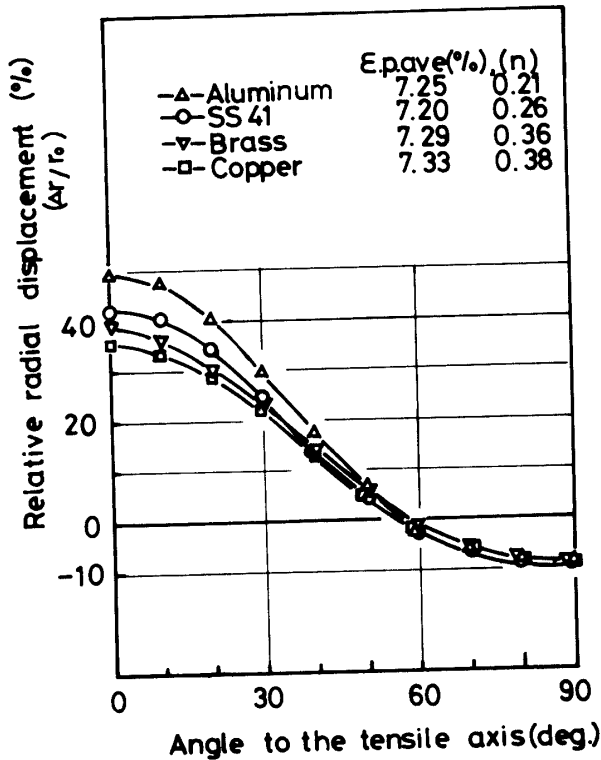


Fig. 4 Variation of the relative radial displacement ( $\Delta r/r_0$ ) as a function of the angle to the tensile axis.

形させ、ほぼ一定の平均塑性ひずみ ( $\epsilon_{p,ave}$ ) まで負荷を加えた後、除荷して円孔の変形形状を比較してみたのが、Fig. 4 である。図からも明らかなように各材料において、その変形形状は、明らかに異なっている。即ち、変形ひずみと硬化能の変る種々の実験を行う方法として、異なる材料を使用することは、無論であるが、結晶粒度を変えても、変化することが、知られている<sup>5)</sup>。

次に、変形楕円の長軸および、短軸は、平均塑性ひずみの増加に伴い、どのように変化するかを調べた。平均塑性ひずみ約 2%~8% の範囲で、長軸および短軸の相対変位量 ( $\Delta r/r_0$ ) は、ほぼ直線関係を示しているが、それ以後は、最小断面部のくびれが目立ち始め長軸においては、直線関係で表示するよりは、大きくなり、短軸においては、それより小さくなる。しかし、SS41 の微細結晶粒材料は、前述の応力-ひずみ線図 (Fig. 1) の曲線の違いからも明らかなように他の材料とは、非常に異なった傾向を示している。個々の材料について調べたのが、次の結果である。

尚、試片設計  $w/d=6.3$  および 10.0 の場合について、データ解析しているが、紙面の都合上、 $w/d=6.3$  の結果だけを次に示す。

Fig. 5は、銅の実験結果を示している。長軸 (b) は、

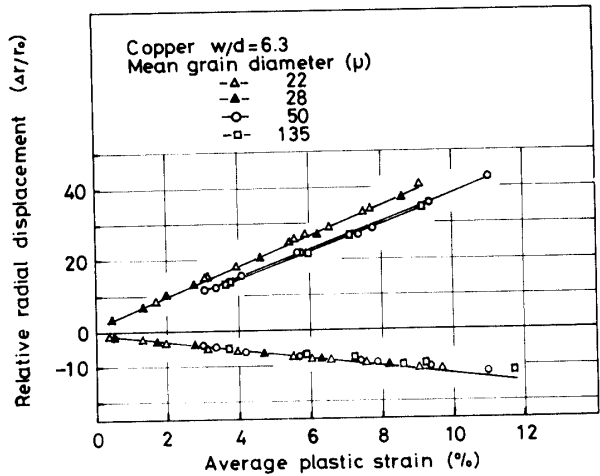


Fig. 5 Variation of the relative radial displacement ( $\Delta r/r_0$ ) as a function of the average plastic tensile strain at angles of 0-deg. and 90-deg. to the tensile axis. (copper)

平均塑性ひずみ ( $\epsilon_{p,ave}$ ) と共に直線的に増加し、 $\epsilon_{p,ave}=10\%$  前後まで直線性を保持している。他方、短軸 (a) は、直線的に減少する傾向を示している。同一材料でも、結晶粒径の違いにより、 $b$  軸は明確な差異を示し  $a$  軸では、ほとんど変った値を示していない。また、結晶粒径の増加と共に、同一の平均塑性ひずみでの  $b$  軸の相対変位量 ( $\Delta r/r_0$ ) は、小さな値をとり、直線の勾配 [ $d(\Delta r/r_0)/d\epsilon_{p,ave}$ ] も、やや小さくなる傾向を示している。 $w/d=10.0$  の結果は、ここには示していないが、 $w/d=6.3$  の場合と比較すれば、試片設計による拘束の影響は、より大きくあらわれ、より大きな平均塑性ひずみまで直線性を示している。

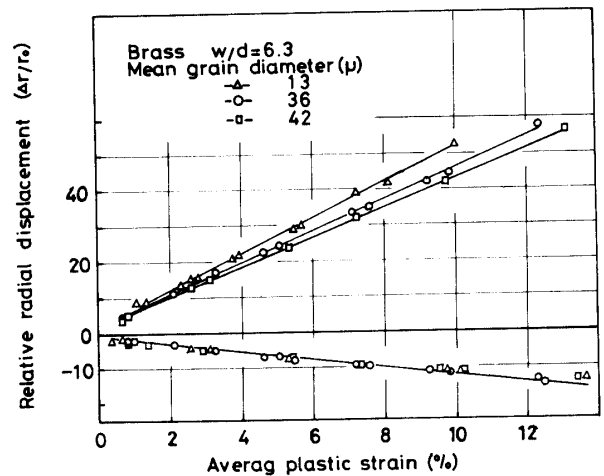


Fig. 6 Variation of the relative radial displacement ( $\Delta r/r_0$ ) as a function of the average plastic tensile strain at angles of 0-deg. and 90-deg. to the tensile axis. (6-4 brass)

