

# 外周切欠材の応力集中と回転曲げ疲労強度について

第4報 孔附円筒軸 その1

大野元明\*・吉松靖雄\*\*

Stress Concentration and Fatigue Strength of Notched Specimens Under Repeated Bending Moment

(4th Report.)

Hollow Cylinder with a Diametral Hole. Part. 1

Motoaki ŌNO\* and Yasuo YOSHIMATSU\*\*

## Abstract

When a solid circular bar with a diametrically penetrated circular hole is bent by the bending moment applied at the remote section from the hole, the greatest stress occurs on the periphery of the hole. As to this subject T.Ishibashi discussed theoretically and calculated the form-factor. To obtain easily the equivalent values of the form-factor of this notched bar, we assumed two dimensionally stressed semicircular notched plate under the bending moment in the plane of the plate, and calculated this form-factor or the stress concentration by our experimental formula, and then treating in the same way for another forms of the hole, rectangle, ellipse, etc., we have adopted as the equivalent values of these form-factors.

The adopted values from the equation are satisfactory to be used as equivalent values of the form-factor for the circular or the hollow shafts with above mentioned diametral holes as compared with our experimental results of the large type thin cylinders.

As our fatigue experiments shows, the failure occurs at the point of the maximum stress concentration on the periphery of the hole and spread into the circumferential direction, the form factor is very important for the determination of the hole-shape.

## 1. 緒 言

中空回転軸に直径方向に円孔、楕円孔、矩形孔などを穿つたものが機械部分に使用されることがしばしばあるがこれらの軸が回転曲げをうけるときは孔の中心線が中立軸に垂直になつたとき生ずる孔縁の最大応力の繰返しによつて疲労をおこし破壊することがある。この場合の応力集中率または形状係数に関しては石橋<sup>1)</sup>氏の直径方向の円孔をもつ丸軸についての解析的研究結果がありこれは円孔付円筒に対しても、概略適用できると考えられる。円孔以外の孔に対してはこのような解析はさらに煩雑になるから筆者はこれらの孔をもつ円筒軸の形状係数を求める一便法として上記のよう

な立体的応力解析から求められる形状係数とほぼ同等な値を与えると考えられる平面応力をうける切欠付帯板を仮定してその形状係数を相当値として代用することを試みた。何れの計算方法によつても計算値がどの程度実際と合致するかは不明であるから実験値との比較が望ましく先の石橋氏の円孔付丸軸の計算結果もPetersonの実験結果<sup>2)</sup>と比較されている。円孔以外の孔をもつものに対しては従来の実験値がないので筆者は矩形孔をもつ薄肉円筒の大形試験片についてストレンゲージ、スリップリングを使用して軸の回転中の孔縁の歪を測定してみた。その結果は上記の等価計算と大体一致することがわかつた。これらの大型円筒の疲労試験は現在未完了であるがその一部と別的小形円

\* 機械工学教室

\*\*宇部興産K・K宇部鉄工所

筒試験片による疲労試験結果を掲げて形状係数と切欠係数の比較に資することにする。

## 2. 孔付円筒の形状係数の代用計算

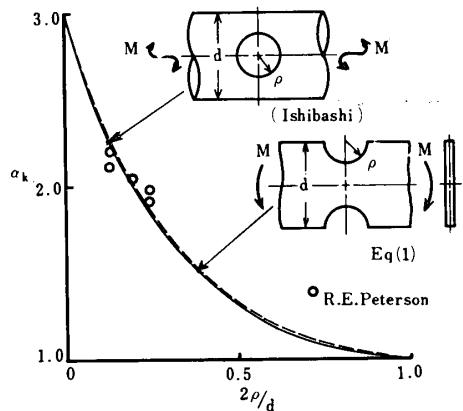


Fig. 1 Comparison of form factors between two cases shown in the figure

中実丸軸に直径方向の円孔を貫通したものの曲げに対する形状係数について石橋氏の計算結果を Fig. 1 の破線で示した。これは図中記入のように Peterson の実験結果とほぼ合致することが示されている。今この  $\alpha_K$  とほぼ同等の形状係数を与える平面応力板を想定するため Fig. 2 のように円筒を円孔中心を含んだ軸方向平面で二分し、その応力分布は (a) のようになるがこれを簡単化して、横方向から投射した直径  $d$

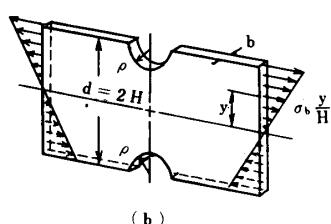
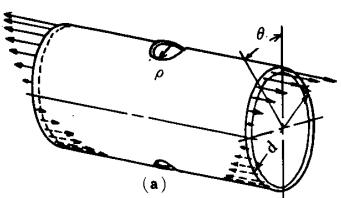
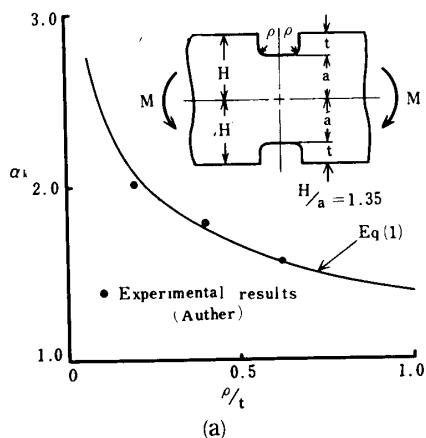


Fig. 2 (a) The stress distribution of the circular cylindrical layer under bending moment

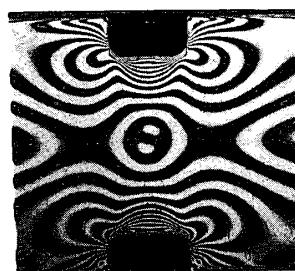
(b) The stress distribution of the notched plate assumed to have the form factor approximately equivalent to (a)

を幅とする平板の両外側にその円孔の半径と同じ半径をもつ半円弧対称切欠をつけたものを仮定してこれの応力分布が図のように直線的勾配をもつものに置きかえる、これは半円弧両外側切欠をもつ帯板の面内曲げの場合で Howland その他従来多くの解析や光弾性による実験結果などがある。これの応力集中率の値は計算者によつて幾分の相違はあるが後に掲げる筆者の計算式(1)によると Fig. 1 に実線で記入したように前記石橋氏の解析結果とほとんど合致している。

よつて中実軸に円孔を貫通したものの形状係数を簡単に計算するには上記切欠板の  $\alpha_K$  を(1)式で計算すればよいことになる。軸が円筒の場合も断面形の変形を無視して形状係数は中実軸のものと同一と仮定してこの等価計算を行うことにする。このことからさらに楕円孔や矩形孔を貫通した円筒軸についても同様な関係が推論される。例えば Fig. 3 は隅に丸味をもつ正方形孔を二分した形の切欠をもつ両外側対称切欠の帯板に面内曲げを作用させて測定した光弾性実験結果を示すものであるが、これと同じ正方形孔を貫通した板幅と同じ大きさの直径をもつ丸軸または円筒軸の形状係数はこの図の  $\alpha_K$  で等価的に求められるということである。