6-4 黄銅については、Fig.6 に示す。銅における結果と同様に、平均塑性ひずみの増加につれ  $b$  軸は増加し、 $a$  軸は、減少する。結晶粒径の違いによる差異も、みられ、粒径が大きくなる程、同一平均塑性ひずみにおける相対変位量は、小さくなり、直線の勾配も粒径の増加に伴って小さくなっている。また  $a, b$  両軸での  $\Delta r/r_0$  と  $\epsilon_{p.ave.}$  の直線関係も、 $\epsilon_{p.ave.}=10\%$  近傍まで保持されている。 $a$  軸での粒径による差異は、みられず、ほぼ1本の直線で表示できる。試片設計の異なる  $w/d=6.3$  と  $10.0$  を比較すると  $w/d=10.0$  の方が拘束は、強くみられ、同一平均塑性ひずみにおける相対変位量は、小さく、直線の勾配も小さくなっている。

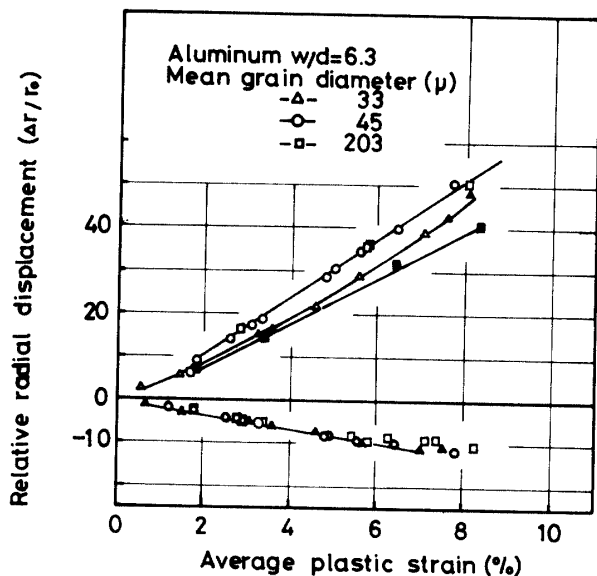


Fig.7 Variation of the relative radial displacement ( $\Delta r/r_0$ ) as a function of the average plastic tensile strain at angles of 0-deg. and 90-deg. to the tensile axis. (aluminum)

アルミニウムについての実験結果は、Fig.7 に示す。長軸の相対変位量と平均塑性ひずみの間に、直線関係がみられるのは、 $\epsilon_{p.ave.}=2\% \sim 8\%$  の範囲内である。同一平均塑性ひずみにおける長軸の相対変位量と粒径の大きさの関係を調べてみると、粒径  $33\mu$  と  $45\mu$  との間で逆転している。しかし、直線の勾配を調べてみると、前述の2材料と同様な傾向がみられ粒径の増加と共に直線の勾配は、やや減少している。短軸においては、上記のような傾向はさほどなく、1本の直線で近似できるが、その直線性は、約  $\epsilon_{p.ave.}=7\%$  までである。 $w/d=6.3$  と  $10.0$  の場合を比較すると、 $w/d=10.0$  の方が、やはり拘束の影響が強くみられ同一平均塑性ひずみでの相対変位量は小さい。

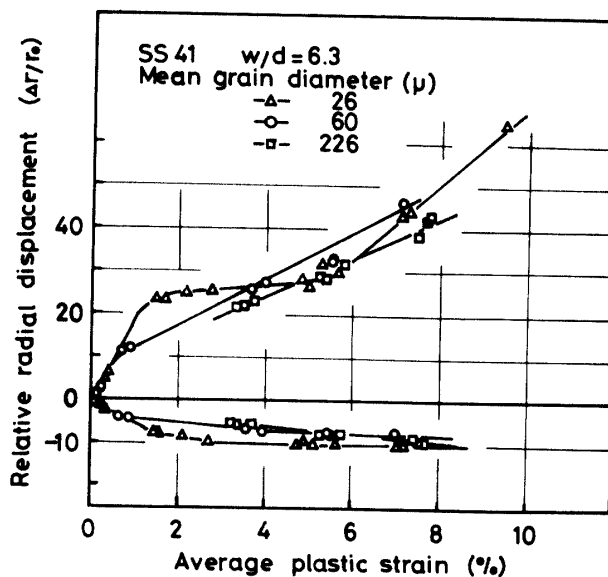
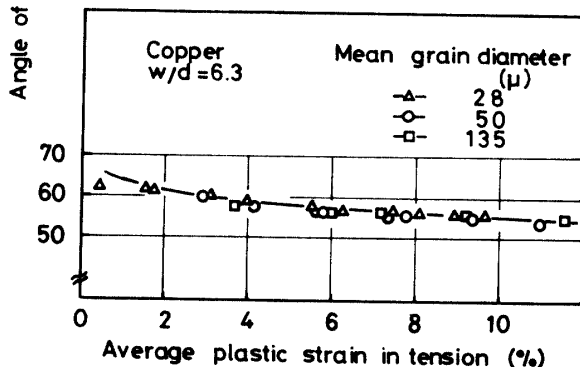
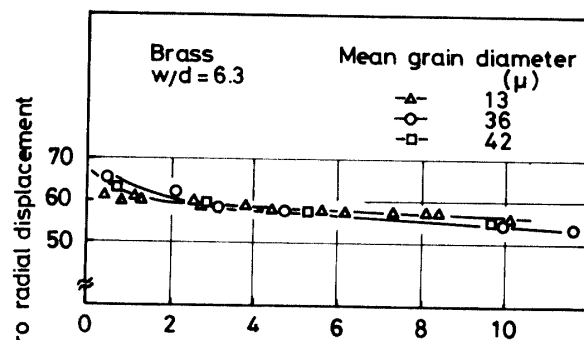


Fig.8 Variation of the relative radial displacement ( $\Delta r/r_0$ ) as a function of the average plastic tensile strain at angles of 0-deg. and 90-deg. to the tensile axis. (SS-41)

Fig.8は、SS41の実験結果を示している。最大粒径  $226\mu$  においては、前述した3材料と同様に、長軸の相対変位量と平均塑性ひずみは、 $\epsilon_{p.ave.}=3\% \sim 8\%$  の間で直線関係を示す。ところが、粒径  $26\mu$  および  $60\mu$  では、この直線関係はみられず、応力-ひずみ線図



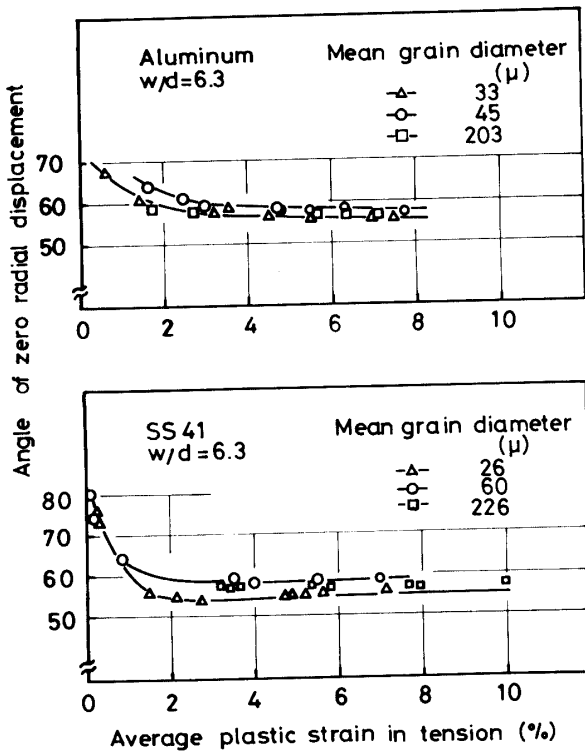


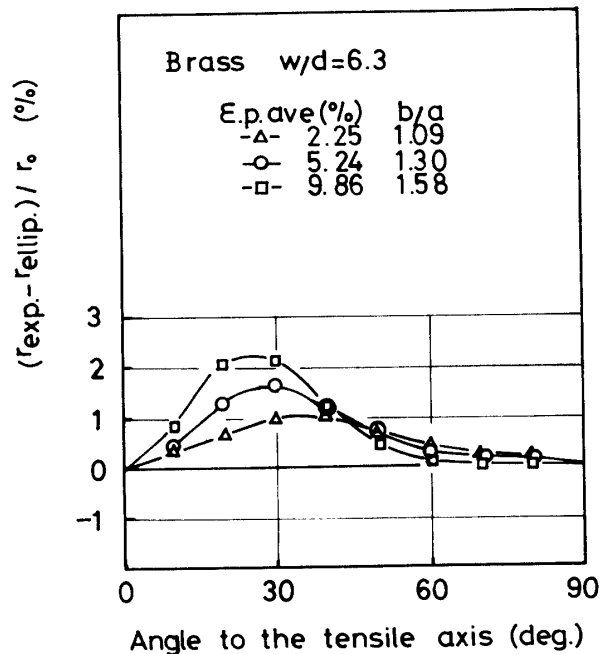
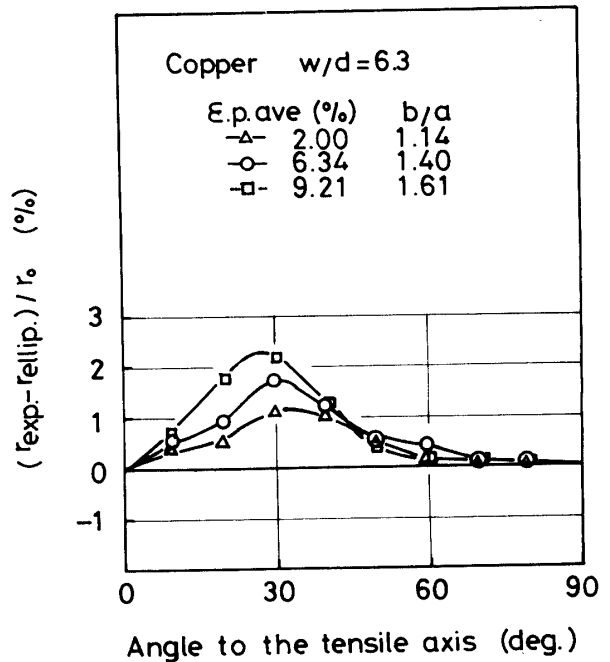
Fig.9 Relationship between the angle having no radial displacement under plastically strained condition and the average plastic tensile strain applied.

を反映してか、小粒径試片では、3段階に変化し折線で示される。

次に、変形後も半径方向の変位を示さない点（零相対変位点）について調べ、引張軸からの角度で表示しこの角度が、平均塑性ひずみの増加に伴い、変化するものかどうか、変化するものとすれば、どのように変化するのか調べたのが、次の図であり、銅、6-4 黄銅、SS41 およびアルミニウムについて、Fig.9に、示してある。銅や黄銅では、結晶粒径の違いによる差異は、ほとんどみられないが、SS41 やアルミニウムでは、その差異が表われている。尚  $w/d=10.0$  の試片形状についても、同様な傾向がみられるが、やはり拘束の違いによるものか、平均ひずみに対する角度の変化率  $(d\theta/d\epsilon_{p,ave})$  は、小さく表われている。加工硬化指数の比較的大きな値をもつ銅および黄銅では、 $\Delta r/r_0 = 0$  となる角度は、65度~55度の範囲の値をとり、ひずみの増加と共にその値は、減少する。加工硬化指数の小さな SS41 およびアルミニウムでは、 $\epsilon_{p,ave} = 0\% \sim 2\%$  で、角度70度~55度に急激に減少し、 $\epsilon_{p,ave} = 3\%$  以上では、55度~60度の間で、ほぼ一定の値を保持する。