(a) Calculated and measured  $\alpha_K$



(b)  
Stress pattern

Fig. 3 The form factor of the rectangular beam with rectangular grooves subjected to pure bending

ある。

そこで梢円、U型、矩形などの両側切欠の帯板の面内曲げに対する  $\alpha_K$  を求める方法としては筆者立案のつきの実験式を用いる。

Fig. 4 の(A)縦型矩形(B)横型矩形(横>縦)(C)円(又は梢円)を横中心軸で二分した切欠を両外側にもつものに対して基準応力を板の最小断面部の見掛け応力にとつて  $\alpha_K$  で表わし、切欠のない部分の縁応力を基準にとつたものを  $\alpha_{K'}$  で表わすと

$$\begin{aligned} \alpha_K &= \left(\frac{a}{H}\right)^{1+\frac{c}{t}} \cdot \frac{t}{c} \left(K - \frac{t}{H}\lambda\right) \quad \text{(i)} \\ K &= -\pi/2 + \frac{2l_o}{\sqrt{l_o^2 - c^2}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{l_o + c}{l_o - c}}, \quad \lambda = \frac{l_o}{c} \left(\log \frac{l_o}{l_o - c} - \frac{c}{l_o}\right) \\ \alpha_{K'} &= \alpha_K \cdot \left(\frac{H}{a}\right)^2 \quad \text{(ii)} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} l_o/c = \begin{cases} 1.83 + 0.2\sqrt{t/H} - 0.48\frac{t}{\rho} - 1.03(t/H)^2 \left(1 - \frac{c}{t}\right) \left(1 - \frac{\rho}{t}\right) & \text{(a)} \\ 1.83 + 0.1\sqrt{t/H} - 0.93(t/H)^{1.5} \left(1 - \frac{\rho}{t}\right) & \text{(b)} \\ 1.35 + 0.2\sqrt{t/H} - 0.55(t/H)^2 \left(1 - \frac{c}{t}\right)^2 & \text{(c)} \end{cases} \\ \end{array} \right\} \quad \text{(1)}$$

である。これらの式は半円弧、矩形、二段幅の板などについて従来の解析値や実験値などを調べて作った実験式に相当するものであるから常数を含んでいる。 $K$ 、 $\lambda$  は  $l_o/c$  の関数で別に計算表を備え実用計算は簡単に行なう。

Fig. 4 の(A), (B), (C)の括弧内の寸法の孔を外径104 mmの円筒に直径方向に貫通したもののが上記(1)

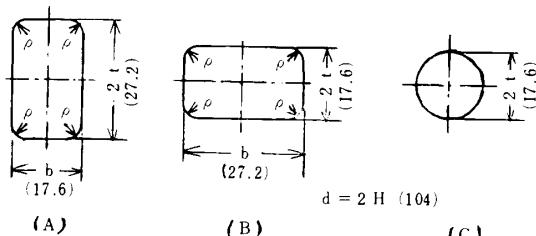


Fig. 4 Notch forms to be compared as diametral holes of the circular cylinder  
d : cyl. dia.

によつて等価計算を施すと Table. 1 の  $\alpha_K$  が求められる、さらに  $\alpha_K$  を切欠のない部分の縁応力を基準にとつて  $\alpha_{K'}$  に換算すると同表右欄の値となる。

これらは貫通孔に対する  $\alpha_K$ 、 $\alpha_{K'}$  であるが、円筒軸の直径に比して孔の大きさが余り大きくない上記の寸法のものでは孔が1個の場合あまり大差ない値をもつものと考えてこの  $\alpha_K$ 、 $\alpha_{K'}$  をこれら有孔軸の形状係数として用いることにする。

### 3. 円孔付円筒の疲労試験

Table. 2 に示す化学的成分、機械的性質をもち Fig. 5 の顕微鏡組織をもつ二種類の低炭素鋼棒を Fig. 6 の試験片に加工し回転曲げ疲労試験を行つた。I材は Fig. 6 の(a)中実平滑材、(b)円筒平滑材(軸方向に穿孔して製作)、(c)1.5mm孔1個付円の三種類とした。(c)の形状係数は前記のように簡単のため貫通孔と同値と仮定して(1)式で計算すれば、 $\alpha_K = 1.78$ 、 $\alpha_{K'} = 3.30$ となる。II材は Fig. 6 の(a)、(b)及び(c)1mm孔1個付円筒、(d)1mm孔貫通の円筒とした。(d)の形状係数は(1)式で  $\alpha_K = 2.08$ 、 $\alpha_{K'} = 3.0$  で(c)はやはりこれと同値と仮定する。

次に回転曲げ疲労試験を行つて切欠係数を求めるために必要な断面係数を別式で計算して Table. 4 に記した通りで表中  $\sigma$  は円孔のない部分の断面係数で除した値、 $\sigma'$  は Table. 3 中の夫々の断面係数で除した普通の見掛けの曲げ応力である。耐久線は耐久モーメント比較の便宜上  $\sigma$  で表わし Fig. 7、Fig. 8 となる。

Fig. 7 で平滑円筒の疲労限は中実材の疲労限より約 10% 低く現れている。平滑円筒の疲労限  $20.5 \text{ kg/mm}^2$  に対して 1.5mm 孔 1 個付円筒の疲労限は  $\sigma$  にこの断面係数比 1.4 を乗じて  $\sigma' = 9.0 \times 1.4 = 12.6 \text{ kg/mm}^2$  でありこれから切欠係数  $\beta_K = 20.5/12.6 = 1.63$  である。

Table 1 Form factor equivalent to the cylinder with diametral holes in Fig. 4, calculated from the Eq. (1)

| Kind of hole | Equation to be used | $l_o/c$ | $K$  | $\lambda$ | $\alpha_K$ | $\alpha_{K'}$ |
|--------------|---------------------|---------|------|-----------|------------|---------------|
| A            | (i) (iii)           | 1.69    | 1.16 | 0.51      | 1.90       | 3.50          |
| B            | (i) (iv)            | 2.23    | 0.80 | 0.34      | 1.67       | 2.42          |
| C            | (i) (ii)            | 1.43    | 1.71 | 0.718     | 2.03       | 2.95          |

Table 2 Chemical composition and mechanical properties of the small type test pieces

| Material | Chemical composition |      |      |       |       | Mechanical properties                |              |
|----------|----------------------|------|------|-------|-------|--------------------------------------|--------------|
|          | C                    | Si   | Mn   | P     | S     | Tensile strength, kg/mm <sup>2</sup> | Hardness, Hv |
| I        | 0.13                 | 0.02 | 0.46 | 0.014 | 0.021 | 40                                   | 100          |
| II       | 0.22                 | 0.24 | 0.50 | 0.021 | 0.023 | 50.8                                 | 175          |