これまで、円弧変形状の重要な点と思われる、長

軸、短軸および零相対変位量の点などと、平均塑性ひずみの関係を表示してきたが、それでは、変形円孔周辺全体が、どのような変位を示すかという疑問が生ずる。今、焼付け格子法の格子に内接する円を考え、それに一樣引張変形を加えると、半径  $r_0$  なる基円が、引張変形を受け、長軸および短軸を有する楕円となった場合それらの関係は、 $b=r_0(1+\epsilon_y)$  および  $a=r_0(1+\epsilon_x)$  で与えられる。尚、ここで  $\epsilon_y$  および  $\epsilon_x$  は、引張軸方向およびそれと90度をなす軸方向のひずみである。また、この場合は、本実験とは異なり中実材の円弧の変形であるので、当然異質の変形問題である。



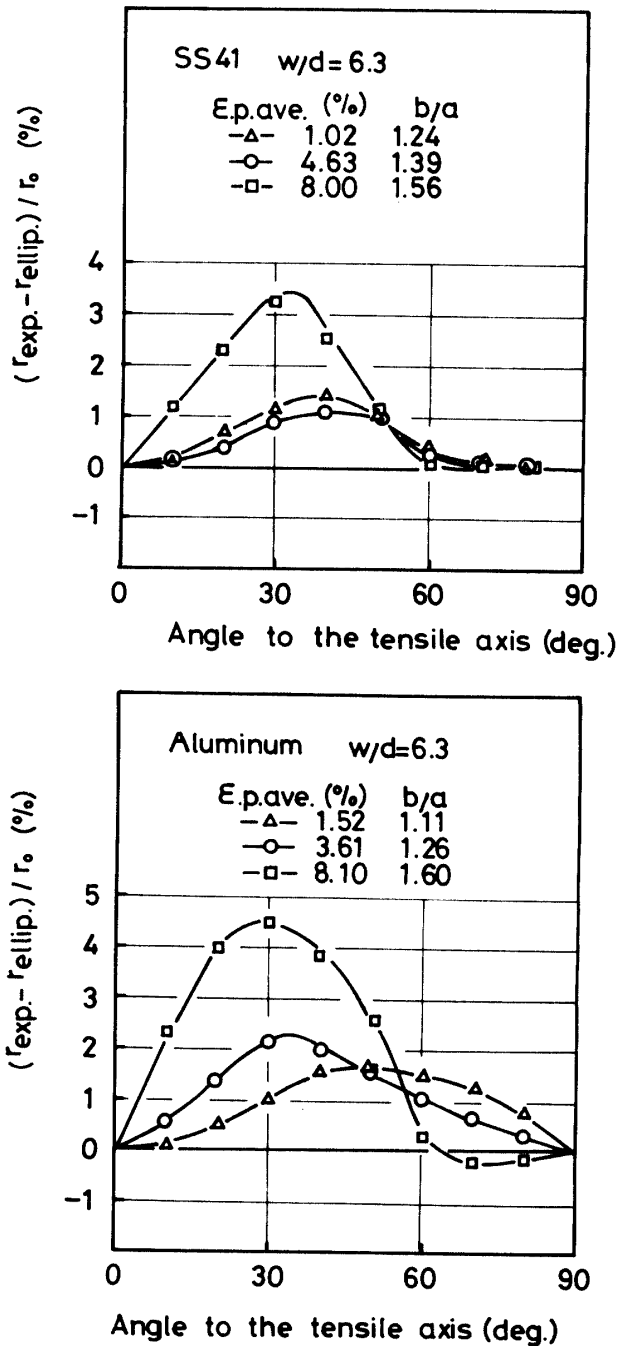


Fig. 10 Ratio of the difference in radii of an experimentally obtained ellipse having a and b axes to the radius of an undeformed circle ( $r_{exp.}-r_{ellip.}$ )/ $r_{circle}$  is shown as a function of the angle to the tensile axis.

しかしながら、Fig.2 で示したように、中空円弧も変形後は、近似楕円となるので、長軸および短軸を有する楕円弧と考えることが可能であると仮定し、それからのずれを調べてみた。そのずれの大きさを基円の半径  $r_0$  で除して、相対ずれ  $(r_{exp.}-r_{ellip.})/r_0$  として表わした。尚、ここで  $r_{exp.}$  は、実験楕円の半径、

$r_{ellip.}$  は、 $a$  および  $b$  軸を有する楕円の半径である。この実験値を引張軸から角度の関数で表示したのが、Fig.10 であり、銅、6-4 黄銅、SS41 およびアルミニウムの  $w/d=6.3$  についての例を示している。

図より各材料共に、ひずみが 増加すると、約30度近傍で、楕円より大きくずれるが、+5% の誤差率を許せば、実験の範囲内で、全ての場合が、楕円近似出来ることになる。このずれの Peak 値の位置も、ひずみの増加と共に、引張軸方向（すなわち、0度方向）に移動する。この近似楕円とのずれ、および Peak 値位置の移動の度合を、加工硬化指数の大きな銅 および黄銅と、加工硬化指数の小さな SS41 およびアルミニウムと比較すると、加工硬化指数が小さい材料の方が相対ずれは大きい。

塑性域の拡がりは、大きく別けて、Dugdale-type<sup>6)</sup> と diffuse-type<sup>3),7)</sup> とがみられ、降伏値近傍の負荷までは、SS41 の小結晶粒径試片において、すなわち、鋭い上降伏点を示し、長いリュダース伸びを示す場合には、Dugdale-type が、発生する。他の材料の場合には、応力-ひずみ曲線からも、予期される如く、最初から diffuse-type の塑性域の拡がりが見られた。

#### 4. 考 察

巨視的な問題としては、実際の設計構造物の変形、破断に至るまでの、内在円孔形状の変形過程から、微視的な問題では、延性破断機構解明への手がかりとなる基本解を与えるべく工業材料の降伏ひずみ近傍から抗張力ひずみ近傍までの変形に焦点を置き、4種類の材料を用い、かつ、各材料内で結晶粒径を変えた実験を行い、円孔の変形形状が、材料の種類や、結晶粒径によって、如何に変るかという実験結果を示してきた。

材料による降伏や変形の違いは、Fig.1 に示した様に、その流動曲線の違いから予想される材料のひずみに対する応答の違い、すなわち、 $\sigma=\sigma_0+k\epsilon^n$  で与えられる関係の中で、 $k$  および  $n$  が影響するのは、明らかである。1円孔を有する試片は、弾性域では、試料幅と円孔の大きさの比により、弾性応力集中（弾性ひずみ集中）=2~3 を与え、弾性限を越えると、負荷応力の増加と共に、塑性応力集中（gross および net 共に）は、弾性値より小さくなり、約半分近くまで減少し、塑性ひずみ集中（gross および net 共に）は、弾性解より増大し、アルミニウム合金 57S では、 $\sigma_{applied}/\sigma_{yield}=0.5$  において、塑性ひずみ集中=7.5 近傍の値が、報告されており<sup>2)</sup>、1100F アルミニウムでも、 $\epsilon_{nom.}=1.0\%$  で、塑性ひずみ集中=6.5 を報告してい

る<sup>3)</sup>。従って、降伏点以後の塑性ひずみが増大すれば、最大塑性ひずみ集中は、増大して行くことが考えられる。これら塑性域での応力集中およびひずみ集中を支配しているのは、その近傍の塑性変形域 およびその周りの弾性域の大きさ、更にそれらの性質である。従って、これら塑性拘束および弾性拘束が、結果として円孔の変形形状を支配することになり、主たる要素は塑性ひずみに対する材料の応答であり、 $(\sigma-\sigma_0)/k=\epsilon^n$ と考えると、それは材料の加工硬化指数で与えられることになる。

Fig.4 にみられるように、同一ひずみに対する相対変位量は、加工硬化指数の大きい銅が最も小さな変位を示し、 $n$  値の小さなアルミニウムは、最大の変位を示している。Figs. 5, 6, 7 および 8 に示す相対変位量  $(\Delta r/r_0)$  と平均塑性ひずみ  $(\epsilon_{p.ave.})$  の関係をも、長軸に関して、その勾配  $[d(\Delta r/r_0)/d\epsilon_{p.ave.}]$  は、 $n$  値が大きい程、小さくなる傾向を示し、予期した傾向を示している。例えば、銅 ( $n=0.52$ ) で、その勾配は 4.1、アルミニウム ( $n=0.22$ ) で、その勾配は、6.4 である。

零相対変位角と平均塑性ひずみの関係曲線でも、加工硬化指数の大きさが影響し、 $n$  値が大きい程、角度の変化幅は小さく、かつ  $\epsilon_{p.ave.}$  と共に零相対変位角は、やや減少する傾向を示している。 $n$  値が小さくなると、小さな  $\epsilon_{p.ave.}$  の間で角度の変化幅が大きくあらわれ、それ以上のひずみでは、ほとんど変化を示していない。これらの関係は、降伏域の拡がり方からも予期することができ、 $n$  値が大きい程最小断面近傍の降伏域の拡がり角が大きく、 $n$  値が小さい程その値が小さい事実と関係づけられる。

楕円弧からのずれの関係図 Fig.9 をみても、 $n$  値が大きい程、そのずれの大きさは小さくなる。つまり  $n$  値が大きくなる程、円孔周辺部の塑性変形の不均一化の傾向が小さく、より楕円孔に近接することになる。他方、 $n$  値が小さいと、塑性変形が局部化される傾向が大きくなり、従って、円孔変形形状も、楕円から離れる傾向が大きくなる。事実、銅では、 $\epsilon_{p.ave.}=10\%$  でも相対楕円近似度=2% 近傍のずれしか示していないのに反し、アルミニウムの結果は、約 8% の塑性平均ひずみでも、2 倍近くの 4.5% 近傍のずれを示している。ところで、比較のため上述の様な不均一ひずみ分布のない場合を考えてみよう。今、主ひずみ方向が変わらないような一様変形を考え、平滑試片の中心に円弧を描いて、単軸引張を加え、円弧上の点  $(x, y)$  が  $(x_1, y_1)$  に移ったものとすれば  $x_1=x(1+\epsilon_x)$ ,  $y_1=y(1+\epsilon_y)$  の関係で、両点が関係づけら

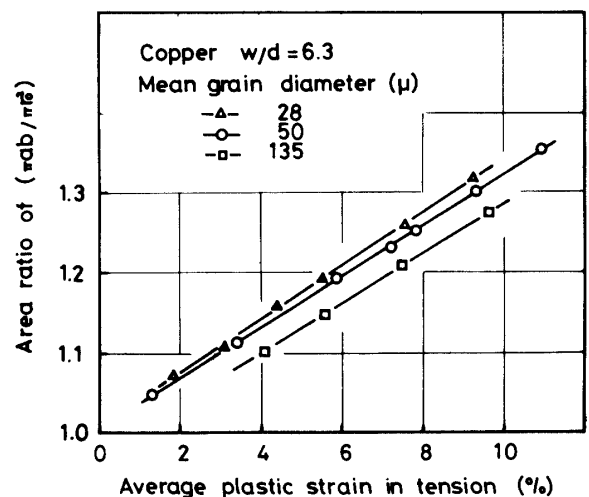
れる(ここで、 $\epsilon_x$  および  $\epsilon_y$  は、 $x$  軸および  $y$  軸方向の塑性ひずみである)。すなわち、基円、 $x^2+y^2=r_0^2$  は、 $x_1^2/r_0^2(1+\epsilon_x)^2+y_1^2/r_0^2(1+\epsilon_y)^2=1$  で示される楕円となるはずである。

次に、円孔変形後の近似楕円と基円が各々包括する面積比の関係は、平面ひずみ ( $\epsilon_x$  および  $\epsilon_y$ ) 問題で考えてみよう。連続体内の変形後の  $a$  軸および  $b$  軸の長さを考えるとすれば、 $a=r_0(1+\epsilon_x)$  および、 $b=r_0(1+\epsilon_y)$  で与えられることになる。しかしここで考えている問題は、連続体内ではなく、円孔の自由境界の移動であるから、各々の軸に  $k_1$  および  $k_2$  の補正係数を付けて考える必要があり、従って、