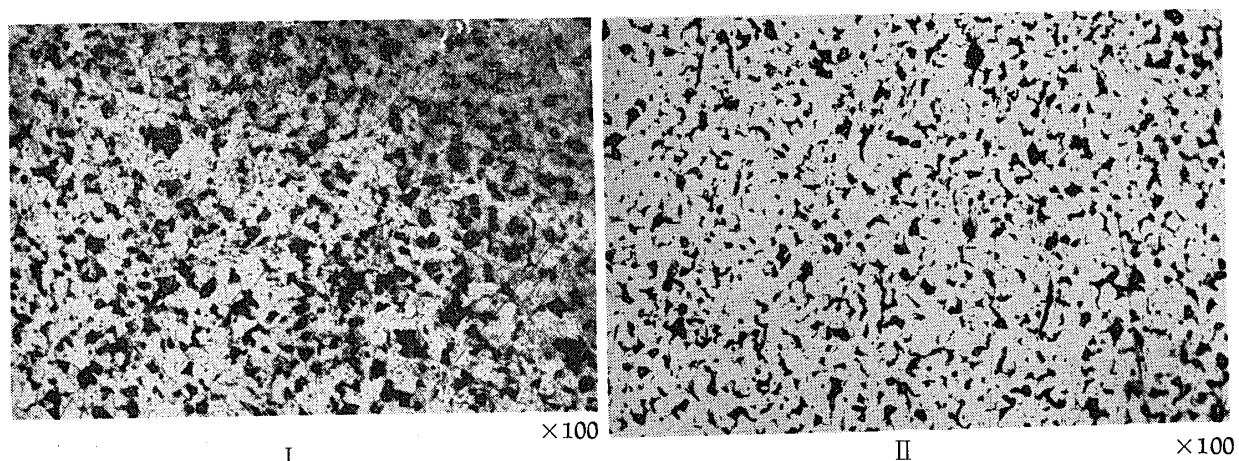


Fig. 5 Micro-structure of the material I and II

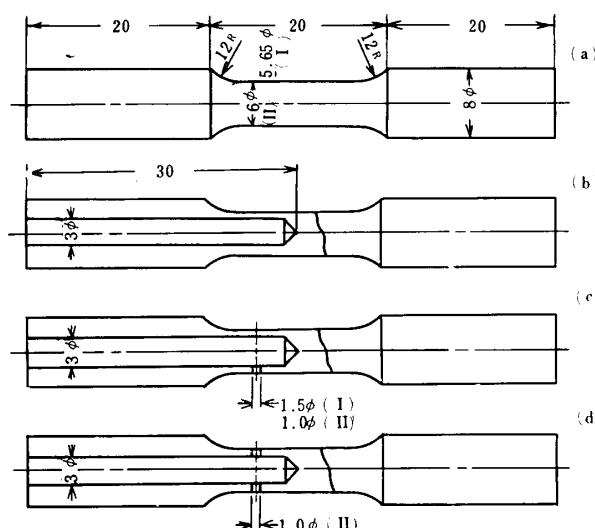


Fig. 6 Dimension of test pieces of I, II material for 1.5kgm. fatigue testing machine

Fig. 8 では円筒平滑材と中実平滑材の疲労限の相異は明瞭でない。平滑円筒の疲労限を  $29.5 \text{ kg/mm}^2$  として  $1 \text{ mm}$  孔 1 個付円筒の疲労限は  $\sigma$  に断面係数比 1.233 を乗じて  $\sigma' = 14.0 \times 1.233 = 17.26 \text{ kg/mm}^2$  とから  $\beta_K = 29.5 / 17.26 = 1.70$  となり、  $1 \text{ mm}$  孔貫通のもの疲労

限は同じく  $\sigma$  に断面係数比 1.36 を乗じて  $\sigma' = 13.0 \times 1.36 = 17.68 \text{ kg/mm}^2$  として  $\beta_K = 29.5 / 17.68 = 1.6$  となつて孔 1 個の場合と大差ない。

次に貫通円孔付丸軸の回転曲げに対する切欠係数を求める式として

$$\beta_K = 1 + (0.40 + 0.019\sigma_B)(1 - e^{-0.50D})(1 - e^{-0.40d}) \times (1 - e^{-0.45(\frac{D}{d}-1)}) \quad \dots \dots (2)$$

但し  $\sigma_B = \text{引張強さ} \text{ kg/mm}^2$ ,  $D = \text{軸径} \text{ mm}$ ,  $d = \text{孔径} \text{ mm}$

があり、これに II 材の(d)の寸法と  $\sigma_B$  の値  $50.8 \text{ kg/mm}^2$  を入れて計算してみると  $\beta_K = 1.38$  となり先の 1.66 と比較して低くなつてゐる。同じく I 材の  $1.5 \text{ mm}$  孔を貫通したとしてこの材料の  $\sigma_B = 40 \text{ kg/mm}^2$  を入れて  $\beta_K$  を求めてみると  $\beta_K = 1.35$  となつて(2)式による計算値は何れの場合も少し高すぎるようにである。

Table 3 Section modulus of the test pieces for each dimension in the Fig. 6

| material \ Z mm <sup>3</sup> | (a)   | (b)   | (c)   | (d)   |
|------------------------------|-------|-------|-------|-------|
| I                            | 35.41 | 16.30 | 11.62 | —     |
| II                           | 42.41 | 19.87 | 16.11 | 14.62 |