$a=r_0(1+k_1\epsilon_x)$  および  $b=r_0(1+k_2\epsilon_y)$  と考え、そして、材料のポアソン比、 $\nu=-(\epsilon_x/\epsilon_y)$  を考えると  $a$  の値は、 $a=r_0(1-k_3\epsilon_y)$  となる。尚、ここで、 $k_3$  は、 $k_1$  と  $\nu$  の有効補正係数(仮定数)の積で表わされる定数である。従って、面積比  $R_A$  は、次式で与えられる。

$$R_A = \text{近似楕円の面積} / \text{基円の面積} \\ = \pi ab / \pi r_0^2 \\ = 1 + (k_2 - k_3)\epsilon_y - k_2 k_3 \epsilon_y^2$$

今、実験結果 Figs. 5~8. より  $k_3(=\alpha$  とおく) および  $k_2(=\beta$  とおく) の値が求まり、 $\epsilon_y$  は、 $\beta \cdot \epsilon_{p.ave.}$  と考えることができるので、その比  $R_A$  は  $R_A = 1 + (\beta - \alpha)\epsilon_{p.ave.} - \alpha\beta\epsilon_{p.ave.}^2$  となり、 $R_A$  と  $\epsilon_{p.ave.}$  の関係は第 2 項まで考えれば、直線に表示される。 $\epsilon_{p.ave.}^2$  の項までも考えると、二次曲線となるが Fig.11 では、 $R_A$  と  $\epsilon_{p.ave.}$  が、10% 近傍まで良い直線性を示している。これは、Fig.10 に表示した如く実際の変形円は、楕円より大きく表われる角度の部分が多いため、 $\epsilon_{p.ave.}^2$  の微少項による減少を補っていることになる。この面積の勾配も、各材料により異なり、 $n$  値が大きい程





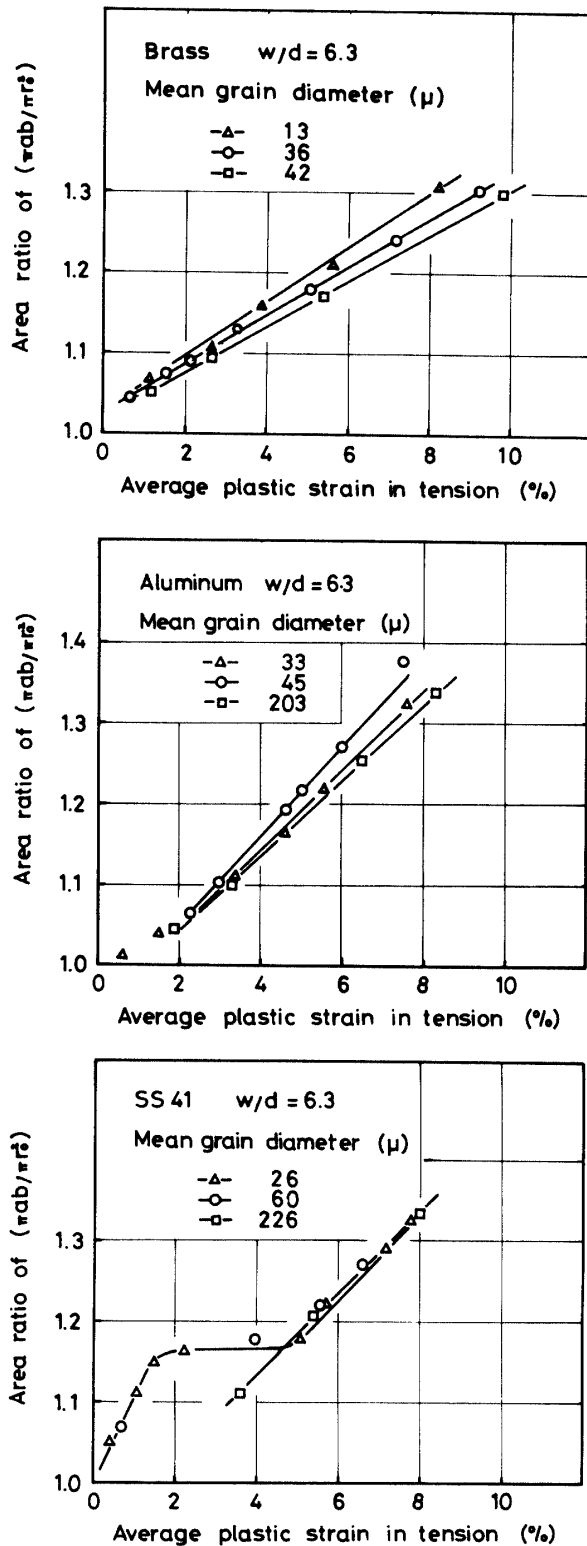


Fig.11 Ratio of the area enclosed by the deformed elliptical hole to that of an undeformed circle is shown as a function of the average plastic tensile strain.

勾配が小さく表われる。尚参考までに、塑性変形体に描いた円弧は一樣引張変形では、平面ひずみの場合

(単位厚さとする)、変形後の面積は何ら変化を示さないことになる。

これまでの議論は、材料の種類が変れば塑性変形の様子が変わり、その程度を加工硬化指数で表現した。一方、Hall-Petch<sup>9)</sup>の関係によれば、

$$\sigma_y = \sigma_0 + kd^{-1/2}$$

で表示され、結晶粒径が変れば、流動応力は、 $d^{-1/2}$  に比例することになる。また、A. W. Thompson等<sup>10)</sup>は、材料によりその関係の成立しないことを説いており、瀧本、山口等<sup>5)</sup>は、材料の加工硬化指数は、結晶粒径(d)に、依存することを実験的に証明している。従って、材料を変えるだけでなく、同一材料を用いて比較しても結晶粒径を変えるだけでnが変り、いままで述べてきた考察と同様な議論が成立することになる。これまでの図には、各材料で3種類の結晶粒径についての実験結果を示しているが、何れも加工硬化指数の違いによる影響を示していることがわかる。瀧本および山口等<sup>5)</sup>の結果によれば、6-4黄銅は、結晶粒度によるn値の変化幅が、最も大きく表われることを示しており、この実験結果でも、結晶粒度による影響は、6-4黄銅に最も顕著にでている。