Table. 4 Results of fatigue tests of small type test pieces

|  | T · P<br>No. | d<br>mm | $d_0$<br>mm | $\sigma$<br>$kg/mm^2$ | $\sigma'$<br>$kg/mm^2$ | N<br>$\times 10^6$ | O  |  | T · P<br>No. | d<br>mm | $d_0$<br>mm | $\sigma$<br>$kg/mm^2$ | $\sigma'$<br>$kg/mm^2$ | N<br>$\times 10^6$ | O  |  |
|--|--------------|---------|-------------|-----------------------|------------------------|--------------------|----|--|--------------|---------|-------------|-----------------------|------------------------|--------------------|----|--|
| Solid.<br>unnotched.                                     | 1            | 5.65    |             | 25.5                  |                        | 0.4073             | ×  | Solid.<br>unnotched.                                     | 1            | 6.00    |             | 25.9                  |                        | 10.0031            | ○○ |  |
|  | 2            | 〃       |             | 26.9                  |                        | 0.1523             | ×  |  | 2            | 〃       |             | 22.4                  |                        | 10.3190            | ○○ |  |
|  | 3            | 〃       |             | 21.1                  |                        | 10.1416            | ×  |  | 3            | 5.99    |             | 30.6                  |                        | 4.0118             | ×  |  |
|  | 4            | 〃       |             | 22.5                  |                        | 2.2813             | ×  |  | 4            | 6.00    |             | 33.0                  |                        | 0.5948             | ×  |  |
|  | 5            | 〃       |             | 21.8                  |                        | 15.4283            | ○○ |  | 5            | 5.99    |             | 30.0                  |                        | 10.0133            | ○  |  |
|  | 6            | 〃       |             | 21.0                  |                        | 12.6277            | ○○ |  | 6            | 6.00    |             | 29.5                  |                        | 1.8294             | ×  |  |
| Hollow.<br>unnotched.                                    | 7            | 5.65    | 3.00        | 22.1                  |                        | 0.4127             | ×  | Hollow.<br>unnotched.                                    | 7            | 〃       |             | 29.0                  |                        | 14.3671            | ○  |  |
|  | 8            | 〃       | 〃           | 23.0                  |                        | 0.3289             | ×  |  | 8            | 6.00    |             | 31.4                  |                        | 2.6652             | ×  |  |
|  | 9            | 〃       | 〃           | 22.4                  |                        | 0.4034             | ×  |  | 9            | 5.99    | 3.00        | 30.8                  |                        | 9.3836             | ×  |  |
|  | 10           | 〃       | 〃           | 20.8                  |                        | 0.8868             | ×  |  | 10           | 6.00    | 〃           | 32.9                  |                        | 1.2159             | ×  |  |
|  | 11           | 〃       | 〃           | 21.4                  |                        | 7.0061             | ×  |  | 11           | 5.99    | 〃           | 35.4                  |                        | 0.4998             | ×  |  |
|  | 12           | 〃       | 〃           | 21.2                  |                        | 0.8318             | ×  |  | 12           | 〃       | 〃           | 32.6                  |                        | 0.9933             | ×  |  |
|  | 13           | 〃       | 〃           | 20.0                  |                        | 12.4560            | ○○ |  | 13           | 〃       | 〃           | 31.4                  |                        | 0.8936             | ×  |  |
|  | 14           | 〃       | 〃           | 20.6                  |                        | 4.1347             | ○○ |  | 14           | 〃       | 〃           | 29.0                  |                        | 10.0405            | ○  |  |
|  | 15           | 〃       | 〃           | 20.2                  |                        | 13.0008            | ○○ |  | 15           | 5.98    | 〃           | 33.0                  |                        | 0.7118             | ×  |  |
|  | 16           | 5.65    | 3.00        | 20.0                  | 28.0                   | 0.0255             | ×  |  | 16           | 5.99    | 〃           | 32.1                  |                        | 1.8375             | ×  |  |
|  | 17           | 〃       | 〃           | 15.3                  | 21.4                   | 0.1258             | ×  |  | 17           | 〃       | 〃           | 30.3                  |                        | 2.9858             | ×  |  |
|  | 18           | 〃       | 〃           | 9.2                   | 12.9                   | 1.4222             | ○○ |  | 18           | 〃       | 〃           | 29.6                  |                        | 11.4526            | ○  |  |
|  | 19           | 〃       | 〃           | 7.7                   | 10.7                   | 13.0005            | ○○ |  | 19           | 5.99    | 3.00        | 25.2                  | 31.07                  | 0.1639             | ×  |  |
|  | 20           | 〃       | 〃           | 8.6                   | 12.0                   | 13.9680            | ○○ |  | 20           | 〃       | 〃           | 18.95                 | 23.36                  | 0.7484             | ×  |  |
|  | 21           | 〃       | 〃           | 8.3                   | 11.6                   | 10.0010            | ○○ |  | 21           | 〃       | 〃           | 12.60                 | 15.53                  | 5.2464             | ×  |  |
|  | 22           | 〃       | 〃           | 12.0                  | 16.8                   | 2.0401             | ×  |  | 22           | 6.00    | 〃           | 14.10                 | 17.38                  | 8.9026             | ×  |  |
|  | 23           | 〃       | 〃           | 13.5                  | 18.9                   | 0.5458             | ×  |  | 23           | 5.99    | 〃           | 16.40                 | 20.22                  | 2.7580             | ×  |  |
|  | 24           | 〃       | 〃           | 11.0                  | 15.4                   | 3.1971             | ×  |  | 24           | 6.00    | 〃           | 15.05                 | 18.55                  | 8.8753             | ×  |  |
|  | 25           | 〃       | 〃           | 10.5                  | 14.7                   | 2.0486             | ×  |  | 25           | 5.99    | 〃           | 13.10                 | 16.15                  | 9.4882             | ×  |  |
|  | 26           | 〃       | 〃           | 9.5                   | 13.3                   | 13.7848            | ○○ |  | 26           | 〃       | 〃           | 13.60                 | 16.76                  | 15.0410            | ○○ |  |
| I—material   |              |         |             |                       |                        |                    |    |  |              |         |             |                       |                        |                    |    |  |
| Hollow. with a 1.0 mm hole penetrated with a 1.0 mm hole |              |         |             |                       |                        |                    |    |  |              |         |             |                       |                        |                    |    |  |
| Hollow.<br>with a 1.5mm hole                             | 28           | 5.99    | 3.00        | 10.10                 | 13.46                  | 10.4122            | ○○ | Hollow. with a 1.0 mm hole penetrated with a 1.0 mm hole | 28           | 5.99    | 3.00        | 10.10                 | 13.46                  | 10.4122            | ○○ |  |
|  | 29           | 〃       | 〃           | 7.57                  | 10.09                  | 10.3408            | ○○ |  | 29           | 〃       | 〃           | 7.57                  | 10.09                  | 10.3408            | ○○ |  |
|  | 30           | 〃       | 〃           | 15.15                 | 20.19                  | 3.0044             | ×  |  | 30           | 〃       | 〃           | 15.15                 | 20.19                  | 3.0044             | ×  |  |
|  | 31           | 6.00    | 〃           | 12.60                 | 16.79                  | 14.5007            | ○○ |  | 31           | 6.00    | 〃           | 12.60                 | 16.79                  | 14.5007            | ○○ |  |
|  | 32           | 〃       | 〃           | 13.80                 | 18.39                  | 5.8861             | ×  |  | 32           | 〃       | 〃           | 13.80                 | 18.39                  | 5.8861             | ×  |  |
|  | 33           | 〃       | 〃           | 12.93                 | 17.23                  | 11.010             | ○○ |  | 33           | 〃       | 〃           | 12.93                 | 17.23                  | 11.010             | ○○ |  |
|  | 34           | 5.99    | 〃           | 17.70                 | 22.75                  | 1.2258             | ×  |  | 34           | 5.99    | 〃           | 17.70                 | 22.75                  | 1.2258             | ×  |  |
|  | 35           | 6.00    | 〃           | 13.44                 | 17.91                  | 15.2603            | ○○ |  | 35           | 6.00    | 〃           | 13.44                 | 17.91                  | 15.2603            | ○○ |  |
|  | 36           | 〃       | 〃           | 18.44                 | 24.58                  | 0.6680             | ×  |  | 36           | 〃       | 〃           | 18.44                 | 24.58                  | 0.6680             | ×  |  |
| II—material  |              |         |             |                       |                        |                    |    |  |              |         |             |                       |                        |                    |    |  |