SS41の小結晶粒径では、鋭い降伏点と比較的長い降伏ひずみを示すので、a, b 両軸での相対変位量と  $\epsilon_{p,ave}$  の関係および  $R_A$  と  $\epsilon_{p,ave}$  との関係において、これまでに述べてきた関係とは全く異なった傾向を示している。これは円孔縁の最大応力点および最大ひずみ点から発生する降伏域の拡がり方に、他の材料とは、根本的な違いがある。この材料は、いわゆるDugdale-typeの変形がまず幅方向に走り、それが、試験片の自由境界に到達した後、最小断面の上、下に対称的に変形域を生成するためであろう。Dugdale-typeの塑性域の拡がり<sup>6)</sup> (s)は、

$$s = a[\sec(\pi\sigma/2\sigma_y) - 1] \quad (a; \text{クラック長さ})$$

で与えられ  $\sigma/\sigma_y = 1$  で、塑性域寸法が大きく拡大され、全面降伏状態になることを示している。この実験においてもこれらの塑性域の拡がりの結果は、Dugdale<sup>6)</sup>、Dixon と Visser<sup>7)</sup> あるいは R. I. Mair と E. E. Banks<sup>1)</sup> らの結果と同じ傾向を示している。尚参考までに述べると、他の材料の塑性域の拡張は、diffuse-typeの形状で、いわゆる、Butterfly wingsに近い形で展開してゆき、その拡がり角はn値が大きい程大きくなる傾向を示している。

次に、近似楕円弧の形状を離心率(e)で表してみると、 $e = [1 - (a/b)^2]^{1/2}$  で与えられる。実験結果より得た a, b 両軸は、 $\epsilon_{p,ave} = 8\%$  までのひずみに対して直線関係が得られたので、この直線の勾配は前述の如

く、 $\alpha$  ( $a$ 軸) および  $\beta$  ( $b$ 軸) で表わされることになり、両軸比 ( $b/a$ ) を  $\alpha$  および  $\beta$  で表わすと次式のようになる。

$$b/a = 1 + (\alpha + \beta)\epsilon + \alpha(\alpha + \beta)\epsilon^2 + \dots$$

$$= 1 + (\alpha + \beta)\epsilon$$

従って、離心率  $e$  は、 $b/a$  の関数で与えられるので、結果として、 $\epsilon$  の関数で与えられることになる。このことは Figs. 2 および 4 に示すように、 $n$  値の小さな材料程、同一平均塑性ひずみにおいて、離心率の大きな形状となることから実証され、 $\epsilon_{p.ave.}$  の増加と共に離心率は、大きくなっている。この討論から得られることは、円孔の変形形状は、材料の加工硬化指数の関数として表現し得るという事であり、それを吟味してみたのが Fig.12 (A と B) である。前者は  $\omega/d = 6.3$  の設計試片であり、後者は、 $\omega/d = 10.0$  の結果から得た図である。両図共に上側の曲線は、長軸の平均塑性ひずみに対する比を示し、下側の曲線は、短軸で

の値の絶対値を示している。長軸の単位ひずみ当りの相対変位量は、加工硬化指数の増加と共に、 $m^{1/n}$  に比例して減少し (ここで、 $m$  は定数)、 $n=0.5$  でほとんど一定値に近づくことを示している。この関係においても、 $\omega/d$  が大きい程、塑性拘束も大きくなり、定数値  $m$  は、小さくなっている。短軸の方は、 $n$  値が、0.3 近傍まで減少する傾向を示すが、それ以上では、ほとんど変化を示さないことを示している。これら両軸比を  $\omega/d = 9.3$  と  $\omega/d = 10.0$  の場合について加工硬化指数の関数であらわしたのが、次の図である。Fig.13 には、近似楕円の離心率  $e = (1 - a^2/b^2)^{1/2}$  の軸比 ( $b/a$ ) におよぼす加工硬化指数の関係が与えられ、 $n$  値が小さくなる程、単位ひずみ当りの軸比 ( $b/a$ ) が大きくなり、細長い楕円を生成することを示している。設計因子 ( $\omega/d$ ) が、大きくなると単位ひずみ当りの軸比 ( $b/a$ ) が小さくなり、つまり離心率も小さくなって、近似楕円の形状も太短くなることを示している。

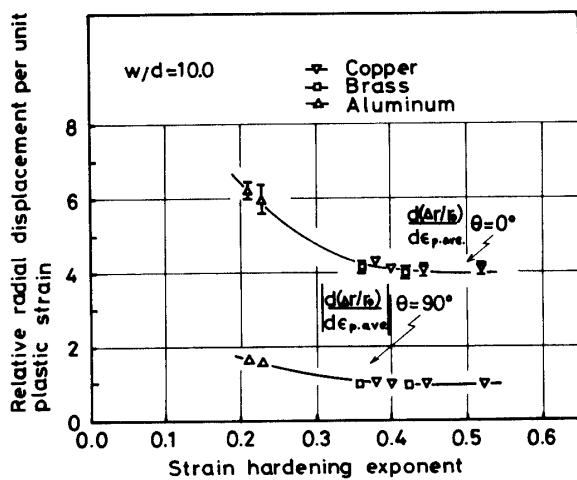
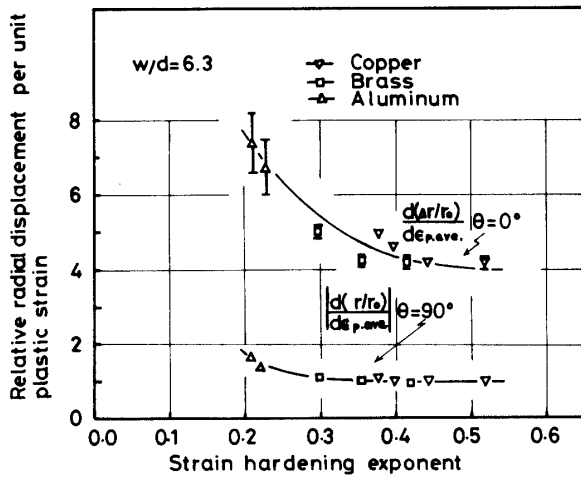


Fig.12 Effect of the strain hardening exponent on the radial displacement ( $\Delta r/r_0$ ) per unit plastic strain at angles of 0-deg. and 90-deg. to the tensile axis.