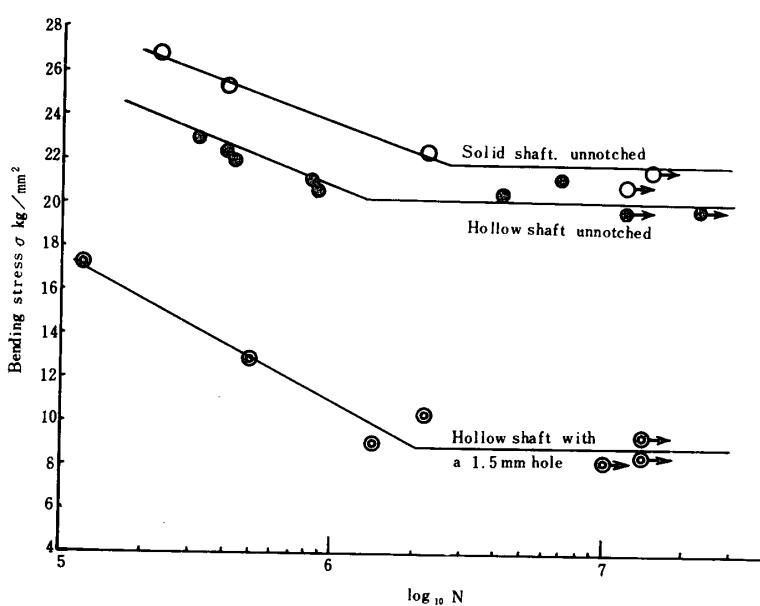


Fig. 7 S-N diagram of I

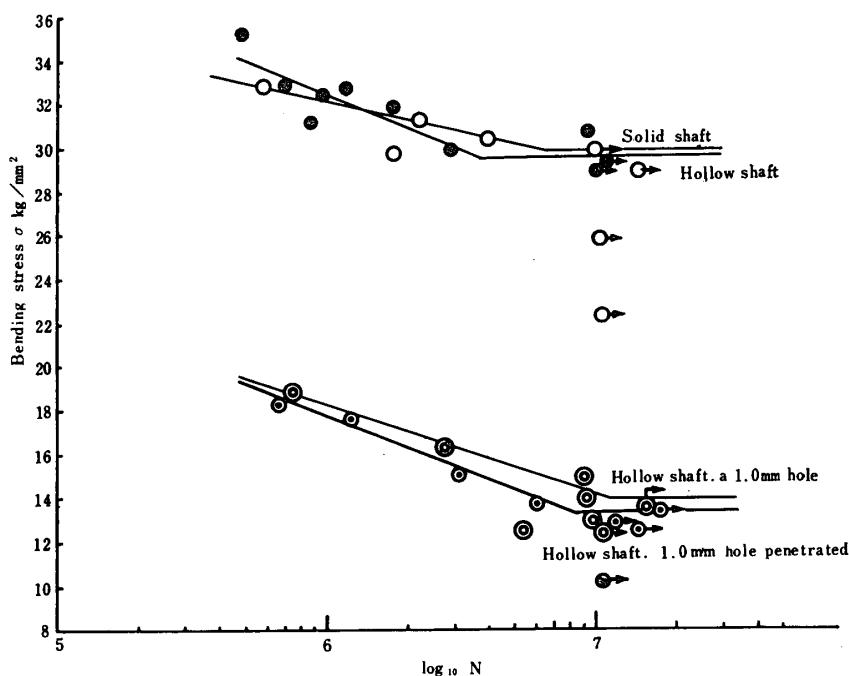


Fig. 8 S-N diagram of II

なおⅠ材の孔径と外径との比は  $1.5/5.65=0.265$  でありⅡ類のそれは  $1.0/6.0=0.1666$  で次項に記述する縦形矩形孔、横形矩形孔および円孔をもつ薄肉円筒試験片の切欠深さ（横断面方向の辺の長さ）と外径との比にはほぼ一致させてあり、したがつて上記  $\beta_K$  の測定値は次項の試験片の  $\beta_K$  の推定に役立つであろう。

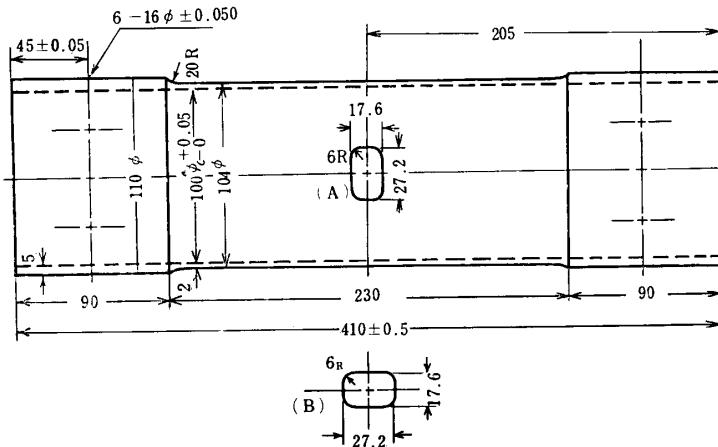


Fig. 9 Large thin cylinder test piece with (A) or (B) hole

| Chemical composition |      |      |       |       |      | Mechanical properties |                       |             |
|----------------------|------|------|-------|-------|------|-----------------------|-----------------------|-------------|
| C                    | Si   | Mn   | P     | S     | Cu   | Yield pt.<br>kg/mm²   | Tensile st.<br>kg/mm² | Elong.<br>% |
| 0.14                 | 0.28 | 0.46 | 0.016 | 0.026 | 0.10 | 38                    | 46                    | 32          |

Table 5 Material of the thin cylinder. (JIS. STS-35)

#### 4. 矩形孔をもつ大形薄肉円筒

Fig. 9 に示す試験片は先の Fig. 4 の(A), (B)に掲げた隅に丸味をもつ矩形孔 1 を穿った薄肉円筒である。この両者は同形の孔で方向が  $90^\circ$  異っているだけである。試験機は 500kg-m の大型回転曲げ試験機で回転数は 1100rpm である。この種の大型円筒についての実験は従来あまり行われていないものであり、試験片を試験機に取付ける方法についても若干の困難があるが本実験では円筒試験片の両端をフランジ付ボスに深く嵌入してその上を 6 本宛のボルトで締めつけた。中心合せには細心の注意を払い回転振動を試験片の両端に近い軸受部で 0.01mm 以下になるように振動計で検定した。

試験片材料の化学的成分及び機械的性質は Table 5 に掲げた JIS-STS-35 で素材供給の儘で機械加工を施したものである。試験応力は低いところから順次階段的に増してゆき亀裂破壊を生ずる応力を測定した。その結果を Table 6 に示す。表中の曲げ応力は前項同様にモーメントを孔のない部分の断面係数で除した値で示した。孔 1 個付きの円筒に対して別計算によつて孔のある最小断面の断面係数を求めるとき A, B 円筒について中立軸より孔のある側の断面係数はそれぞれ  $Z_{1A}=13421.26\text{mm}^3$ ,  $Z_{1B}=11963.76\text{mm}^3$  で孔のな

い断面部分の断面係数はともに  $16026.31\text{mm}^3$  であり、 $Z/Z_{1A}=1.19$ ,  $Z/Z_{1B}=1.34$  であるから耐久線図の  $\sigma$  にこれらの値を乘すれば普通の表わし方の見掛けの疲労限が求められる。Table 6 中の No. 12, No. 13, No. 14 の 3 個の試験片は矩形孔 A の孔周縁から周方向 16.5mm, 軸方向 10mm 離れた位置から Fig. 10 のように等間隔に直径 1.5mm の小孔を穿つたものでこれがあるための疲労限ならびに疲労亀裂の発生伝播状況の相異を見ようとしたものである。耐久線図を  $\sigma$  について画くと Fig. 10 のよ A 円筒の疲労限は  $\sigma=5.8\text{kg/mm}^2$  で  $\sigma'=5.8 \times 1.19=6.90\text{kg/mm}^2$  である。材料の引張強さ  $\sigma_B=46\text{ kg/mm}^2$  に対する比は 0.15 である。小孔をもつ No. 12 ～ No. 14 の疲労限は図示の A' のように小孔のないものの疲労限 A より僅かに低いように認められる。