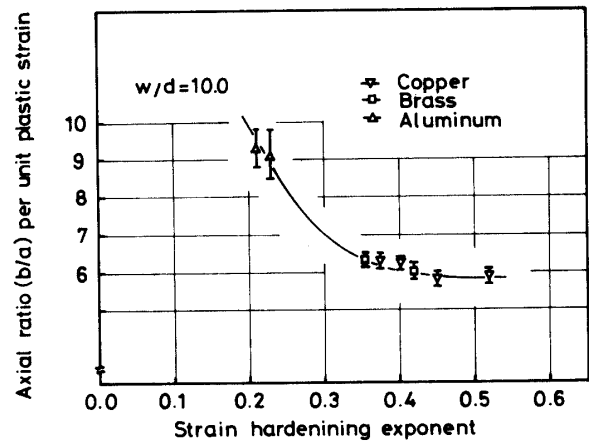
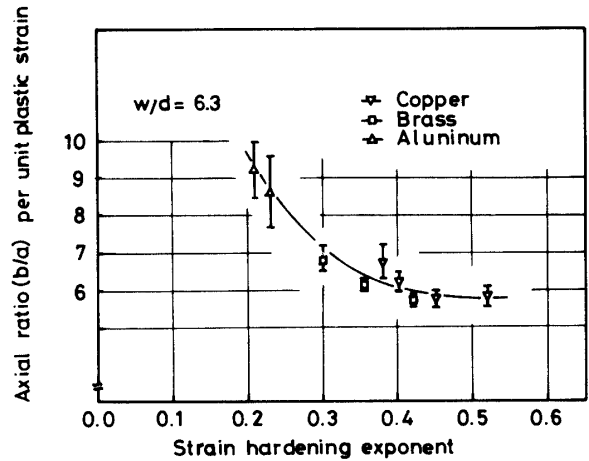


Fig.13 Effect of the strain hardening exponent on the axial ratio ( $b/a$ ) of the ellipse shaped by deforming an circular hole in uniaxial tension.

5. 結 言

実用工業材料, 銅, 6-4 黄銅, SS-41 および ア

ルミニウムの薄板材を用いて、結晶粒径を3段階に変化させ、一円孔を有する板材の引張試験をし、円孔の変形形状を調べた結果ここに報告した範囲内で、次の結言を得た。

(1) 円孔の変形形状は、材料の応力-ひずみ曲線の特徴により変る。

(2) 全ての場合、変形円弧形状は、+5%の誤差を許せば、近似楕円で表示し得る。

(3) 応力-ひずみ曲線が、1つの加工硬化指数で近似できる材料では、近似楕円の長、短軸は、平均塑性ひずみと共に、直線的に変化する。

(4) SS41の小結晶粒材は、鋭い上降伏点と長い降伏点伸びを示し、近似楕円の長軸は、平均塑性ひずみと共に3段階の変化をし、短軸は、非直線的に変化する。

(5) 零相対変位を示す角度は、平均塑性ひずみと共に変化し、その変化のし方が、加工硬化指数と関係づけられる。

(6) 変形前後の円孔を包括する面積比は、平均塑性ひずみと共に、直線的に増加する。

(7) 単位ひずみ当りの相対変位量は、加工硬化指数の関数で表示でき  $[(4r/r_0)/\epsilon_{p,ave} \propto m^{1/n}]$  加工硬化指数が大きい程、その値は小さくなる。

(8) 近似楕円の単位ひずみ当りの長、短軸比 ( $b/a$ ) は、加工硬化指数の関数で表示でき、 $b/a = p(q)^{1/n}$  で与えられ、 $n$  が小さい程、細長楕円の生成を指示している。

(9) 設計因子 ( $\omega/d$ ) は、大きい程塑性拘束が大きくなり、定数  $m$  および  $p$  を小さくする。

(10) 円孔縁での塑性域の拡がり、応力-ひずみ

線図から予期することができ、上および下降伏点を持ち下降伏点伸びが、比較的長い材料は、Dugdale-type、他の材料は、diffuse-type の拡がりから始まり、塑性域の拡がり角は、 $n$  が大きい程、大きくなる。

終りに、この研究の一部に使用した材料は、筆者の一人が、英国リバプール大学時代に Prof. D. Hull の下で準備したものであり、ここに感謝の意を表します。

### 参 考 文 献

- 1) R.I. Mair and E.E. Banks; *Experimental Mechanics*, **30**, 77, Feb, (1973)
- 2) P.S. Theocaris and E. Marketos; *J. Mech Phys Solids*, **12**, 377 (1964)
- 3) Charles, A, Rau, Jr; *Experimental Mechanics*, **28**(1), 133, March (1971)
- 4) 瀧本昭夫, 稲富俊隆; 日本機械学会講演論文集, (1977-10創立80周年記, 中国, 四国, 九州支部学術講演会)
- 5) 瀧本 昭夫, 山口 守衛, 稲男 健; 日本機械学会講演論文集 (1978-10, 九州支部学術講演会)
- 6) D.S. Dugdale; *J. Mech. Phys. Sol.*, **8**, 100 (1960)
- 7) Dixon, J.R. and Strannigan, J.S.; *J. Mech. Eng. Sci* **6**(2), 132 (1964)
- 8) J. Datsko; John, Wiley & Sons, Inc; New York p. 18 (1966)
- 9) N.J. Petch; *Acta Met.*, **12**, 49 (1964)
- 10) A.W. Thompson, M.I. Baskes, W.F. Flan Flanagan; *Acta, Met*, **21**, 1017 (1973)

(昭和54年10月15日 受理)