B 円筒は現在 2 本の実験を終つたにすぎないので疲労限は未定であるが、この 2 本はともに A の疲労限以上の応力  $\sigma$  に対して破壊していないので疲労限は A 円筒のものより高いことは事実である。

上記の実験で疲労破壊をおこしたものは Fig. 12 ～ Fig. 14 の写真に見るよう矩形孔の四隅の丸味の半径が辺に接する個所をなわち応力集中最大の個所から亀裂が発生していることがわかる。矩形孔の附近に小孔のない試験片の破断状況もこれらと同様であるが写

Table 6 Results of fatigue test for large thin cylinder

| Testpiece<br>No | Bending stress               |                               | Repeated<br>number<br>N<br>$10^6$ | Damaged<br>×<br>Undamaged<br>○ | Note |
|-----------------|------------------------------|-------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------|------|
|                 | $\sigma$<br>$\text{kg/mm}^2$ | $\sigma'$<br>$\text{kg/mm}^2$ |                                   |                                |      |
| A               | 1                            | 1.86                          | 2.60                              | 2.2933                         |      |
|                 | 2                            | 〃                             | 〃                                 | 9.8417                         | ○    |
|                 | 3                            | 〃                             | 〃                                 | 10.3201                        | ○    |
|                 | 4                            | 2.11                          | 2.95                              | 10.4753                        | ○    |
|                 | 5                            | 2.48                          | 3.47                              | 11.2238                        | ○    |
|                 | 6                            | 2.98                          | 4.17                              | 9.9591                         | ○    |
|                 | 7                            | 3.47                          | 4.85                              | 10.0952                        | ○    |
|                 | 8                            | 3.97                          | 5.56                              | 10.5282                        | ○    |
|                 | 9                            | 4.47                          | 6.26                              | 5.0164                         |      |
|                 | 10                           | 4.96                          | 6.94                              | 10.9291                        | ○    |
|                 | 11                           | 5.46                          | 7.64                              | 10.1641                        | ○    |
|                 | 12                           | 5.95                          | 8.33                              | 3.7414                         | ×    |
|                 | 13                           | 6.45                          | 9.03                              | 0.7876                         | ×    |
|                 | 14                           | 5.80                          | 8.12                              | 1.5678                         | ×    |
| B               | 17                           | 7.07                          | 9.90                              | 1.2618                         | ×    |
|                 | 18                           | 6.20                          | 8.68                              | 1.6283                         | ×    |
|                 | 15                           | 6.45                          | 8.64                              | 8.7779                         | ○    |
|                 | 16                           | 7.07                          | 9.47                              | 10.0449                        | ○    |

\* with 1.5mm holes around the main rectangular hole

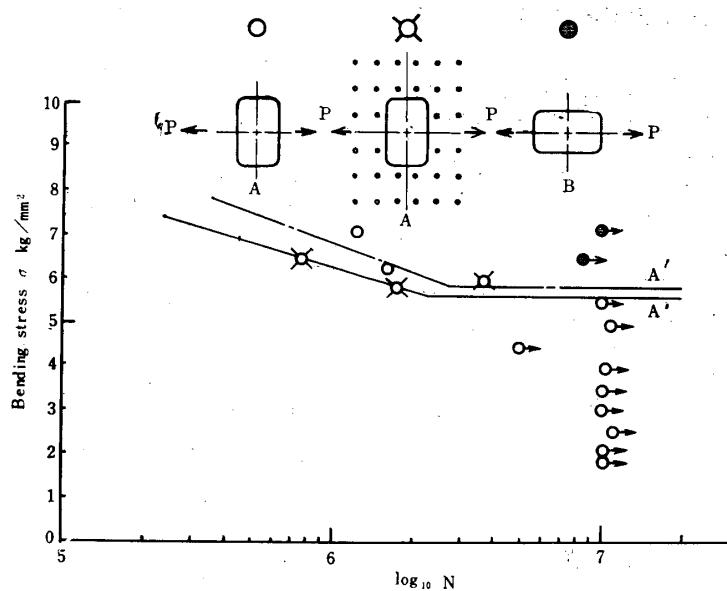


Fig. 10 S-N diagram of A, A'

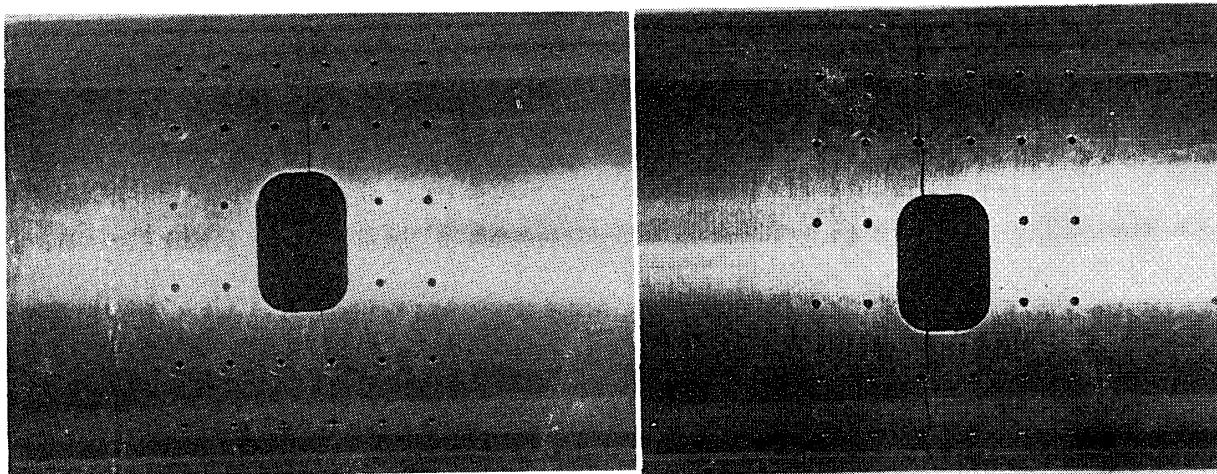


Fig. 11 Fatigue failure of No. 12

Fig. 12 Fatigue failure of No. 13

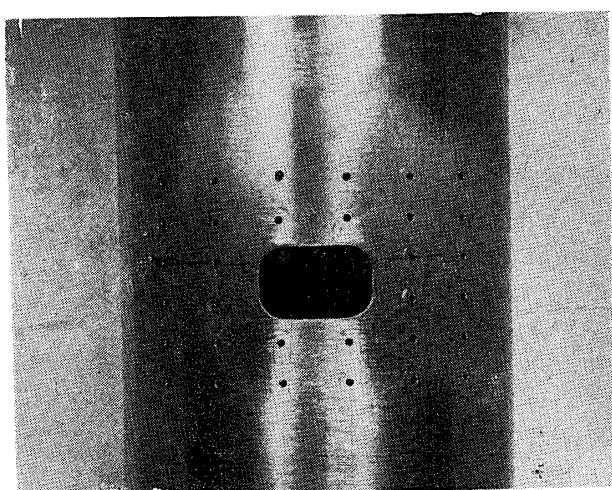


Fig. 13 Fatigue failure of No. 14

真は省略した。

#### 4. 孔縁に生ずる応力集中に関する実験

Fig. 14 はストレーンゲージを大形薄肉円筒試験片の矩形孔の縁に貼り附けて回転曲げをかけた試験片の回転中の歪変動をスリップリングを経由して数個所の歪を同時に記録するための実験装置である。ストレーンゲージの長さは 1 mm, スリップリングの絶縁体はナイロン樹脂, ブラッシュは銅板を用いた。ゲージはできるだけ孔縁に近接せしめてあるがその幅の影響が存在するから測定される歪の値は縁の上の真の値より幾分低くなることを考慮に入れておく必要がある。Fig. 15 の(A), (B) の数字で示す孔縁の個所及び孔から相

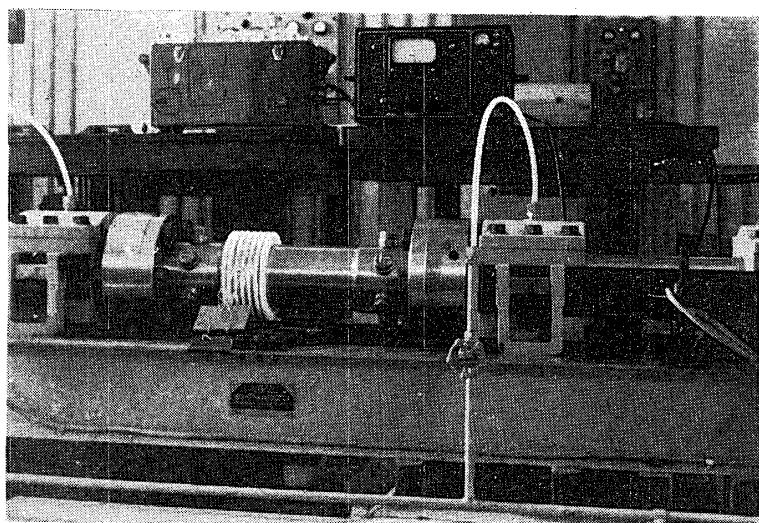


Fig.14 Fatigue testing machine and measuring arrangement

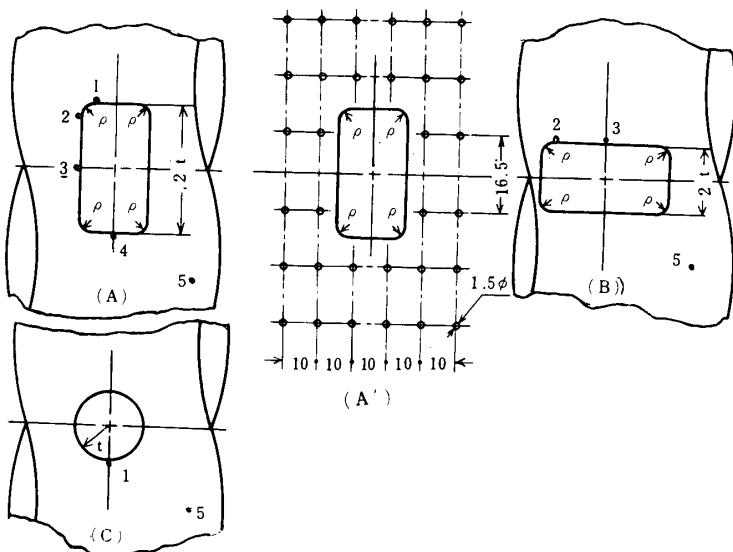


Fig.15 Notch form and the position of the strain measured

当離れた 5 の位置（孔の影響がほとんどないとみなされる）にゲージが貼り附けてある。Fig.16 は (A) 円筒の 1, 4, 5 の個所の歪を荷重 200kg で 80kgm の曲げモーメントをかけて同時にオシログラフに記録したものを示し円筒の回転数は 1100rpm でスリップリングのプラッシュの接触は良好で雑波形はほとんど混入されていない。Fig.17 は (A) の 2, 3, 5 の位置の歪を同時に記録したものである。これらの測定値を試験荷重 100kg～400kg(40kgm～160kgm の曲げモーメント)に対して比較すると Fig.18 のようになる。ただし図の縦軸は歪の値に  $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/mm}^2$  を乗じて応力を表わした。1, 4, 5 の組合せと 2, 3, 5 の組合せにおいて 5 の位置の歪に相異があるのは計測時の回

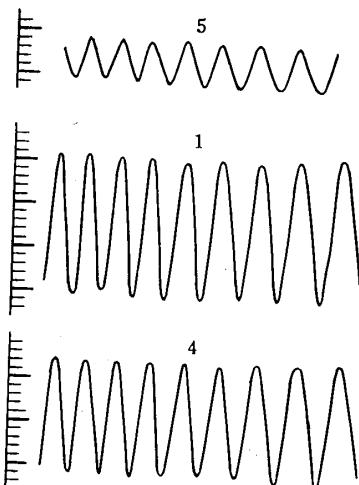


Fig.16 Repeated strain at 1, 4, 5 point of the A cylinder subjected to rotatory bending moment 80 kgm

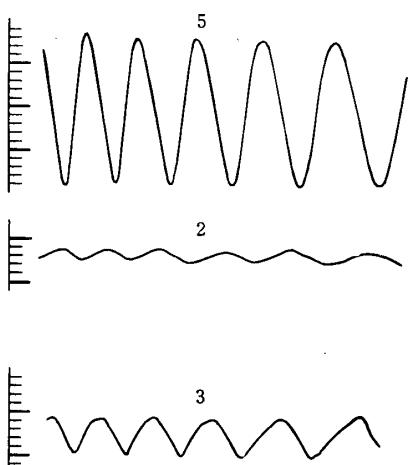


Fig.17 Repeated strain at 2, 3, 5 points of B cylinder subjected to rotatory bending moment 80kgm

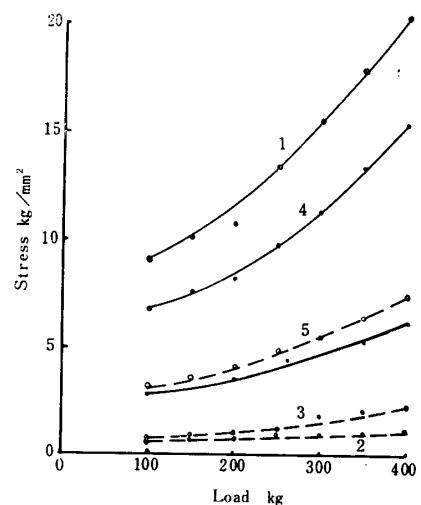


Fig.18 Comparison of maximum stress at each point 1~5, A cylinder

転振動に若干の相異があつたためと考えられる。この中で応力集中に関して重要なのは 1, 4 の位置の歪振幅でこれらの 5 の位置の歪振幅に対する比率を応力集

中率  $\alpha_{K'}$  の値として求めてみると Table 7 となる。1 の位置の応力集中率の平均値 3.30 の値は Table 1 の 3.50 の値に対応している。

Table 7 Stress concentration factor  $\alpha_{K'}$  measured at the position in the Fig. 15(A)

| Position \ Load kg | 100  | 150  | 200  | 250  | 300  | 350  | 400  | mean value |
|--------------------|------|------|------|------|------|------|------|------------|
| 1                  | 3.35 | 3.26 | 2.96 | 3.44 | 3.20 | 3.56 | 3.40 | 3.30       |
| 4                  | 2.44 | 2.34 | 2.24 | 2.47 | 2.33 | 2.60 | 2.49 | 2.42       |

(B)円筒について(A)円筒と同様に Fig. 15 の 2, 3, 5 の箇所にストレンジージを貼り、この場合はスリップリングを用いて静歪計と切換器を使用して試験片に曲げモーメントをかけて測定した歪で  $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/mm}^2$  を乗じて応力で表わして図示すると Fig. 19 となり、2, 3 の位置の応力と 5 の位置の応力との比率  $\alpha_{K'}$  は Table 8 に示す通りでこれより最大応力を生ずる位置 2 の  $\alpha_{K'}$  は平均 1.88 となる。2 項で(1)式で計

算した矩形孔 B の計算値 2.42 に対応している。この(B)円筒と同様な測定を Fig. 15(C) の円孔付円筒で行い同図 1, 2, 5 の位置の孔縁に沿う歪を測定した値が Table 9 で 1 の位置の歪と 5 の位置の歪との比を  $\alpha_{K'}$  として 3.0 をうる、これは Table 1 に掲げた計算値  $\alpha_{K'} = \sim 2.95$  に対応する。

Table 8 Stress concentration factor  $\alpha_{K'}$  at the position in the Fig. 15(B)

| Position \ Load kg | 100  | 150  | 200  | 250  | 300  | mean value |
|--------------------|------|------|------|------|------|------------|
| 2                  | 1.84 | 1.95 | 1.82 | 1.86 | 1.92 | 1.88       |
| 3                  | 1.50 | 1.18 | 1.65 | 1.51 | 1.61 | 1.49       |

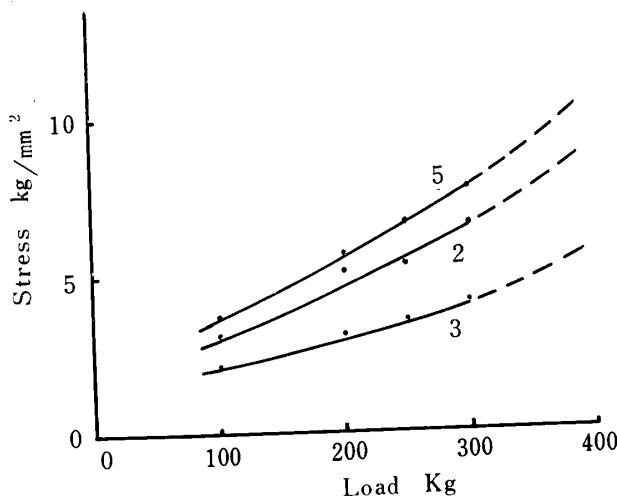


Fig. 19 Comparison of maximum stresses at 2, 3, 5 points of B cylinder

Table 9 Strain measured at the position in Fig. 15(C)

|   | $\epsilon$           |
|---|----------------------|
| 1 | $580 \times 10^{-6}$ |
| 2 | 10                   |
| 5 | 190                  |

## 5. 形状係数と切欠係数の比較

2, 3, 4 項の実験に用いた孔付円筒の  $\alpha_K$ ,  $\alpha_{K'}$

Table 10 Comparison of  $\alpha_K$ ,  $\alpha_{K'}$  and  $\beta_K$ 

| Test piece | Notch form | $\alpha_K$  | $\alpha_{K'}$ |          | $\beta_K$  |          |
|------------|------------|-------------|---------------|----------|------------|----------|
|            |            |             | Calculated    | Measured | Calculated | Measured |
| Small cyl. | I          | Fig. 6 (C)  | 1.78          | 3.30     | —          | —        |
|            | II         | 〃 (C)       | 2.08          | 3.00     | —          | 1.38     |
| Large cyl. | A          | Fig. 15 (A) | 1.90          | 3.50     | 3.30       | —        |
|            | B          | 〃 (B)       | 1.67          | 2.42     | 1.88       | —        |
|            | C          | 〃 (C)       | 2.03          | 2.95     | 3.0        | —        |

および測定できた  $\beta_K$  比較すると Table10 となる。大型円筒では  $\beta_K$  は未決定であるが、小型試験片の  $\beta_K$  の測定値から大よの値は推定できるであろう。大形円筒でよその値は推定できるであろう。

## 5. 結 言

円孔、楕円孔、矩形孔その他の孔を丸軸または円筒軸に直径方向に貫通したものの回転曲げに対する形状係数を立体解析で求めるることは煩雑であるから等価平面板を仮定して(1)式によつて二次元的に算定することを試み、かつ孔の大きさが直径に比してあまり大きくない供試円筒では孔を貫通せずに片側に 1 個穿つ場合も形状係数の値の相異は小さいものとして貫通孔のもので代用した。これらの値を検討するための実験としては大型の 104mm 外径の薄肉円筒を用い円周方向に長辺をもつ隅に丸味を有する矩形孔( $27.2 \times 17.6$ , 丸味 6.0) 1 個を穿つた A 円筒の孔縁にストレンジゲージを貼り 0.5ton·m の回転曲げ試験機にかけて負荷廻転中の孔縁歪の週期的変動を測定した。

またその矩形孔を軸方向に長辺を一致させて穿つた B 円筒及びこの矩形の短辺を直径とする円孔を 1 個穿

つた C 円筒についても静歪計を用いて孔縁応力を測定してみた結果実験値と計算値がかなり近くほぼ対応することがわかつた。これら大型円筒の疲労試験は実施上若干の困難があり現在のところその一部を完了しただけで切欠係数の値およびその比較は後報に譲るけれども、附隨的に行つた 2 項の円孔付小形試験片は A, B 円筒と孔径/外径を同一とするものであるからこれらの形状係数と疲労試験から求めた切欠係数との関係を A, B に関連せしめて大凡の値を推定することはできる。またこの実験で II 材(c), (d) の円孔 1 個の場合と貫通孔の場合の切欠係数がほとんど差異がないことから形状係数の値も同様と考えられ前記の仮定の不適当でないことを示している。

## 参 考 文 献

- 1) 石橋 正: 九大工学部紀要 **10**, 165 (1947)
  - 2) R · E Peterson : Journ. Mech. **3**, 15, (1936)
  - 3) 川田雄一, 金属の疲労と設計 133頁
  - 4) R. C. J. Howland and A. C. Stevenson : Trans. Roy. Soc., A, **232**, 155. (1933)
  - 5) 西田正孝: 科研報告, 28編, 1号30~43. (昭27年1月)
  - 6) 大野, 吉松. 機械学会宇部北方講演会前刷集 (昭42年6月)
- (昭和42年11月 9日受理)